Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Schule und Berufsbildung

Abschlussprüfung zum Realschulabschluss
Schuljahr 2010/2011

6. Mai 2011

Mathematik

Aufgabensatz – HAUPTTERMIN

Unterlagen für die Lehrerinnen und Lehrer

Diese Unterlagen sind nicht für die Prüflinge bestimmt.

Diese Unterlagen enthalten:

1 Allgemeines
2 Hinweise für die Auswahl der Aufgaben
3 Hinweise zum Korrekturverfahren
4 Aufgaben, Erwartungshorizonte und die Bewertung für jede Aufgabe

1 Allgemeines

- Weisen Sie bitte die Schülerinnen und Schüler auf die allgemeinen Arbeitshinweise am Anfang der Schülermaterialien hin.
- Die Schülerinnen und Schüler kennzeichnen ihre Unterlagen mit ihrem Namen.
- Die Arbeitszeit beträgt **insgesamt 135 Minuten**. Für den ersten Prüfungsteil (Aufgabe I, ohne Taschenrechner und ohne das Formelblatt) stehen bis zu 45 Minuten zur Verfügung, für den zweiten Prüfungsteil (3 Aufgaben aus den Aufgaben II, III, IV, V) steht nach Abgabe des bearbeiteten ersten Prüfungsteils der verbleibende Rest der Arbeitszeit zur Verfügung.
- Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar, nicht grafikfähig), Formelblatt, Rechtschreiblexikon.

2 Aufgabenauswahl

Die Prüfungsleitung

- erhält **fünf** Aufgaben (**I, II, III, IV, V**).
  Aufgabe I ist von allen Prüflingen verbindlich zu bearbeiten.
- wählt unter Beteiligung der ersten Fachprüferin bzw. des ersten Fachprüfers aus den Aufgaben **II bis V** weitere **drei** Aufgaben aus.

Der Prüfling

- erhält beide Prüfungsteile (**Aufgabe I** sowie die **drei von der Prüfungsleitung ausgewählten Aufgaben**) ohne Taschenrechner und ohne das Formelblatt in die Hand. Eine Einlesezeit von bis zu 20 Minuten kann gewährt werden. In dieser Zeit darf noch nicht mit der Bearbeitung der Aufgaben begonnen werden. Die Aufgabe I ist auf den Aufgabenblättern zu bearbeiten.
- erhält bei Abgabe der bearbeiteten Aufgabe I seinen Taschenrechner und das Formelblatt und bearbeitet die von der Prüfungsleitung ausgewählten Aufgaben auf Extrablättern.
- ist verpflichtet, jeweils die Vollständigkeit der vorgelegten Aufgaben vor Bearbeitungsbeginn zu überprüfen (Anzahl der Blätter, Anlagen usw.).

3 Korrekturverfahren

Die **Erstkorrektur** erfolgt durch die Fachlehrkraft der jeweiligen Klasse /des jeweiligen Kurses entsprechend der „Richtlinie für die Korrektur und Bewertung der Prüfungsarbeiten in den Hauptschul- und Realschulabschlussprüfungen“ sowie dem „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

- Die Erstkorrektur erfolgt in **roter** Farbe.
- Auf der Arbeit werden in Form von Randbemerkungen Korrekturzeichen angebracht. Kennzeichnungen und Anmerkungen, die die Vorzüge und Mängel der Aufgabenlösung verdeutlichen, zählen zu den Korrekturen.
- Bewertung und Benotung erfolgen auf einem gesonderten Blatt (s. Anlagen S. 4 und 5).
- Die Noten werden kurs- bzw. klassenweise in Listen eingetragen.
- Zu den Zeitvorgaben, Warnmeldungen und dem weiteren Verlauf des Verfahrens siehe den „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

Die **Zweitkorrektur** erfolgt durch eine Lehrkraft der gleichen Schule. Der Zweitkorrektor erhält die Prüfungsarbeiten mit den Randbemerkungen der Erstkorrektur sowie den zu den Aufgaben zugehörigen Lösungsvorschlägen, Erwartungshorizonten und Bewertungsschemata. Der Zweitkorrektor kennt lediglich die Korrekturen des Erstkorrektors, nicht jedoch dessen Bewertung und Benotung.

- Die Zweitkorrektur erfolgt in **grüner** Farbe.
- Auf der Arbeit werden in Form von Randbemerkungen Korrekturzeichen angebracht, soweit der Zweitkorrektor von der Erstkorrektur abweichende Korrekturen für nötig hält. Hält der Zweitkorrektor eine Erstkorrektur für unrichtig oder unangemessen, klammert er diese ein. Kennzeichnungen und Anmerkungen, die die Vorzüge und Mängel der Aufgabenlösung verdeutlichen, zählen zu den Korrekturen.
- Bewertung und Benotung erfolgen auf einem gesonderten Blatt (s. Anlagen S. 4 und 5).
- Die Noten werden in kurs- bzw. klassenweise in Listen eingetragen.
- Zu den Zeitvorgaben, Warnmeldungen und dem weiteren Verlauf des Verfahrens siehe den „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

4 Aufgaben, Erwartungshorizonte und Bewertungen

Erwartungshorizont:

Kursiv gedruckte Passagen sind Hinweise an die korrigierenden Lehrkräfte. Sie sind nicht Bestandteile der erwarteten Schülerleistung.

