Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Schule und Berufsbildung

Schriftliche Überprüfung Mathematik

Gymnasien, Klasse 10

Schuljahr 2009/2010

26. Februar 2010

Unterlagen für die Lehrerinnen und Lehrer – **Haupttermin**

Diese Unterlagen enthalten:

I Allgemeine Hinweise zur Arbeit

II Aufgaben

III Erwartungshorizonte, Punkteverteilung und Bewertung

I Allgemeine Hinweise zur Arbeit

1. Die zuständige Fachlehrkraft erhält die beiden Prüfungsteile 1 (mit Aufgabe I) und 2 (mit den Aufgaben II, III, IV und V) und wählt aus den Aufgaben II, III, IV und V genau **drei Aufgaben** aus.

2. Zu Beginn der schriftlichen Überprüfung werden beide Prüfungsteile (Aufgabe I und die von der Fachlehrkraft ausgewählten drei Aufgaben, jedoch ohne Taschenrechner und ohne Formelblatt) an die Schülerinnen und Schüler verteilt.
   Bei Prüfungsteil 1 erhalten nebeneinander sitzende Schüler unterschiedliche Gruppen A/B.
   Eine Einlesezeit von bis zu 20 Minuten wird gewährt.

3. Die Arbeitszeit beträgt **135 Minuten**.
   Für die Bearbeitung des ersten Teils (Aufgabe I) stehen bis zu 45 Minuten zur Verfügung.
   Nach Abgabe des ersten Teils erhält der Schüler/die Schülerin seinen/ihren Taschenrechner und das Formelblatt ausgehändigt.
   Für die Bearbeitung des zweiten Prüfungsteils steht der verbleibende Rest der Arbeitszeit zur Verfügung.

4. Die Aufsicht übernimmt eine Lehrkraft, die nicht in der Klasse unterrichtet.

5. Zugelassene Arbeitsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig), Formelblatt, Rechtschreiblexikon.

6. Vor Beginn der Arbeit werden die Schülerinnen und Schüler aufgefordert, die Aufgabenblätter und gegebenenfalls zugehörige Anlagen mit ihrem vollen Namen (Vor- und Zuname) sowie der Angabe der Klasse zu versehen.

7. Die Aufgabe I wird auf dem Aufgabenblatt bearbeitet. Für die Bearbeitung der drei Aufgaben des Prüfungsteils 2 ist separates Papier zu verwenden.

8. Die Aufgabenstellung darf von der Aufsicht nicht erläutert werden, auch nicht einzelnen Schülern. Das Verständnis der Aufgabenstellung gehört mit zur verlangten Leistung.

9. Jede Fachlehrkraft einer 10. Klasse korrigiert einen Klassensatz, aber nicht den ihrer eigenen Klasse.

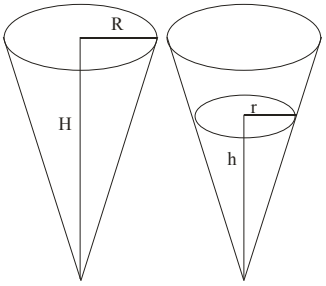
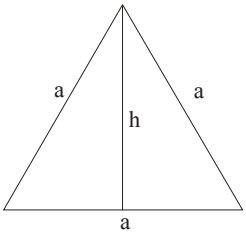
10. Die Arbeit wird nach dem in den Erwartungshorizonten vorgegebenen Rahmen korrigiert.

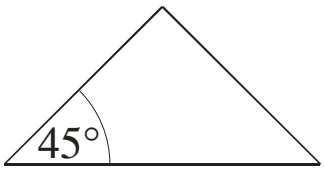
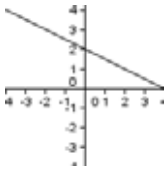
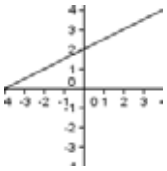
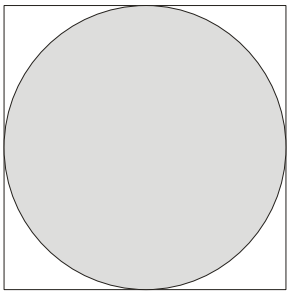
11. Die Zensurengebung erfolgt nach dem auf Seite 28 gegebenen Schema; auch Tendenzangaben (+/–) sind danach vorgesehen.
    Zur zentralen Auswertung sind nur ganze Noten (ohne die Tendenzangaben) zurückzumelden.

12. Treten beim Korrigieren größere Probleme bzgl. der Bepunktung auf, so sind Rückfragen möglich beim Fachreferenten Mathematik, Herrn Renz, Tel. 428 84 26 10, Fax 428 55 519, E-Mail: werner.renz@bsb.hamburg.de .

II Aufgaben Gruppe A

1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Überlege und schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte „**Lösung**“. Eine Begründung wird nicht verlangt. (14 P)

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
a)	$(x+7)^2 =$	$x^2+7x+49$	$x^2+14x+49$	x^2+49	$x^2-14x+49$	
b)	Eine Rechnung lautet auf 357 € inklusive 19 % Mehrwertsteuer. Die Mehrwertsteuer beträgt	300,00 €	67,00 €	57,00 €	19,00 €	
c)	 Was gilt?	$\frac{r}{H}=\frac{h}{R}$	$\frac{r}{R}=\frac{H}{h}$	$\frac{r}{h}=\frac{R}{H}$	$\frac{r}{H}=\frac{R}{h}$	
d)	 Was gilt?	$h=\frac{1}{2}a$	$h=a\cdot\sqrt{2}$	$h=a\cdot\sqrt{3}$	$h=\frac{a}{2}\cdot\sqrt{3}$	
e)	5! =	5	25	120	125	
f)	$17\ \text{m}^3 =$	$17\cdot10^5\ \text{cm}^3$	$17\cdot10^6\ \text{cm}^3$	$17\cdot10^9\ \text{cm}^3$	$17\,000\ \text{cm}^3$	
g)	$\frac{a^2}{a^3}\cdot a^5 =$	a^2	a^3	a^4	a^5	
h)	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} =$	8	-8	16	$\frac{1}{16}$	

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
i)	Ein Würfel wird 3-mal hintereinander geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, 3-mal eine sechs zu würfeln?	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{216}$	
j)	$\log_{100} 10000 =$	2	10	100	10 000	
k)	Eine Kugel mit dem Radius 1 m besteht aus Blei. Wie viele Bleikugeln mit dem Radius 0,5 m kann man aus derselben Bleimenge herstellen?	2	4	8	16	
l)	 Das abgebildete Dreieck ist rechtwinklig. Was gilt?	$\cos 45° = \frac{1}{2}$	$\tan 45° = 1$	$\sin 45° = \frac{1}{2}$	$\sin 45° = \frac{3}{2}$	
m)	Welcher Graph gehört zu $f(x) = -0{,}5x + 2$?					
n)	 Wie groß ist der Anteil der Kreisfläche am Quadrat?	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	

2. Gleichungen.

Bestimme die Lösungen folgender Gleichungen.

a) $(3x+6)\cdot(x-4)=0$ (4P)

b) $\frac{x}{2}=\frac{-4}{x-6}$ (5P)

Hinweis: Prüfe, ob die Lösung im Definitionsbereich liegt.

