Bereich	Thema	Schwierigkeit
Analysis	Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen	**

Maximale Rechteckfläche 6

Der Graph zu der Funktion mit $f(x) = -0{,}5x^2 + 2$ und die Abszisse schließen eine Fläche ein. In diese Fläche wird ein Rechteck so gelegt, dass die Rechteckseiten parallel zu den Koordinatenachsen verlaufen.

Berechnen Sie die Koordinaten der Eckpunkte desjenigen Rechtecks, dessen Flächeninhalt maximal ist, und geben Sie den maximalen Flächeninhalt an.

(cc) BY-SA 2009 Thomas Unkelbach

Bereich	Thema	Schwierigkeit
Analysis	Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen	**

Hauptbedingung: $A(a;b) = a \cdot b$ soll maximal werden

Nebenbedingungen: $a = 2 \cdot x$ und $b = -0{,}5x^2 + 2$

Zielfunktion: $A(x) = 2x \cdot (-0{,}5x^2 + 2) = -x^3 + 4x$ mit $D_x = [0; 2]$ soll maximal werden

Lösung: Das absolute Maximum des Flächeninhalts liegt bei $x_1 = \frac{2}{3}\sqrt{3}$ und beträgt $A_{max} = \frac{16}{9}\sqrt{3}$; Die Koordinaten des Rechtecks lauten dann $(\frac{2}{3}\sqrt{3} \mid 0)$, $(\frac{2}{3}\sqrt{3} \mid \frac{4}{3})$, $(-\frac{2}{3}\sqrt{3} \mid \frac{4}{3})$ und $(-\frac{2}{3}\sqrt{3} \mid 0)$.

(cc) BY-SA 2009 Thomas Unkelbach