Die Lösungsskizzen in den Erwartungshorizonten zu den einzelnen Aufgaben geben Hinweise auf die erwarteten Schülerleistungen. Oft sind aber verschiedene Lösungsvarianten möglich, die in der Skizze nur zum Teil beschrieben werden konnten. Grundsätzlich gilt deshalb, dass alle Varianten, die zu richtigen Lösungen führen, mit voller Punktzahl bewertet werden, unabhängig davon, ob die gewählte Variante in der Lösungsskizze aufgeführt ist oder nicht.

Bewertung:

Die erreichbare Prüfungsleistung beträgt 100 Bewertungseinheiten (BWE), 34 BWE aus der Pflichtaufgabe I sowie jeweils 22 BWE aus drei der Aufgaben II, III, IV, V. Es werden nur ganzzahlige BWE vergeben. Bei der Festlegung der Prüfungsnote gilt die folgende Tabelle.

Bewertungseinheiten	Bewertung	
	Realschule	Gesamtschule
≥ 90	1	B 2
≥ 85	1–	B 2–
≥ 80	2+	B 3+
≥ 75	2	B 3
≥ 70	2–	B 3–
≥ 65	3+	B 4+
≥ 60	3	B 4
≥ 55	3–	B 4–
≥ 50	4+	A 2+
≥ 45	4	A 2
≥ 40	4–	A 2–
≥ 33	5+	A 3
≥ 26	5	A 4
≥ 19	5–	A 5
< 19	6	A 6

Bewertungskriterien für die Noten „gut“ und „ausreichend“:

Die Note 2 („gut“) wird erteilt, wenn annähernd vier Fünftel (mindestens 75 %) der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden sind. Dabei muss die Prüfungsleistung in ihrer Gliederung, in der Gedankenführung, in der Anwendung fachmethodischer Verfahren sowie in der fachsprachlichen Artikulation den Anforderungen voll entsprechen. Ein mit „gut“ beurteiltes Prüfungsergebnis setzt voraus, dass neben Leistungen in den Anforderungsbereichen I und II auch Leistungen im Anforderungsbereich III erbracht werden.

Die Note 4 („ausreichend“) wird erteilt, wenn annähernd die Hälfte (mindestens 45 %) der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden ist. Dazu muss mindestens eine Teilaufgabe, die Anforderungen im Bereich II aufweist, vollständig und weitgehend richtig bearbeitet werden.

Bei erheblichen Mängeln in der sprachlichen Richtigkeit ist die Bewertung der schriftlichen Prüfungsleistung je nach Schwere und Häufigkeit der Verstöße um bis zu einer Note herabzusetzen. Dazu gehören auch Mängel in der Gliederung, Fehler in der Fachsprache, Ungenauigkeiten in Zeichnungen sowie falsche Bezüge zwischen Zeichnungen und Text.

Realschulabschlussprüfung 2011 **Erstkorrektor**

Fach: Mathematik

Aufgaben-nummer ↓	BWE je Teilaufgabe (nicht verwendete Felder bitte durchstreichen)							BWE pro Aufgabe ↓
I	Von 34 BWE wurden erreicht ➔							
II	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	
III	a)	b)	c)	d)	e)			
IV	a)	b)	c)	d)	e)	f)		
V	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	
							Summe der BWE ➔	

Bewertungstext

Note ➔	

Dieser Bogen kann auch aus dem Internet unter **www.hera.bbs.hamburg.de** mit dem Anmeldenamen **abschluss** und dem Passwort **pruefung** zum rechnergestützten Ausfüllen heruntergeladen werden.

Realschulabschlussprüfung 2011 **Zweitkorrektor**

Fach: Mathematik

Aufgaben-nummer ↓	BWE je Teilaufgabe (nicht verwendete Felder bitte durchstreichen)							BWE pro Aufgabe ↓
I	Von 34 BWE wurden erreicht ➔							
II	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	
III	a)	b)	c)	d)	e)			
IV	a)	b)	c)	d)	e)	f)		
V	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	
							Summe der BWE ➔	

Bewertungstext

Note ➔	

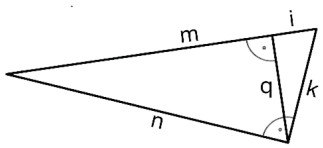
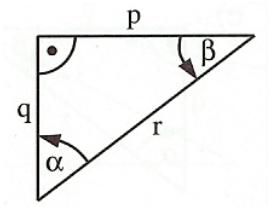
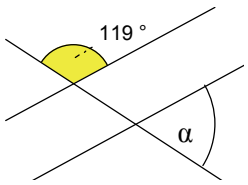
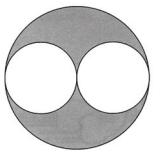
Dieser Bogen kann auch aus dem Internet unter **www.hera.bbs.hamburg.de** mit dem Anmeldenamen **abschluss** und dem Passwort **pruefung** zum rechnergestützten Ausfüllen heruntergeladen werden.