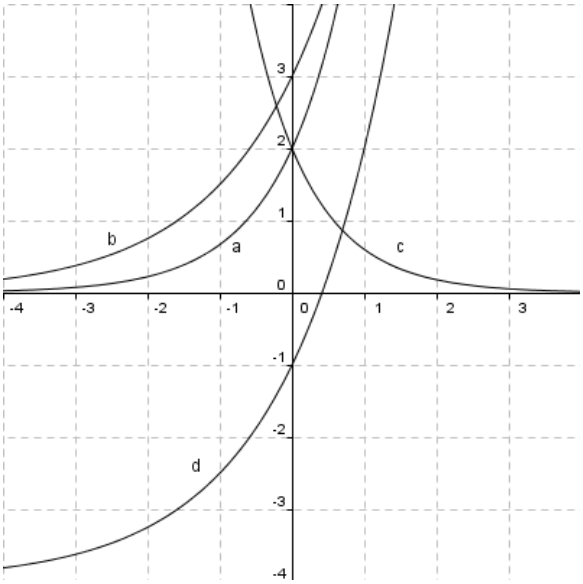
c) $x^{-4}=\frac{1}{81}$ (3P)

3. Graphen (3P)

Die Abbildung zeigt Teile der Graphen von

$f_1(x) = 2 \cdot 3^x$, $f_2(x) = 2 \cdot 0{,}3^x$,
$f_3(x) = 3 \cdot 2^x$ und $f_4(x) = 3 \cdot 2^x - 4$.

Ordne die Graphen mit den Buchstaben a, b, c und d den Funktionsgleichungen zu.



Funktion	Graph
$f_1(x) = 2 \cdot 3^x$	
$f_2(x) = 2 \cdot 0{,}3^x$	
$f_3(x) = 3 \cdot 2^x$	
$f_4(x) = 3 \cdot 2^x - 4$	

4. Wahrscheinlichkeit (5P)

Aus einem Kartenspiel mit 32 Karten (Kreuz, Pik, Herz, Karo sind gleich oft vertreten) werden drei Karten gezogen.

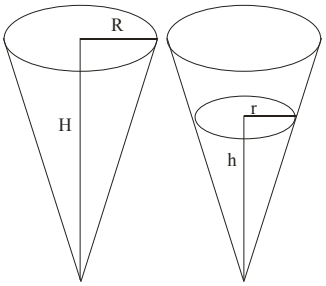
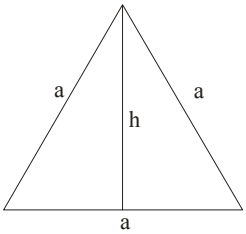
a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit Zurücklegen dreimal Kreuz zu ziehen?

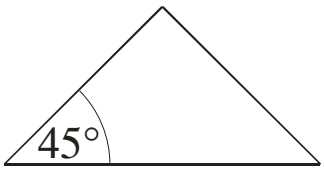
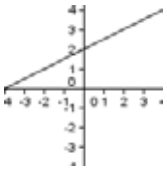
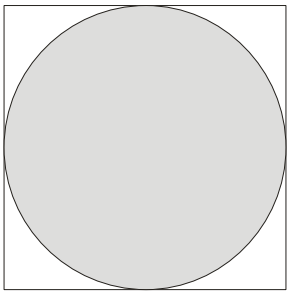
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, ohne Zurücklegen dreimal Kreuz zu ziehen?

Hinweis: Gib die Wahrscheinlichkeiten als Bruch an.

Gruppe B

1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Überlege und schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte „**Lösung**“. Eine Begründung wird nicht verlangt. (14P)

	Aufgabe	**A**	**B**	**C**	**D**	**Lösung**
a)	$(x+7)^2 =$	$x^2 - 14x + 49$	$x^2 + 49$	$x^2 + 14x + 49$	$x^2 + 7x + 49$	
b)	Eine Rechnung lautet auf 357 € inklusive 19 % Mehrwertsteuer. Die Mehrwertsteuer beträgt	19,00 €	57,00 €	67,00 €	300,00 €	
c)	 Was gilt?	$\frac{r}{H} = \frac{h}{R}$	$\frac{r}{h} = \frac{R}{H}$	$\frac{r}{R} = \frac{H}{h}$	$\frac{r}{H} = \frac{R}{h}$	
d)	 Was gilt?	$h = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3}$	$h = a \cdot \sqrt{3}$	$h = a \cdot \sqrt{2}$	$h = \frac{1}{2} a$	
e)	5! =	125	120	25	5	
f)	17 m^3 =	17 000 cm^3	$17 \cdot 10^9\ cm^3$	$17 \cdot 10^6\ cm^3$	$17 \cdot 10^5\ cm^3$	
g)	$\frac{a^2}{a^3} \cdot a^5 =$	a^5	a^4	a^3	a^2	
h)	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} =$	$\frac{1}{16}$	16	-8	8	

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
i)	Ein Würfel wird 3-mal hintereinander geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, 3-mal eine sechs zu würfeln?	$\frac{1}{216}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	
j)	$\log_{100} 10000 =$	10 000	100	10	2	
k)	Eine Kugel mit dem Radius 1 m besteht aus Blei. Wie viele Bleikugeln mit dem Radius 0,5 m kann man aus derselben Bleimenge herstellen?	16	8	4	2	
l)	 Das abgebildete Dreieck ist rechtwinklig. Was gilt?	$\sin 45° = \frac{3}{2}$	$\sin 45° = \frac{1}{2}$	$\tan 45° = 1$	$\cos 45° = \frac{1}{2}$	
m)	Welcher Graph gehört zu $f(x) = -0{,}5x + 2$?					
n)	 Wie groß ist der Anteil der Kreisfläche am Quadrat?	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{5}$	

2. Gleichungen.

Bestimme die Lösungen folgender Gleichungen.

a) $(2x-4)\cdot(x+3)=0$ (4P)

b) $\frac{x}{3}=\frac{-5}{x-8}$ (5P)

Hinweis: Prüfe, ob die Lösung im Definitionsbereich liegt.

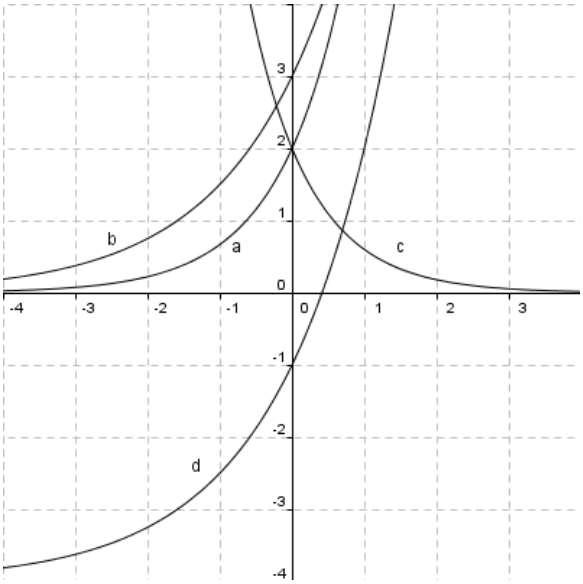
c) $x^{-4}=\frac{1}{16}$ (3P)

3. Graphen (3P)

Die Abbildung zeigt Teile der Graphen von

$f_1(x) = 3 \cdot 2^x$, $f_2(x) = 2 \cdot 3^x$,
$f_3(x) = 3 \cdot 2^x - 4$ und $f_4(x) = 2 \cdot 0{,}3^x$.

