1. Aufgabe: (8 Punkte)

a) Vereinfache so weit wie möglich $\left[\frac{b^3}{a^{n-2}} : \frac{b^5}{c^{2n}}\right] : \frac{c^{2n}}{a^{n+3}}$.

b) Löse die Gleichung $3^{2x} - 3^x = 6$.

c) Wenn man die Zahlen $u = \left(10^{10}\right)^{10}$ und $v = 10^{(10^{10})}$ ausschreibt, beginnen sie mit einer 1, danach kommen viele Nullen.
Wie viele Stellen haben die Zahlen u bzw. v?

Ein Drucker gibt 150 Ziffern pro Sekunde aus.
Wie lange braucht er ungefähr, um die ausgeschriebenen Zahlen u bzw. v zu drucken?

2. Aufgabe: (7 Punkte)

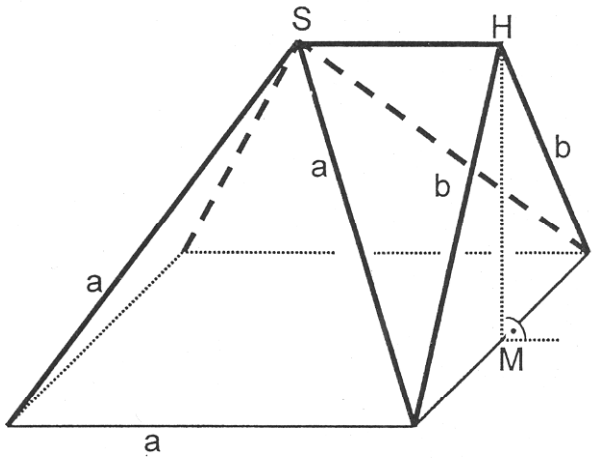
Bei einem Tennismatch werden so viele Sätze gespielt, bis einer der beiden Spieler insgesamt zwei Sätze gewonnen hat. Ein Match besteht daher aus mindestens zwei und höchstens drei Sätzen.

Eva und Bettina spielen ein Match gegeneinander.
Eva gewinnt Sätze jeweils mit der Wahrscheinlichkeit 0,7.
Zeichne ein Baumdiagramm.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt Eva das Match?

Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der Sätze, die Eva in einem Match gegen Bettina gewinnt.
Gib die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X an.

3. Aufgabe: (9 Punkte)

Ein Zelt besteht aus einer regelmäßigen quadratischen Pyramide mit an der Seite angesetztem geschlossenem Vorzelt (s. Skizze; Zeltstangen sind fett eingezeichnet). Alle Kanten der regelmäßigen quadratischen Pyramide besitzen die Länge a = 2,20 m.
Die Firststange SH verläuft parallel zum Boden. Der Punkt H befindet sich senkrecht über der Seitenmitte M.



a) Ein zylinderförmiger Packsack hat den Durchmesser 12 cm und die Länge 0,60 m.
Wie viel Prozent des Inhalts des Packsacks bleiben leer, wenn das zusammengelegte Zelt einschließlich Zubehör $5{,}0\,dm^3$ Raum benötigt?

b) Berechne die Gesamtlänge der Zeltstangen.

c) Wie groß ist die Außenfläche des Zeltes einschließlich des Bodens?

4. Aufgabe: (12 Punkte)

Für eine Langzeitstudie werden in ein abgegrenztes Versuchsgelände 50 Mäuse ausgesetzt.

a) Erfahrungsgemäß verdoppelt sich bei dieser Mäuseart unter optimalen Bedingungen die Zahl der Mäuse alle 9 Monate.

Um wie viel Prozent ändert sich die Anzahl der Mäuse in einem Monat unter der Annahme eines exponentiellen Wachstums?
Nach welcher Zeit wären es 1000 Tiere?

b) Eine Zählung ergibt, dass dort nach einem Jahr 120 Mäuse leben.
Ein Fachmann erklärt, dass auf einem Gelände dieser Größe wegen des begrenzten Platzes maximal 1000 Mäuse leben könnten.
Er vermutet deshalb für die Zahl der Tiere ein logistisches Wachstum nach dem Gesetz
$B(t+1) = B(t) + k \cdot B(t) \cdot (S - B(t))$, t in Jahren.

Wie viele Tiere würden nach dieser Vermutung am Ende des zweiten und des dritten Jahres auf dem Versuchsgelände zu erwarten sein?

c) In einem anderen Versuchsgelände gilt das Wachstumsgesetz
$B(t+1) - B(t) = 0{,}8 \cdot B(t) - 0{,}0001 \cdot (B(t))^2$.
Auch in diesem Fall handelt es sich um ein logistisches Wachstum.
Mit welchem Bestand wird langfristig zu rechnen sein?