Name: _____ Klasse: _____

Aufgabe I – ohne Taschenrechner (34P)

1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Überlege und schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte „Lösung“. Eine Begründung wird nicht verlangt. (23P)

	Aufgabe	**A**	**B**	**C**	**D**	**Lösung**
a)	Welche Zahl ist die größte?	7,007	7,707	7,700	7,070	
b)	$\frac{1}{4} =$	0,14	0,25	2,5 %	$\frac{4}{8}$	
c)	2,5 cm² =	2,5 mm²	25 mm²	250 mm²	2 500 mm²	
d)	$\frac{4}{5} + \frac{2}{15} =$	$\frac{6}{20}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{14}{15}$	
e)	Es ist 23:46 Uhr. Wie lautet die Uhrzeit 1 Stunde und 22 Minuten später?	0:56 Uhr	1:08 Uhr	0:08 Uhr	1:18 Uhr	
f)	2,003 – 1,0003 =	0,997	2,0037	1,0037	1,0027	
g)	$\frac{1}{8}$ km =	80 m	800 m	125 m	12,5 m	
h)	7 kg + 59 g =	7,59 kg	759 g	7 059 g	7 590 g	
i)	$8{,}02 \cdot 0{,}2 =$	0,1604	16,04	1,604	1,640	
j)	$8x + 16 =$	$8(x+16)$	$4(4x+12)$	$2(4x+10)$	$8(x+2)$	
k)	25 % eines Geldbetrages sind 10 €. Gib den Geldbetrag an.	25 €	40 €	2,50 €	4 €	
l)	<u>Nicht</u> richtig ist, dass	jedes Quadrat auch ein Rechteck ist.	jedes Rechteck auch ein Parallelogramm ist.	jedes Quadrat auch ein Viereck ist.	jedes Parallelogramm auch ein Rechteck ist.	
m)	Das Volumen eines Quaders soll verdoppelt werden. Dann	genügt es, die Höhe des Quaders zu verdoppeln.	genügt es, die Höhe <u>und</u> die Breite des Quaders zu verdoppeln.	müssen Länge, Breite und Höhe des Quaders verdoppelt werden.	genügt es, die Länge und die Breite zu verdoppeln.	

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
n)	 Welche Behauptung stimmt?	$k^2 + m^2 = n^2$	$n^2 + q^2 = m^2$	$q^2 - k^2 = i^2$	$k^2 - i^2 = q^2$	
o)	 Welche Behauptung stimmt?	$\cos\alpha = \frac{p}{r}$	$\sin\beta = \frac{r}{q}$	$\sin\alpha = \frac{p}{r}$	$\tan\beta = \frac{r}{p}$	
p)	 $\alpha =$	61°	71°	119°	109°	
q)	In 7 gleich gefüllten Tüten befinden sich zusammen 231 Bonbons. Dann sind in 10 Tüten	weniger als 300 Bonbons	genau 300 Bonbons	zwischen 320 und 340 Bonbons	mehr als 350 Bonbons	
r)	Aus einem Kreis wird ein Kreisausschnitt mit einem Winkel von 72° herausgeschnitten. Wie viel % der Kreisfläche sind das?	20 %	80 %	60 %	25 %	
s)	10 m/s =	3,6 km/h	36 km/h	100 km/h	1 000 km/h	
t)	 Der Radius des großen Kreises ist 2 cm. Die graue Fläche beträgt dann	π cm^2	$2 \cdot \pi$ cm^2	$3 \cdot \pi$ cm^2	$4 \cdot \pi$ cm^2	
u)	Eine Hose kostet 75 €. Der Preis wird um 20 % reduziert und nach 10 Tagen wieder um 20 % erhöht. Die Hose kostet dann	75 €	45 €	72 €	20 €	

	Aufgabe	**A**	**B**	**C**	**D**	**Lösung**
v)	Ein Würfel hat ein Volumen von 125 cm³. Seine Oberfläche beträgt	125 cm²	750 cm²	150 cm²	225 cm²	
w)	Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit einem normalen Spielwürfel eine Augenzahl ≥ 2 zu würfeln?	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{5}{6}$	