Ordne die Buchstaben den Funktionsgleichungen zu.



Funktion	Graph
$f_1(x) = 3 \cdot 2^x$	
$f_2(x) = 2 \cdot 3^x$	
$f_3(x) = 3 \cdot 2^x - 4$	
$f_4(x) = 2 \cdot 0{,}3^x$	

4. Wahrscheinlichkeit (5P)

Aus einem Kartenspiel mit 32 Karten (Kreuz, Pik, Herz, Karo sind gleich oft vertreten) werden drei Karten gezogen.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, <u>mit</u> Zurücklegen dreimal Herz zu ziehen?

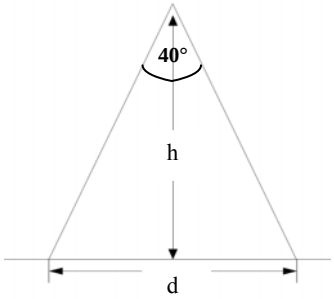
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, <u>ohne</u> Zurücklegen dreimal Herz zu ziehen?

Hinweis: Gib die Wahrscheinlichkeiten als Bruch an.

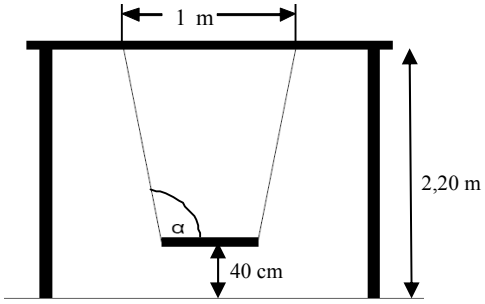
Idee der Zahl und des Messens

Aufgabe II: Die Schaukel (22P)

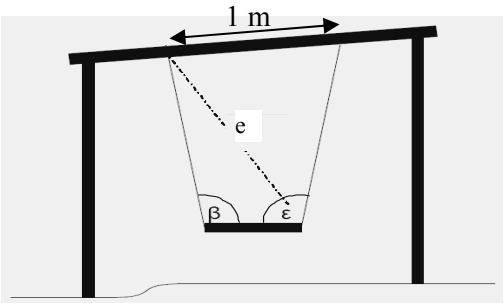
Herr Maier kauft für seine Tochter Elsa eine gebrauchte Schaukel im Internet. Die Schaukel befindet sich insgesamt in einem guten Zustand. Lediglich die beiden Halterungen, an denen die Seile der Schaukel befestigt werden, muss er etwas versetzen und in einem Abstand von 1 m voneinander anbringen, da die vorhandenen Bohrungen nicht mehr zu verwenden sind. Die Seile, an denen das Sitzbrett befestigt wird, hat Herr Maier neu gekauft.



a) An beiden Seiten ist der obere Querbalken auf zwei Stützen angebracht, die in einem Winkel von 40° in einer Höhe von $h = 2{,}20$ m zusammen laufen. Berechne den Abstand d, in dem die beiden Stützen voneinander entfernt im Boden eingesetzt werden müssen.
Die Dicke der Balken kann vernachlässigt werden.(4P)



b) Herr Maier will die Halterungen 2,20 m über dem Boden an der Unterseite des oberen Querbalkens anbringen. Das 40 cm breite Sitzbrett soll in Ruhelage genau 40 cm über dem Boden sein. Bestimme die Länge der benötigten Seile und ermittle den Winkel α. (9P)



Nun hat Herr Maier aber nicht berücksichtigt, dass sein Garten uneben ist. Wie in der nebenstehenden Skizze zu sehen, ist der Querbalken schief. Nach geschicktem Probieren schafft es Herr Maier, das Sitzbrett in die Waagerechte zu bringen. Ein Nachmessen ergibt, dass das rechte Seil 1,78 m, das linke 1,68 m lang ist. Zudem misst er noch die eingezeichnete Diagonale e mit
$e = 1{,}79$ m.
Elsa befürchtet schon, dass sie sich nicht richtig festhalten kann, da die Seile doch „völlig schief“ seien.

c) Zeige, dass die beiden Winkel β und ε am Sitzbrett jeweils etwa 100° betragen. (9P)

Idee von Raum und Form

Aufgabe III: Mülltonne (22P)

Zum Sammeln von Müll werden in vielen Ländern zylindrische Mülltonnen verwendet. Die abgebildete Mülltonne hat gemäß Herstellerangaben einen Durchmesser von 42,0 cm und eine Höhe von 83,5 cm.

a) Bestätige, dass das Volumen der Mülltonne etwa 116 Liter beträgt.
Hinweis: 1 l = 1 dm³. (3P)

Herr Müller und seine Frau sammeln den Müll zunächst in 15-l-Beuteln. Diese knotet Herr Müller stets ordentlich zu, wenn sie voll sind.
Es passen jedoch nur sechs dieser Beutel in die Mülltonne, worüber Herr Müller sich ärgert.
Seine Frau sagt: „Wenn wir den Inhalt der Müllbeutel in die Mülltonne entleeren, passt fast 30 % mehr Müll in die Tonne."

b) Bestätige die Aussage von Frau Müller. (4P)

Die Mülltonne besteht aus Stahlblech. 1 cm^3 Stahl wiegt 7,9 g.
Die Hersteller überlegen, für die Herstellung der Mülltonne ein dickeres Stahlblech als bisher zu verwenden, damit die Tonnen stabiler werden. Damit man die volle Tonne noch hochheben kann, darf sie jedoch in leerem Zustand nicht mehr als 14 kg wiegen.

c) Bestimme wie dick das Stahlblech dann höchstens sein darf.
Der Deckel soll hierbei vereinfacht als Kreisscheibe betrachtet werden, <u>jeder</u> der drei Griffe wiegt 150 g.
Gib das Ergebnis in Millimeter auf zwei Nachkommastellen genau an. (6P)

Die Männer von der Müllabfuhr haben den Deckel nicht wieder auf die Tonne gelegt und es hat geregnet. Als Herr Müller die Tonne am Abend an ihren Platz räumen will, sind 7 Liter Wasser in der Mülltonne.
Üblicherweise wird die Niederschlagsmenge in $\frac{l}{m^2}$ angegeben.

d) Berechne, wie groß die Niederschlagsmenge an diesem Tag in $\frac{l}{m^2}$ gewesen ist. (3P)

Aus Mülltonnen, deren Öffnung größer als der Boden ist, lässt sich der Müll leichter wieder entfernen. Die Stadtwerke erwägen, den Betrieb auf solche Tonnen umzustellen. Das Volumen soll dasselbe bleiben. Auch die Bodenfläche muss aus Gründen der Standfestigkeit gleich bleiben. Die Höhe soll aus technischen Gründen 70 cm betragen.

e) Entscheide, ob die Stadtwerke den Betrieb auf die neuen Tonnen umstellen können, wenn der Durchmesser der Öffnung der neuen Tonnen höchstens 55 cm betragen darf. (6P)
Hinweis: Formel zur Berechnung des Volumens eines Kegelstumpfes: $V = \frac{1}{3}\pi h\left(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2\right)$

Idee des funktionalen Zusammenhangs

Aufgabe IV: Wachstum im Internet (22P)

Der Betreiber der Website „Friendface“ analysiert die Besucherzahlen (pro Tag) der letzten Monate:

Zeitpunkt		Besucher pro Tag
Zu Beginn	($t = 0$)	50 000
nach einem Monat	($t = 1$)	55 000
nach zwei Monaten	($t = 2$)	60 500

a) Er sieht in der Statistik klare Anzeichen für ein exponentielles Wachstum der Besucherzahlen.

