Kurvendiskussion mit Ganzrationalen Funktionenscharen II - Aufgabe 402A - Lösung

Definieren des Funktionsterms

$f(x) := 2 \cdot x^4 - \frac{4}{k} \cdot x^2 + \frac{2}{k^2}$ "Done"

Bestimmen der Ableitungen

$\frac{d}{dx}(f(x))$ $8 \cdot x^3 - \frac{8 \cdot x}{k}$ $fs(x) := 8 \cdot x^3 - \frac{8 \cdot x}{k}$ "Done"

$\frac{d^2}{dx^2}(f(x))$ $24 \cdot x^2 - \frac{8}{k}$ $fss(x) := 24 \cdot x^2 - \frac{8}{k}$ "Done"

$\frac{d^3}{dx^3}(f(x))$ $48 \cdot x$ $fsss(x) := 48 \cdot x$ "Done"

a_1) Bestimmen des Schnittpunktes mit der y-Achse

$f(0)$ $\frac{2}{k^2}$

a_2) Bestimmen der Schnittpunkt(e) mit der x-Achse

$\text{solve}(f(x) = 0, x)$ $x = \frac{-1}{\sqrt{k}}$ and $\frac{1}{k} \geq 0$ or $x = \frac{1}{\sqrt{k}}$ and $\frac{1}{k} \geq 0$

$xn1 := \frac{-1}{\sqrt{k}}$ $\frac{-1}{\sqrt{k}}$ $yn1 := f(xn1)$ 0

$xn2 := \frac{1}{\sqrt{k}}$ $\frac{1}{\sqrt{k}}$ $yn2 := f(xn2)$ 0

a_3) Bestimmen der Extrempunkte

$\text{solve}(fs(x) = 0, x)$ $x = \frac{-1}{\sqrt{k}}$ and $\frac{1}{k} \geq 0$ or $x = \frac{1}{\sqrt{k}}$ and $\frac{1}{k} \geq 0$ or $x = 0$

$xe1 := \frac{1}{\sqrt{k}}$ $\frac{1}{\sqrt{k}}$ $fss(xe1)$ $\frac{16}{k}$ $ye1 := f(xe1)$ 0

$xe2 := \frac{-1}{\sqrt{k}}$ $\frac{-1}{\sqrt{k}}$ $fss(xe2)$ $\frac{16}{k}$ $ye2 := f(xe2)$ 0

$xe3 := 0$ 0 $fss(xe3)$ $\frac{-8}{k}$ $ye3 := f(xe3)$ $\frac{2}{k^2}$

© 2005 Thomas Unkelbach ; erstellt mit TI Interactive!

a_4) Bestimmen der Wendepunkte

$\text{solve}(\text{fss}(x) = 0, x)$ $\quad x = \frac{\sqrt{3}}{3\cdot\sqrt{k}}$ and $\frac{1}{k} \geq 0$ or $x = \frac{-\sqrt{3}}{3\cdot\sqrt{k}}$ and $\frac{1}{k} \geq 0$

$xw1 := \frac{\sqrt{3}}{3\cdot\sqrt{k}}$ $\quad \frac{\sqrt{3}}{3\cdot\sqrt{k}}$ $\quad \text{fsss}(xw1)$ $\quad \frac{16\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{k}}$ $\quad yw1 := f(xw1)$ $\quad \frac{8}{9\cdot k^2}$

$xw2 := \frac{-(\sqrt{3})}{3\cdot\sqrt{k}}$ $\quad \frac{-\sqrt{3}}{3\cdot\sqrt{k}}$ $\quad \text{fsss}(xw2)$ $\quad \frac{-16\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{k}}$ $\quad yw2 := f(xw2)$ $\quad \frac{8}{9\cdot k^2}$

b) Berechnen eines Punktes / Nachweis eines festen Punktes
c) Bestimmen des Parameters zu einem vorgegebenen Punkt

$\text{solve}(f(0) = 8, k)$ $\quad k = \frac{1}{2}$ or $k = \frac{-1}{2}$

d) Berechnen einer Steigung / Nachweis einer festen Steigung

$\text{fs}(0)$ $\quad 0$

e) Bestimmen des Parameters zu einer vorgegebenen Steigung

$\text{solve}(\text{fs}(2) = 0, k)$ $\quad k = \frac{1}{4}$

f) Bestimmen des Terms einer Tangente

$xt1 := \frac{\sqrt{3}}{3\cdot\sqrt{k}}$ $\quad \frac{\sqrt{3}}{3\cdot\sqrt{k}}$ $\quad yt1 := f(xt1)$ $\quad \frac{8}{9\cdot k^2}$

$m1 := \text{fs}(xt1)$ $\quad \frac{\frac{8\cdot 3^{3/2}}{27} - \frac{8\cdot\sqrt{3}}{3}}{k^{3/2}}$ $\quad \text{solve}(yt1 = m1\cdot xt1 + n1, n1)$ $\quad n1 = \frac{8}{3\cdot k^2}$

$xt2 := \frac{-\sqrt{3}}{3\cdot\sqrt{k}}$ $\quad \frac{-\sqrt{3}}{3\cdot\sqrt{k}}$ $\quad yt2 := f(xt2)$ $\quad \frac{8}{9\cdot k^2}$

$m2 := \text{fs}(xt2)$ $\quad \frac{\frac{8\cdot\sqrt{3}}{3} - \frac{8\cdot 3^{3/2}}{27}}{k^{3/2}}$ $\quad \text{solve}(yt2 = m2\cdot xt2 + n2, n2)$ $\quad n2 = \frac{8}{3\cdot k^2}$

g) Bestimmen des Parameters k für maximalen/minimalen Extrempunkt
h) Bestimmen des Parameters k für maximalen/minimalen Wendepunkt
i) Bestimmen der Kurve der Extrempunkte

© 2005 Thomas Unkelbach ; erstellt mit TI Interactive!

j) Bestimmen der Kurve der Wendepunkte

$\text{solve}\left(x = xw1, k\right)$ $\quad k = \frac{1}{3 \cdot x^2}$ and $\frac{1}{x} \geq 0$ $\quad y = yw1 \mid k = \frac{1}{3 \cdot x^2}$ $\quad y = 8 \cdot x^4$

k) Besonderes

Bestimmen einer Stammfunktion

$\int \left(f\left(x\right)\right) dx$ $\quad \frac{2 \cdot x^5}{5} - \frac{4 \cdot x^3}{3 \cdot k} + \frac{2 \cdot x}{k^2}$

l) Berechnen eines Flächeninhalts

$\left| \int_{xn1}^{xn2} \left(f\left(x\right)\right) dx \right|$ $\quad \frac{32}{15 \cdot \left|k\right|^{5/2}}$

m) Bestimmen des Parameters zu einem vorgegebenen Flächeninhalt

$\text{solve}\left(\left| \int_{xn1}^{xn2} \left(f\left(x\right)\right) dx \right| = \frac{1}{15}, k\right)$ $\quad k = 4$ or $k = -4$

m) Bestimmen des Parameters für extremalen Flächeninhalt

© 2005 Thomas Unkelbach ; erstellt mit TI Interactive!