2. Bestimme die Lösung(en) der Gleichungen. (4P)

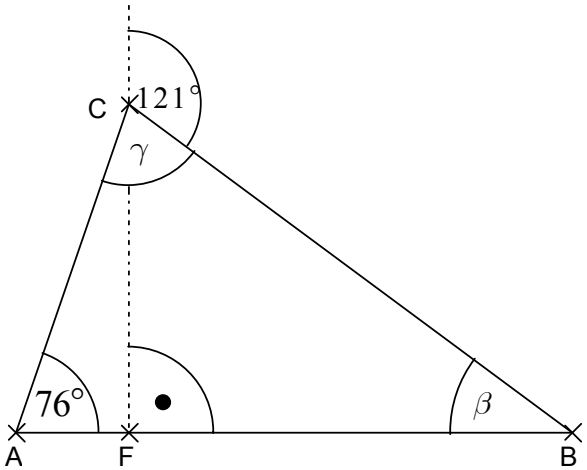
a) $5x - (7x - 20) = 48$

b) $\frac{1}{x^2} = 9$

c) $4x^2 + 100 = 40x$

3. Bestimme das Alter der folgenden 3 Personen. (3P)
Jennifer und ihr zwei Jahre älterer Bruder Maik sind zusammen 32 Jahre alt.
Der Vater ist 3-mal so alt wie Jennifer.

4. Bestimme die Größe der Winkel β und γ im Dreieck *ABC*. (2P)

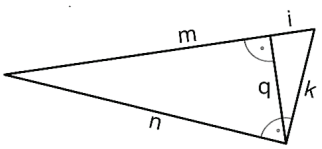
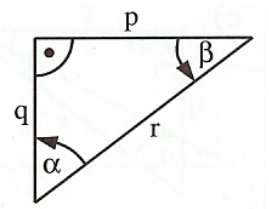
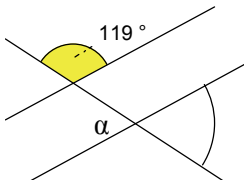
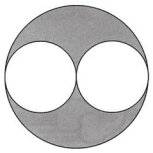


5. In einer Urne befinden sich 8 Kugeln: 4 rote, 3 blaue und 1 grüne. (2P)
Bestimme die Wahrscheinlichkeit, beim zweimaligen Ziehen einer Kugel <u>ohne Zurücklegen</u> zwei gleichfarbige Kugeln zu ziehen.

Erwartungshorizont

Aufgabe I – ohne Taschenrechner

	Lösungsskizze			Zuordnung, Bewertung		
	Aufgabe	**Lösung**	**Buchstabe**	I	II	III
a)	Welche Zahl ist die größte?	7,707	**B**	1		
b)	$\frac{1}{4} =$	0,25	**B**	1		
c)	2,5 cm² =	250 mm²	**C**	1		
d)	$\frac{4}{5} + \frac{2}{15} =$	$\frac{14}{15}$	**D**	1		
e)	Es ist 23:46 Uhr. Wie lautet die Uhrzeit 1 Stunde und 22 Minuten später?	1:08 Uhr	**B**	1		
f)	2,003 – 1,0003 =	1,0027	**D**	1		
g)	$\frac{1}{8}$ km =	125 m	**C**	1		
h)	7 kg + 59 g =	7 059 g	**C**	1		
i)	$8{,}02 \cdot 0{,}2 =$	1,604	**C**	1		
j)	$8x + 16 =$	$8(x+2)$	**D**		1	
k)	25 % eines Geldbetrages sind 10 €. Gib den Geldbetrag an.	40 €	**B**		1	
l)	<u>Nicht</u> richtig ist, dass	jedes Parallelogramm auch ein Rechteck ist.	**D**		1	
m)	Das Volumen eines Quaders soll verdoppelt werden. Dann	genügt es, die Höhe zu verdoppeln.	**A**		1	

	Lösungsskizze			Zuordnung, Bewertung		
	Aufgabe	**Lösung**	**Buchstabe**	I	II	III
n)	 Welche Behauptung stimmt?	$k^2 - i^2 = q^2$	**D**		1	
o)	 Welche Behauptung stimmt?	$\sin\alpha = \frac{p}{r}$	**C**		1	
p)	 $\alpha =$	61°	**A**		1	
q)	In 7 gleich gefüllten Tüten befinden sich zusammen 231 Bonbons. Dann sind in 10 Tüten	zwischen 320 und 340 Bonbons	**C**		1	
r)	Aus einem Kreis wird ein Kreisausschnitt mit einem Winkel von 72° herausgeschnitten. Wie viel % der Kreisfläche sind das?	20 %	**A**		1	
s)	10 m/s =	36 km/h	**B**			1
t)	 Der Radius des großen Kreises ist 2 cm. Die graue Fläche beträgt dann	2π cm²	**B**			1
u)	Eine Hose kostet 75 €. Der Preis wird um 20 % reduziert und nach 10 Tagen wieder um 20 % erhöht. Die Hose kostet dann	72 €	**C**			1