- Begründe, warum die Funktion f mit $f(t) = 50\,000 \cdot 1{,}1^t$ geeignet ist, um das angenommene exponentielle Wachstum zu beschreiben.
- Berechne die nach diesem Ansatz zu erwartenden Besucherzahlen für die nächsten drei Monate und trage die Werte in das gegebene Koordinatensystem im Anhang ein.
- Der Buchhalter von „Friendface“ hat ausgerechnet, dass die Firma ab 150 000 Besuchern pro Tag profitabel sein wird. Berechne den Zeitpunkt, zu dem dieser Wert erreicht wird. (8P)

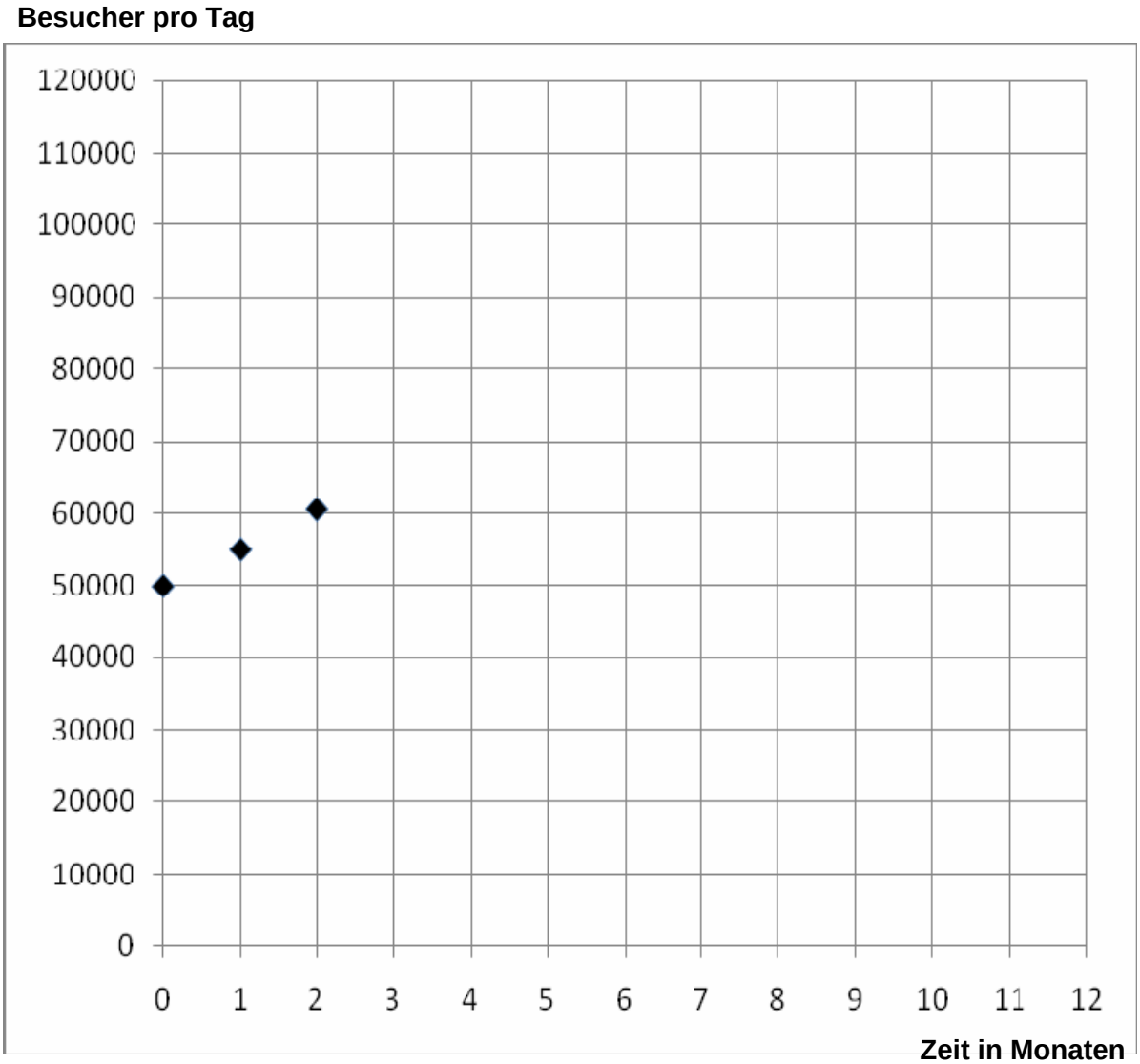
b) Entscheidend für den Erfolg der Website ist auch, ob sie sich langfristig gegenüber ihren Mitbewerbern durchsetzen kann. Die Besucherzahlen der Konkurrenzseite „Freundeskartei“ entwickeln sich zurzeit gemäß der Funktion g mit $g(t) = 120\,000 \cdot 1{,}03^t$.

- Begründe ohne Rechnung durch Argumentation, dass unter den bisher gemachten Annahmen die Besucherzahlen von „Friendface“ diejenigen von „Freundeskartei“ überholen werden.
- Bestimme den Zeitpunkt, zu dem das passieren wird. (7P)

c) Der für „Friendface“ zuständige Kundenberater von der Bank beurteilt die Wachstumsprognosen für die Friendface-Website deutlich anders. Er interpretiert die Besucherstatistik der letzten Monate (siehe obige Tabelle) vielmehr als lineares Wachstum und schlägt die Funktion k mit $k(t) = 5\,250 \cdot t + 50\,000$ zur Beschreibung der Entwicklung vor.

- Begründe, warum der Kundenberater die Koeffizienten der Funktion genau so gewählt hat.
- Beurteile ohne Rechnung die Chancen von „Friendface“, gemäß der neuen Wachstumsprognose den Konkurrenten „Freundeskartei“ zukünftig bezüglich der Besucherzahlen zu übertreffen. (7P)

Anlage zur Aufgabe „Wachstum im Internet“



Idee der Wahrscheinlichkeit

Aufgabe V: Medikamententest (22P)

Eine selten auftretende Krankheit verursacht Anfälle von starken Kopfschmerzen.
Diese Anfälle treten morgens auf und dauern einige Stunden.
Das bekannte Kopfschmerz-Medikament „Aspechtin“ hilft bei einem Teil der Patienten, durch tägliche Einnahme vorbeugend die Kopfschmerzen zu verhindern.
Inzwischen ist ein neues Medikament „Bollibrin“ auf den Markt gekommen.
Eine Forschergruppe hat in einer Studie beide Medikamente an 200 von der Kopfschmerzkrankheit betroffenen Personen zweimal 180 Tage lang getestet: zuerst mit „Aspechtin“ und – nach einiger Zeit ohne Medikation – auch mit dem neuen Medikament „Bollibrin“. Die Ergebnisse der Studie sind in den abgebildeten Tabellen nebeneinander gestellt, wobei „positiv“ bedeutet, dass die Kopfschmerzen über die ganze Testzeit nicht auftraten. Die Bezeichnung „negativ“ steht jeweils für das Gegenteil.

Testergebnis: Aspechtin		
	positiv	**negativ**
Frauen	**42**	**53**
Männer	**42**	**63**

Testergebnis: Bollibrin		
	positiv	**negativ**
Frauen	**51**	**44**
Männer	**54**	**51**

a) Gib die Wahrscheinlichkeit an, bei einer zufälligen Auswahl einer getesteten Person eine Frau mit negativem Aspechtin-Testergebnis auszuwählen. (2P)

b) Berechne für die Gruppe der getesteten Frauen und die Gruppe der getesteten Männer <u>getrennt</u> die relativen Häufigkeiten positiver Erfahrungen mit „Aspechtin“ und die relativen Häufigkeiten positiver Erfahrungen mit „Bollibrin“.
Stelle die relativen Häufigkeiten als Säulen in dem vorbereiteten Säulendiagramm dar (s. Anlage). (8P)

c) Die Daten von Männern und Frauen werden zusammen betrachtet:
Berechne für „Aspechtin“ und „Bollibrin“ jeweils die relativen Häufigkeiten positiver Ergebnisse unter <u>allen</u> getesteten Patienten. (2P)

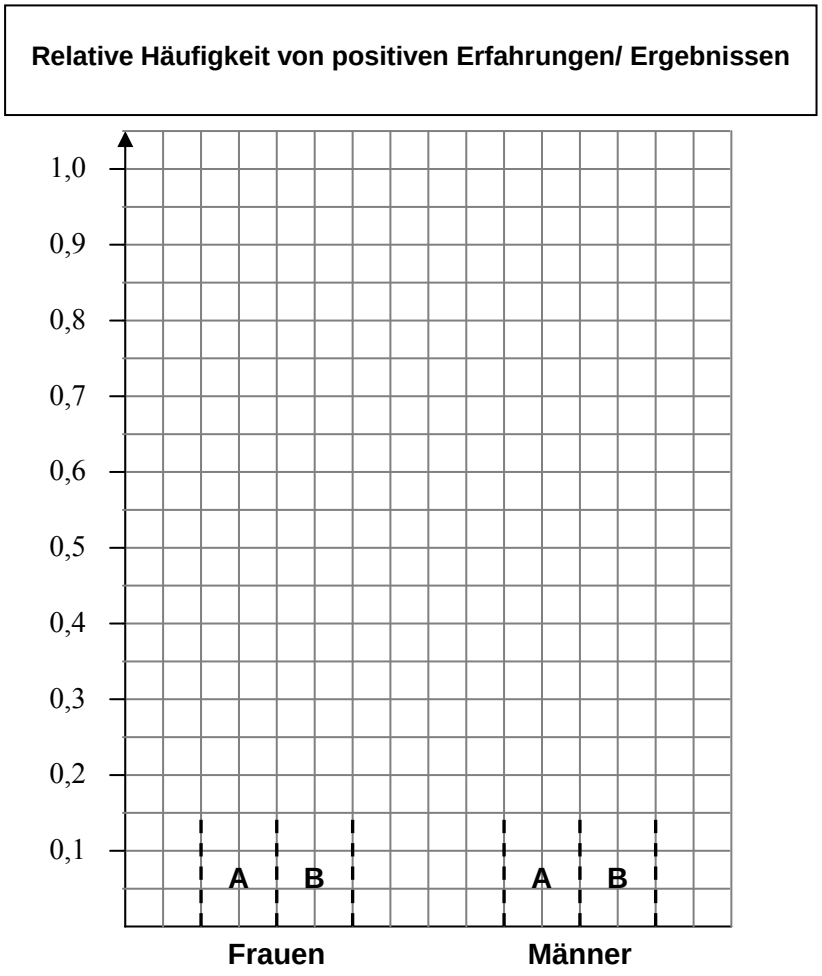
d) Kann man aus den Daten schließen, dass „Bollibrin“
- das wirksamere Medikament ist?
- für jede von der Krankheit betroffene Person das wirksamere Medikament ist?

Begründe in beiden Fällen deine Antwort. (6P)

Die Kopfschmerzen treten bei Betroffenen zufällig und stochastisch unabhängig auf und zwar z.B. bei Frau Meyer im Mittel einmal in 30 Tagen (wie schon erwähnt: morgens für einige Stunden).
Deshalb müsste beim Testen eigentlich auch die Möglichkeit bedacht werden, dass die Kopfschmerzen rein zufällig ausgeblieben sind.

e) Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass Frau Meyer ohne Medikation 180 Tage lang keine Kopfschmerzen hat. (4P)

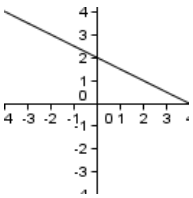
Anlage zur Aufgabe „Medikamententest“, Teil a)



A: Aspechtin
B: Bollibrin

III Erwartungshorizonte, Punkteverteilung und Bewertung

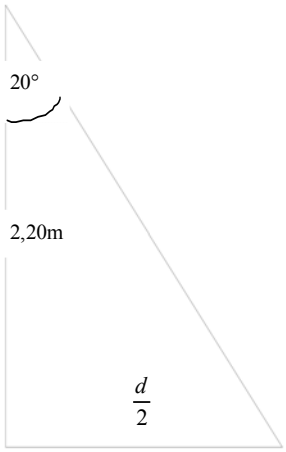
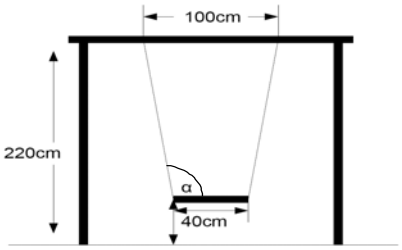
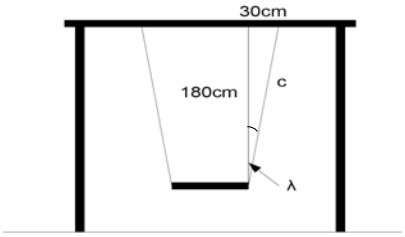
Aufgabe I — Gruppe A/B