	Lösungsskizze			Zuordnung, Bewertung		
	Aufgabe	**Lösung**	**Buchstabe**	I	II	III
v)	Ein Würfel hat ein Volumen von 125 cm³. Seine Oberfläche beträgt	150 cm²	**C**			1
w)	Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit einem normalen Spielwürfel eine Augenzahl ≥ 2 zu würfeln?	$\frac{5}{6}$	**D**		1	
2.	a) $5x-(7x-20)=48$ $5x-7x+20=48$ $-2x=28$ $x=-14$				1	
	b) $\frac{1}{x^2}=9 \Leftrightarrow 9x^2=1 \Leftrightarrow x^2=\frac{1}{9}$ $x_1=\frac{1}{3}$ und $x_2=-\frac{1}{3}$				1	
	c) $4x^2+100=40x$ $x^2-10x+25=0$ $(x-5)^2=0$ $x-5=0$ $x=5$				2	
3.	Sei x das Alter von Jennifer, dann ist ihr Bruder $x + 2$ Jahre alt. Nun gilt: $x + (x + 2) = 32 \Rightarrow x = 15$, also ist Jennifer 15 Jahre alt. $x + 2 = 17$, also ist Maik 17 Jahre alt. Alter des Vaters: $3 \cdot 15 = 45$; der Vater ist demnach 45 Jahre alt.				1	2
4.	Berechnung der Winkelgrößen von β und γ: Winkelsummensatz im Dreieck *BCF*: $\beta = 180° - 90° - (180° - 121°) = 31°$ Winkelsummensatz im Dreieck *ABC*: $\gamma = 180° - 76° - 31° = 73°$				1	1
5.	Möglich sind: 2 rote oder 2 blaue Kugeln. P(2 gleichfarbige Kugeln) $=\frac{4}{8}\cdot\frac{3}{7}+\frac{3}{8}\cdot\frac{2}{7}=\frac{12}{56}+\frac{6}{56}=\frac{18}{56}=\frac{9}{28}$				2	
	Insgesamt 34 BWE			9	18	7

Name: _____ Klasse: _____

Aufgabe II – Idee der Zahl und des Messens

Airbus A 380 (22P)

Der durchschnittliche Preis für ein Flugzeug des Typs Airbus A 380 beträgt 327,4 Millionen US-Dollar ($).

a) Bestimme den Gesamtpreis in $, den die Deutsche Lufthansa für den Kauf von 15 Flugzeugen A 380 bezahlen muss. (3P)

Der durchschnittliche Wechselkurs des Dollar ($) im Jahre 2010 betrug 1,3948 $ für 1 €.

b) Bestimme den Preis eines A 380 in €. (2P)

Der Airbus A 380 der Lufthansa hat 526 Sitzplätze und sollte aufgrund einer Wirtschaftlichkeitsberechnung mit durchschnittlich 78 % der Plätze pro Flug besetzt sein.

c) Gib an, wie viele Flugtickets pro Flug verkauft werden müssen, damit die Lufthansa mit dem A 380 wirtschaftlich fliegt. (2P)

Lufthansa denkt über eine neue Flugverbindung von Berlin (Deutschland) nach Kapstadt (Südafrika) nach. Man geht bei der Berechnung des Preises für ein Flugticket von einer geschätzten Flugstrecke von 10 000 km aus. Bei einem Flug entstehen durch jeden Passagier direkte Kosten (Treibstoff, Essen, etc.), welche mit 0,065 € pro km angegeben werden.

d) Bestimme die direkten Kosten für einen Flug von Berlin nach Kapstadt, wenn der Airbus zu 78 % besetzt ist. (2P)

e) Gib eine Gleichung für die direkten Kosten K in Abhängigkeit von der Entfernung x (in km) und der Anzahl y der Passagiere an. (2P)

Zusätzlich fallen indirekte Kosten an (Kauf der Flugzeuge, Verwaltung etc.). Allgemein werden zur Berechnung der Gesamtkosten bei einer Auslastung von 78 % die direkten Kosten mit dem 1,8-fachen multipliziert.

f) Beurteile durch Rechnung, ob ein durchschnittlicher Flugticketpreis von 1 554 € bei der angegebenen Auslastung im A 380 kostendeckend ist. (4P)

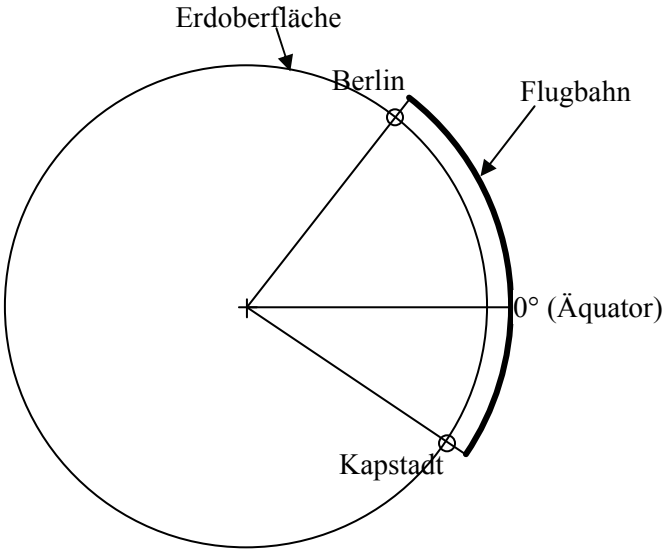
Für die Flugstrecke Berlin - Kapstadt ist eine genauere Streckenberechnung nötig, bei der auch die Krümmung der Erde (Erdumfang ≈ 40 000 km) sowie die Flughöhe von 12 000 m berücksichtigt werden sollen. Beide Städte liegen auf einem ähnlichen Längenkreis, jedoch auf verschiedenen Breitenkreisen. Berlin auf ≈ 52,5° nördlicher Breite und Kapstadt auf ≈ 33,5° südlicher Breite.