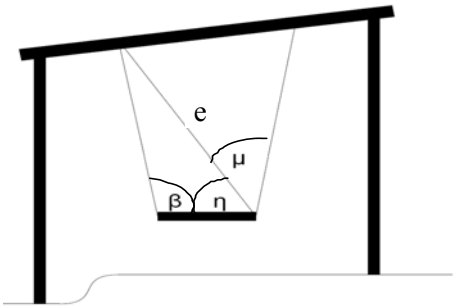
		Lösungsskizze	Gruppe A	Gruppe B	Zuordnung Bewertung I	II	III
1.	a)	$x^2+14x+49$	**B**	**C**	1		
	b)	57,00 €	**C**	**B**		1	
	c)	$\frac{r}{h}=\frac{R}{H}$	**C**	**B**		1	
	d)	$h=\frac{a}{2}\cdot\sqrt{3}$	**D**	**A**		1	
	e)	120	**C**	**B**	1		
	f)	$17\cdot 10^6\ \text{cm}^3$	**B**	**C**	1		
	g)	a^4	**C**	**B**	1		
	h)	16	**C**	**B**	1		
	i)	$\frac{1}{216}$	**D**	**A**		1	
	j)	2	**A**	**D**			1
	k)	8	**C**	**B**	1		
	l)	$\tan 45° = 1$	**B**	**C**			1
	m)		**A**	**D**	1		
	n)	$\frac{\pi}{4}$	**B**	**C**		1	

		Lösungsskizze		Zuordnung Bewertung		
		Gruppe A	**Gruppe B**	I	II	III
2.	a)	$(3x+6)\cdot(x-4)=0$ Die einzelnen Faktoren sind gleich Null zu setzen, dann ergibt sich $x=4$ sofort und $x=-2$ nach einem weiteren Rechenschritt. Ausmultiplizieren und das Lösen einer quadratischen Gleichung gilt auch als korrekter Lösungsweg. Auch das Ablesen aus der faktorisierten Form ist möglich.	$(2x-4)\cdot(x+3)=0$ Die einzelnen Faktoren sind gleich Null zu setzen, dann ergibt sich $x=-3$ sofort und $x=2$ nach einem weiteren Rechenschritt. Ausmultiplizieren und das Lösen einer quadratischen Gleichung gilt auch als korrekter Lösungsweg. Auch das Ablesen aus der faktorisierten Form ist möglich.	4		
	b)	$\frac{x}{2}=\frac{-4}{x-6}$ $x\cdot(x-6)=-8$ $x^2-6x=-8$ $x^2-6x+8=0$ $x_{1,2}=3\pm\sqrt{9-8}$ $x_1=4$ $x_2=2$ Die Gleichung ist für beide Ergebnisse definiert. *Fehlt dieser Hinweis auf die Definitionsmenge, ist 1 P. abzuziehen.*	$\frac{x}{3}=\frac{-5}{x-8}$ $x\cdot(x-8)=-15$ $x^2-8x=-15$ $x^2-8x+15=0$ $x_{1,2}=4\pm\sqrt{16-15}$ $x_1=5$ $x_2=3$ Die Gleichung ist für beide Ergebnisse definiert. *Fehlt dieser Hinweis auf die Definitionsmenge, ist 1 P. abzuziehen.*	2	3	
	c)	$x^4=81$ $x_1=3$ $x_2=-3$	$x^4=16$ $x_1=2$ $x_2=-2$	2	1	
3.		Die Zuordnung gelingt durch Betrachtung des Steigungsverhaltens und der y-Achsenabschnitte. Funktion / Graph: $f_1(x)=2\cdot3^x$ – a $f_2(x)=2\cdot0{,}3^x$ – c $f_3(x)=3\cdot2^x$ – b $f_4(x)=3\cdot2^x-4$ – d	Die Zuordnung gelingt durch Betrachtung des Steigungsverhaltens und der y-Achsenabschnitte. Funktion / Graph: $f_1(x)=3\cdot2^x$ – b $f_2(x)=2\cdot3^x$ – a $f_3(x)=3\cdot2^x-4$ – d $f_4(x)=2\cdot0{,}3^x$ – c	3		

	Lösungsskizze		Zuordnung Bewertung		
	Gruppe A	**Gruppe B**	I	II	III
4.	a) 3-mal Kreuz mit Zurücklegen: $P(\text{drei Mal Kreuz}) = \frac{8}{32} \cdot \frac{8}{32} \cdot \frac{8}{32} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$. b) 3-mal Kreuz ohne Zurücklegen: $P(\text{drei Mal Kreuz}) = \frac{8}{32} \cdot \frac{7}{31} \cdot \frac{6}{30} = \frac{1}{4} \cdot \frac{7}{31} \cdot \frac{1}{5} = \frac{7}{620}$.	a) 3-mal Herz mit Zurücklegen: $P(\text{drei Mal Herz}) = \frac{8}{32} \cdot \frac{8}{32} \cdot \frac{8}{32} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$. b) 3-mal Herz ohne Zurücklegen: $P(\text{drei Mal Herz}) = \frac{8}{32} \cdot \frac{7}{31} \cdot \frac{6}{30} = \frac{1}{4} \cdot \frac{7}{31} \cdot \frac{1}{5} = \frac{7}{620}$.	2 1	2	
	Insgesamt 34 BWE		21	11	2

Aufgabe II „Die Schaukel“

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
a)	Durch die Teilung des gleichschenkligen Dreiecks in zwei rechtwinklige Dreiecke lässt sich mit Hilfe des Tangens die Seite d wie folgt berechnen: $\tan 20° = \frac{\frac{d}{2}}{2,2}$ $\frac{d}{2} = 2,2 \cdot \tan 20°$ $d = 2 \cdot 2,2 \cdot \tan 20°$ $d = 1,601...$ Der Abstand beträgt also etwa 1,6 m. 	2	2	
b)	Da sich die Halterungen 2,20 m über dem Boden befinden und das Sitzbrett 40 cm über dem Boden sein soll, beträgt der Abstand zwischen Brett und Unterkante der oberen Stange a = 1,80 m.   $b = (100\text{ cm} - 40\text{ cm}) : 2 = 30\text{ cm}$. Mit Hilfe des Satzes von Pythagoras folgt: $c^2 = 30^2 + 180^2$ $c = 182,482...$ Die Seile müssen also jeweils ca. 182,5 cm lang sein. Zum Beispiel mit Hilfe des Tangens im rechtwinkligen Dreieck ergibt sich: $\tan \beta = \frac{30}{180}$ $\beta = 9,462...$ $\alpha = 90° + \beta \approx 99,5°$ Der Winkel α hat eine Größe von ca. 99,5°.	2	7	

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
c)	Zur Berechnung des Winkels β kann man den Kosinussatz anwenden:  $179^2 = 40^2 + 168^2 - 2 \cdot 40 \cdot 168 \cdot \cos\beta$ $\beta \approx 99{,}494° \approx 99{,}5°$ Mit Hilfe des Sinussatzes ergibt sich: $\frac{\sin\eta}{168} = \frac{\sin 99{,}5°}{179}$ $\sin\eta = \frac{168 \cdot \sin 99{,}5°}{179}$ $\eta \approx 67{,}8°$ Betrachtet man nun das rechte Dreieck, ergibt sich aus dem Kosinussatz: $100^2 = 179^2 + 178^2 - 2 \cdot 179 \cdot 178 \cdot \cos\mu$ $\mu \approx 32{,}5°$ Schließlich gilt $\varepsilon = 32{,}5° + 67{,}8° = 100{,}3°$. Damit ist gezeigt, dass die beiden Winkel jeweils etwa 100° betragen.		5	4
	Insgesamt 22 BWE	4	14	4