g) Ergänze in der Zeichnung (s. Anhang) die angegebenen Winkel, die Flughöhe und den von dir zu berechnenden Erdradius (gerundet auf km) und bestimme die Länge der Flugbahn von Berlin nach Kapstadt. (7P)

Name: _____ Klasse: _____

Anlage zur Aufgabe „Airbus A 380“, Aufgabenteil g)

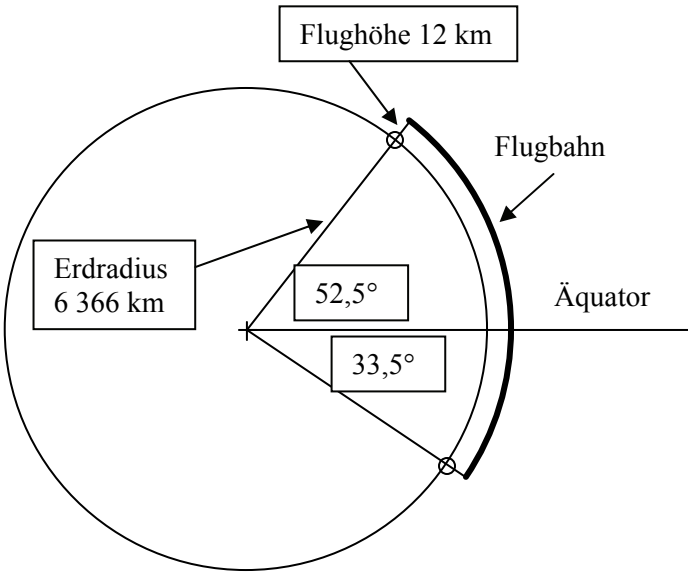
In die Skizze einzutragen sind die Größen der beiden Winkel, die Größe des Erdradius‘ und die der Flughöhe.



Modell der Erde (nicht maßstabsgetreu)

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
a)	$327\,400\,000\text{ €} \cdot 15 = 4\,911\,000\,000\text{ €}$ Der Gesamtpreis beträgt 4 911 000 000 $.	3		
b)	$(4\,911\,000\,000 : 1{,}3948) : 15 \approx 234\,728\,993$ oder 327,4 : 1,3948 ≈ 234,7 Der Preis eines Airbus A 380 beträgt etwa 234,7 Mio. €.	2		
c)	$526 \cdot 0{,}78 = 410{,}28$. Der Airbus A 380 sollte im Durchschnitt mit 411 Passagieren besetzt sein, es sollten also durchschnittlich 411 Flugtickets verkauft werden. *Die (korrekte) mathematische Rundung würde hier zu einem falschen Ergebnis (410) führen, da „wirtschaftliches Fliegen“ mehr als 410 Fluggäste im Mittel bedeutet.* *Für diesen Fall 1 Punkt Abzug.*	2		
d)	$10\,000 \cdot 411 \cdot 0{,}065 = 267\,150$ Bei 78 %-iger Auslastung entstehen direkte Kosten von 267 150 € pro Flug Berlin-Kapstadt. *Alternative Rechnung:* $10\,000 \cdot 0{,}065 \cdot 526 \cdot 0{,}78 = 266\,682$		2	
e)	$K = x \cdot y \cdot 0{,}065$		2	
f)	Aus d) ergeben sich direkte Kosten von 267 150 € pro Flug. Einschließlich der indirekten Kosten betragen die Gesamtkosten pro Flug $267\,150\text{ €} \cdot 1{,}8 = 480\,870\text{ €}$, pro Passagier also $480\,870\text{ €} : 411 = 1170\text{ €}$. Der Gewinn der Lufthansa pro Ticket würde 1 554 € − 1 170 € = 384 € betragen. Der Flugpreis wäre mehr als nur kostendeckend. *Alternative:* Kosten pro Passagier: $10\,000 \cdot 0{,}065 \cdot 1{,}8\text{ €} = 1170\text{ €}$. Einnahme pro Passagier: 1 554 €. Der Flugpreis ist mehr als kostendeckend. *Andere Lösungswege sind möglich.*		4	

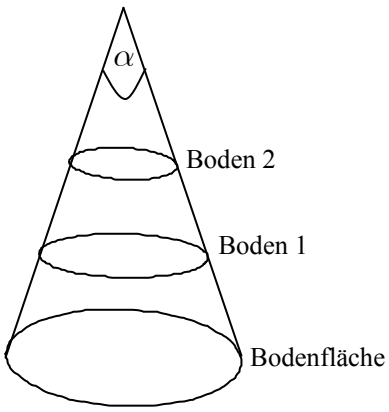
	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
g)				
	Berechnung des Erdradius‘ gilt: $U = 2\pi \cdot r$ $r = \frac{U}{2\pi}$ $r = \frac{40000}{2\pi} \approx 6\,366$		2 2	
	Einzutragen sind 2 Winkel, der Erdradius und die Flughöhe (2 Punkte) *Für jede Lücke bzw. Fehler 1 Punkt Abzug.* Berechnung der Länge der Flugstrecke über die Formel zur Bogenlänge: $\frac{\pi \cdot r_1 \cdot \alpha}{180°} = \frac{\pi \cdot (6\,366 + 12) \cdot (52{,}5° + 33{,}5°)}{180°}$ $= \frac{\pi \cdot 6378 \cdot 86°}{180°}$ $\approx 9\,573$ Die Flugstrecke Berlin-Kapstadt beträgt ca. 9 570 km. *Auch gerundete Werte in der Nähe des obigen Wertes sollten als Lösung anerkannt werden.* *Bemerkung: Das Wesentliche dieses Aufgabenteils ist die Berücksichtigung der Erdkrümmung. Die hier auch berücksichtigte Flughöhe von 12 km führt nur zu einer unwesentlichen Verlängerung der Flugstrecke. Dies festzustellen wird aber nicht erwartet.*			3
	Insgesamt 22 BWE	7	12	3

Name: _____ Klasse: _____

Aufgabe III – Idee von Raum, Form und des Messens

Schaukasten (22P)

Eine Firma möchte bei der Messe „Du und deine Welt" ihre Produkte auffällig präsentieren. Sie haben sich für kegelförmige Acrylglasschaukästen mit zwei eingezogenen Böden entschieden (siehe Abbildung rechts).



Die kegelförmigen Schaukästen sollen folgende Maße haben:

Durchmesser der Bodenfläche: 1,70 m

Gesamthöhe: 2,50 m

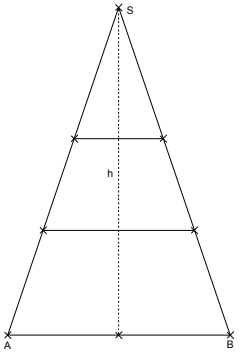
Boden 1 in einer Höhe von 0,80 m

Boden 2 in einer Höhe von 1,50 m

a) Berechne den Flächeninhalt der Bodenfläche des Kegels. (3P)

b) Zeichne in der Anlage einen maßstabsgetreuen Schnitt durch den Kegel (siehe Abbildung rechts) mit dem Maßstab 1 : 20.

Beschrifte deine Zeichnung mit den gegebenen Längenmaßen. (4P)



Um den Materialverbrauch zu bestimmen, müssen die Flächeninhalte für die Kreisscheiben der Böden berechnet werden.

c) Bestätige, dass die eingezogenen Böden folgende Durchmesser haben:

Boden 1: $d_1 \approx 1{,}16$ m

Boden 2: $d_2 = 0{,}68$ m hat.

Berechne danach die Gesamtfläche für <u>beide</u> Böden.
Hinweis: Die Dicke der Böden bleibt unbeachtet. (6P)

Zur Bestimmung der Materialmenge benötigt der Hersteller außerdem den Flächeninhalt des Mantels des Kegels.

d) Berechne den Flächeninhalt des Kegelmantels. (5P)