Aufgabe III „Mülltonne“

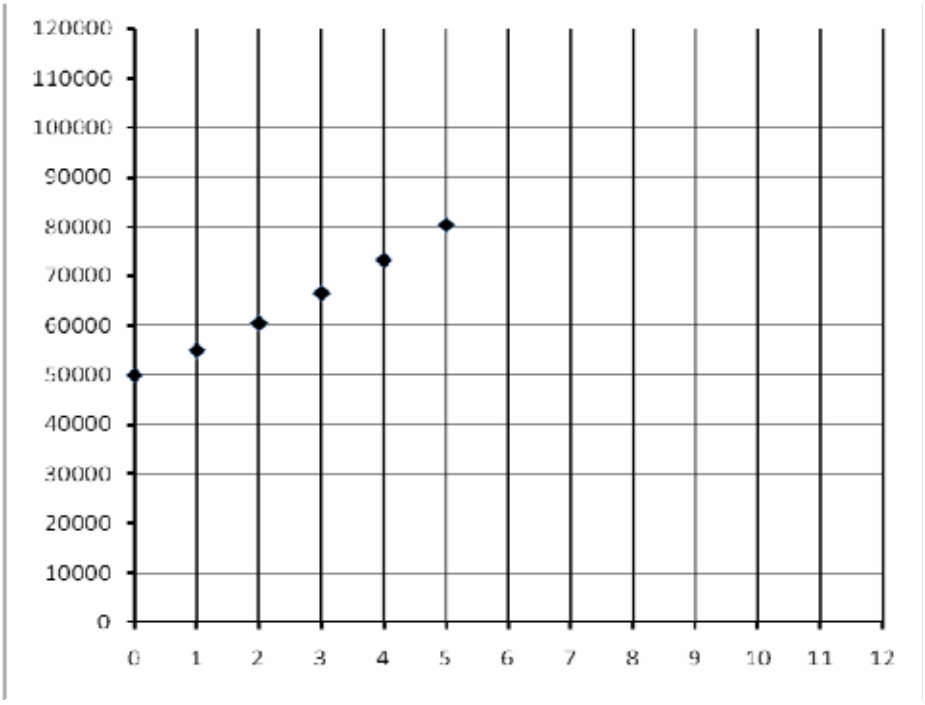
	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
a)	$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 21^2 \cdot 83{,}5 = 115684{,}437...$ 115 684 cm^3 = 115,648 dm^3 ≈ 116 *l*.	3		
b)	Mit 6 zugeknoteten 15 *l* Beuteln passen 90 *l* Müll in die Tonne. Entleert man die Beutel, passen 116 l Müll in die Tonne. $\frac{116\,l}{90\,l} = 1{,}2888... \approx 129\,\%$ Frau Müller hat Recht. Es passen tatsächlich fast 30 % mehr Müll in die Tonne.	2	2	
c)	$O = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r + h) = 2 \cdot \pi \cdot 21 \cdot (21 + 83{,}5) \approx 13788{,}45$. Das Maximalgewicht der Tonne ohne die drei Griffe beträgt 14 000 g – 3·150 g = 13 550 g. *d* sei die Dicke des Stahlblechs. Dann gilt: $13\,550 = 13788{,}45 \cdot d \cdot 7{,}9$ $d = \frac{13550}{13788{,}45 \cdot 7{,}9} \approx 0{,}124393$ 0,124 393 cm = 1,243 93 mm. Das Blech darf höchstens 1,24 mm dick sein.		4	2
d)	Grundfläche der Mülltonne in m^2: $\pi \cdot 0{,}21^2 = 0{,}1385...$ $\frac{7\,l}{0{,}1385...} = \frac{x}{1} \quad \Leftrightarrow \quad x = 50{,}52...$ Es hat an diesem Tag also mehr als 50 Liter pro Quadratmeter geregnet.		3	
e)	Die neuen Tonnen sollen folgende Abmessungen haben: Bodendurchmesser: 42 cm Höhe: 70 cm Durchmesser der Öffnung: maximal 55 cm. Eine Mülltonne mit diesen Daten hat ein Volumen von $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot (r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$ $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 70 \cdot (21^2 + 27{,}5^2 + 21 \cdot 27{,}5)$ $V = 130095{,}969...$			

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
	Eine Tonne mit dem maximalen Durchmesser von 55 cm hat ein Volumen von etwa 130 Litern, also mehr als die geforderten 116 Liter. Damit ist eine Umstellung auf die neuen Tonnen möglich. *Alternative:* *Berechnet wird der obere Durchmesser einer Tonne mit den neuen Daten, aber mit gleichem Volumen:* $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot h \cdot \left(r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2\right)$ $116000 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 70 \cdot \left(21^2 + r_2^2 + 21 r_2\right)$ $0 = r_2^2 + 21 r_2 + 21^2 - 1582{,}45$ $r^2 + 21r - 1141{,}45 = 0$ $r_{1,2} = -10{,}5 \pm \sqrt{110{,}25 + 1141{,}45}$ $r_1 = 24{,}879...$ $r_2 = -45{,}879...$ keine Lösung im Sachkontext $d = 49{,}75...$ Da der Durchmesser der Öffnung der neuen Tonnen kleiner als 55 cm ist, kann der Betrieb umgestellt werden.		3	3
	Insgesamt 22 BWE	5	12	5

Aufgabe IV „Wachstum im Internet“

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
a)	• Die Annahme exponentiellen Wachstums verlangt gleiche Wachstumsfaktoren in gleichen Zeitintervallen. Hier beträgt der Wachstumsfaktor für beide Monate jeweils $\frac{55000}{50000}=\frac{60500}{55000}=1{,}1$. Die Bedingung ist somit erfüllt. Der Anfangswert ist 50 000.			
	• Die zu erwartenden Besucherzahlen für die nächsten 3 Monate sind:			

Zeit	Besucher pro Tag
$t = 3$	66 550
$t = 4$	73 205
$t = 5$	80 526



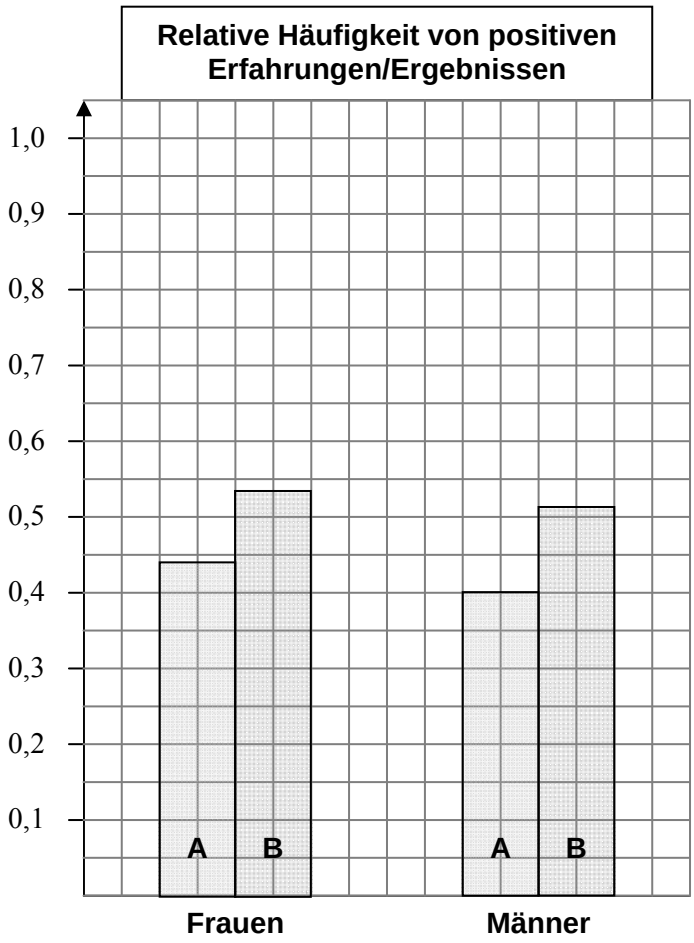
• Es gilt:

$$150\,000 = 50\,000 \cdot 1{,}1^t$$
$$1{,}1^t = 3$$
$$t = \frac{\log 3}{\log 1{,}1} = 11{,}52...$$

Zur Zeit $t \approx 11{,}5$, also etwa Mitte des 12. Monats, wird die Zahl von 150.000 Besuchern pro Tag erreicht. — I: 5, II: 3

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
b)	• Die „Freundeskartei“ hat zwar zurzeit noch höhere tägliche Besucherzahlen, der Wachstumsfaktor beträgt aber lediglich 1,03, so dass „Friendface“ mit einem Wachstumsfaktor von 1,1 „Freundeskartei“ in absehbarer Zeit überholen wird. • Berechnung des Zeitpunktes, zu dem „Freundeskartei“ von „Friendface“ überholt wird: $120\,000 \cdot 1{,}03^t = 50\,000 \cdot 1{,}1^t$ $\log 120\,000 + t \cdot \log 1{,}03 = \log 50\,000 + t \cdot \log 1{,}1$ $t \cdot \log 1{,}1 - t \cdot \log 1{,}03 = \log 120\,000 - \log 50\,000$ $t \cdot (\log 1{,}1 - \log 1{,}03) = \log 120\,000 - \log 50\,000$ $t = \frac{\log 120\,000 - \log 50\,000}{\log 1{,}1 - \log 1{,}03}$ $t = 13{,}31...$ „Friendface“ wird bei weiterhin gleichbleibendem Wachstum „Freundeskartei“ nach ca. 13,3 Monaten bezüglich der Besucherzahlen überholen.		5	2
c)	• Für den y-Achsenabschnitt, also $k(0)$ wurde der Startwert ($t = 0$) übernommen. Die Steigung der Funktion ergibt sich, wenn man den Startwert und den Wert des 2. Monats zugrunde legt: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{60500 - 50000}{2 - 0} = \frac{10500}{2} = 5250$. *Alternative Lösungsmöglichkeit:* Der monatliche Zuwachs für den 1. Monat beträgt 5000 Besucher pro Tag, der monatliche Zuwachs für den 2. Monat beträgt 5500 Besucher pro Tag. Der Mittelwert ist eben gerade die Steigung $m = 5250$. • Der derzeitige ($t = 0$) Zuwachs von „Friendface“ (5 250 Besucher pro Tag) übersteigt zwar den Zuwachs von „Freundeskartei“ ($3\,\% \triangleq 3\,600$ Besucher pro Tag), es ist aber absehbar, dass sich das exponentielle Wachstum von „Freundeskartei“ auf lange Sicht gegenüber dem linearen Wachstum durchsetzen wird. *Eine rechnerische Überprüfung (die nicht gefordert ist) würde sogar ergeben, dass die Besucherzahl von „Friendface“ jene von „Freundeskartei“ zu keinem Zeitpunkt übertreffen wird.* *Andere Begründungen sind möglich.*		5	2
	Insgesamt 22 BWE	5	13	4

Aufgabe V „Medikamententest“

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
a)	$\frac{53}{200} = 0,265 = 26,5\,\%$. *Eine Darstellung der gesuchten Wahrscheinlichkeit genügt.*	2		
b)	Weibliche Patienten: Aspechtin: $\frac{42}{95} \approx 0,442$, Bollibrin: $\frac{51}{95} \approx 0,537$. Männliche Patienten: Aspechtin: $\frac{42}{105} = 0,400$, Bollibrin: $\frac{54}{105} \approx 0,514$.  	4	4	

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
c)	Aspechtin: $\frac{84}{200} = 0,42$; Bollibrin: $\frac{105}{200} = 0,525$.	2		
d)	• Die Unterschiede der positiven Ergebnisse sind deutlich: Bei den 200 Personen sind es 105 bei „Bollibrin“ gegenüber 84 bei „Aspechtin“. Man könnte also bei aller Vorsicht gegenüber einer zufälligen Auswahl der 200 Testpersonen behaupten, dass „Bollibrin“ im Mittel wirksamer ist als „Aspechtin“. • Es könnte sein, dass Patienten unterschiedlich auf die beiden Medikamente reagieren. Das kann man mit den Daten aus den beiden Tabellen aber überhaupt nicht feststellen, dazu müsste man z.B. für jede einzelne Testperson beide Ergebnisse kennen. Deshalb ist es unzulässig zu behaupten, dass bei allen von der Krankheit betroffenen Personen „Bollibrin“ das wirksamere Medikament ist. <u>Bemerkung:</u> *Die sehr geringe Stichprobengröße von 200 Personen lässt eigentlich zuverlässige statistische Schlüsse auch auf die erste Frage kaum zu. Dies festzustellen, wird von den Schülerinnen und Schülern nicht erwartet, sollte aber ggf. natürlich positiv bewertet werden. Das Gleiche gilt für andere sinnvolle kritische Würdigungen der Daten.*		3	3
e)	Die Wahrscheinlichkeit für Frau Meyer, an einem beliebig ausgewählten Tag Kopfschmerzen zu bekommen, beträgt $\frac{1}{30}$. Die Gegenwahrscheinlichkeit ist $p = \frac{29}{30}$. Die Wahrscheinlichkeit, an beliebig ausgewählten aufeinander folgenden 180 Tagen keine Kopfschmerzen zu bekommen, beträgt wegen der angenommenen Unabhängigkeit $p^{180} \approx 0,0022$.		2	2
	Insgesamt 22 BWE	8	9	5

Bewertung:

Bewertungseinheiten	Note
≥ 90	1
≥ 85	1–
≥ 80	2+
≥ 75	2
≥ 70	2–
≥ 65	3+
≥ 60	3
≥ 55	3–
≥ 50	4+
≥ 45	4
≥ 40	4–
≥ 33	5+
≥ 26	5
≥ 19	5–
< 19	6