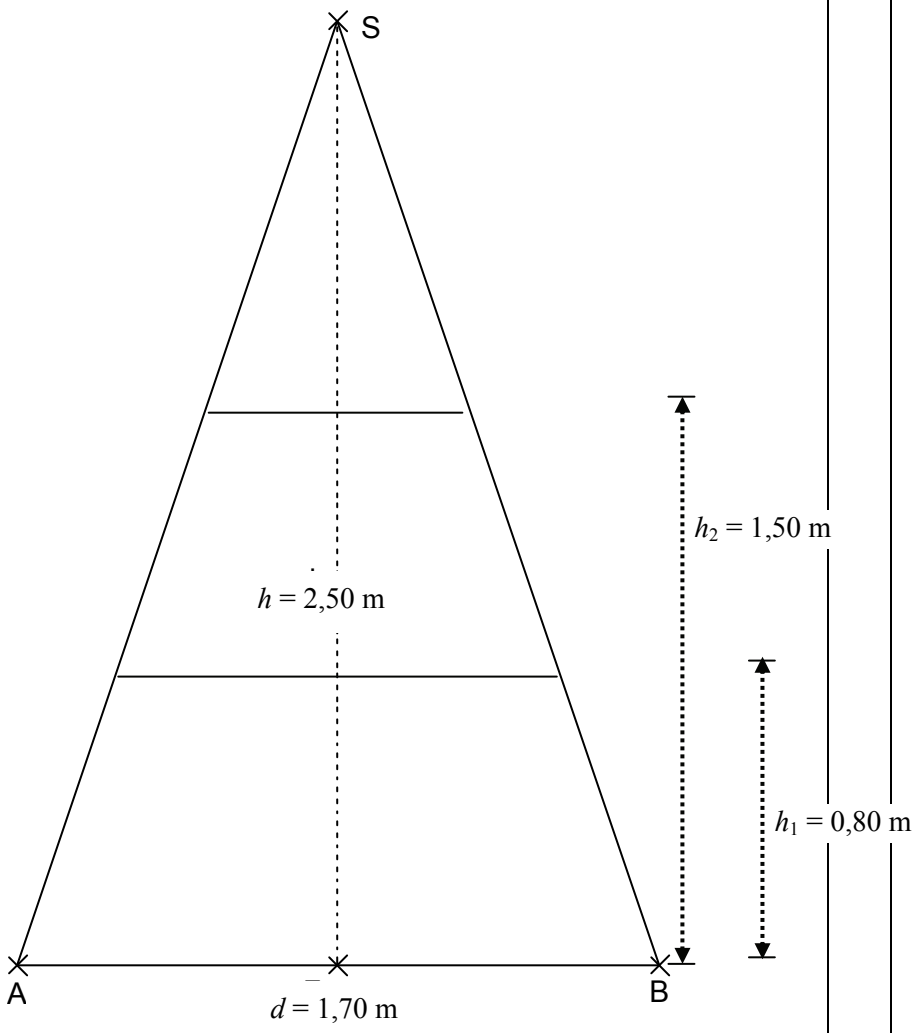
Ein solcher Kegel wird ohne Naht gegossen. Für die Herstellung des Körpers ist es sinnvoll, den Winkel α an der Spitze des Kegels (siehe Abb. oben) zu kennen.

e) Berechne die Winkelgröße von α. Fertige dazu eine hilfreiche Skizze an. (4P)

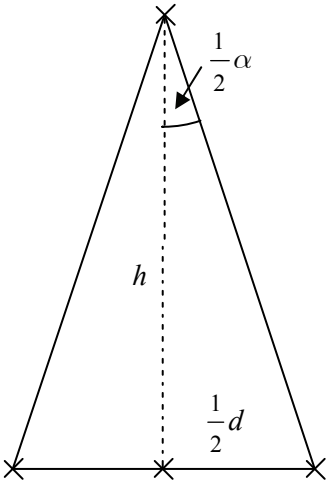
Name: _____ Klasse: _____

Anlage zur Aufgabe „Schaukasten“, Aufgabenteil b)

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung I	II	III
a)	Da der Kegel den Außendurchmesser von 1,70 m hat, entspricht dies auch den Ausmaßen der Stellfläche. $A_{Kreis} = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2$ $A_{Kreis} = \pi \cdot 0{,}85^2 = 2{,}269... \approx 2{,}27$ Die Bodenfläche des Kegels hat einen Flächeninhalt von ca. 2,27 m².	3		
b)	Durchmesser der Grundfläche (1,70 m) entspricht in der Zeichnung: 8,5 cm Höhe (2,50 m) entspricht in der Zeichnung: 12,5 cm Höhe von Boden 1: 4 cm; Höhe von Boden 2: 7,5 cm  Zulässige Toleranz: ± 1 mm	4		

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
c)	<u>Durchmesser von Boden 1:</u> Nach dem Strahlensatz gilt: $\frac{d_1}{1,7} = \frac{1,7}{2,5}$ $d_1 = \frac{2,89}{2,5} = 1,156 \approx 1,16$ <u>Durchmesser von Boden 2:</u> Nach dem Strahlensatz gilt: $\frac{d_2}{1,7} = \frac{1}{2,5}$ $d_1 = \frac{1,7}{2,5} = 0,68$		2	
	Die zugehörigen Kreisflächen betragen: $A_1 = \pi \cdot r_1^2 \approx 1,06\,\text{m}^2$. Wird mit dem genauen Wert 1,156 für d gerechnet, erhält man: $A_1 = \pi \cdot r_1^2 = 1,0495... \approx 1,05\ \text{m}^2$. $A_2 = \pi \cdot r_2^2 \approx 0,36\,\text{m}^2$.		2	
	Insgesamt beträgt die Summe der Flächeninhalte der beiden Böden ca. 1,42 m^2 (bzw. 1,41 m²).		2	
d)	Die Formel für die Mantelfläche eines Kegels lautet: $M = \pi \cdot r \cdot s$. Für die Mantellinie s gilt: $s^2 = r^2 + h^2$ $s^2 = 0,85^2 + 2,5^2$ $s = \sqrt{0,85^2 + 2,5^2} = 2,640... \approx 2,64$		3	
	Einsetzen in die Formel der Mantelfläche ergibt $M = \pi \cdot r \cdot s = \pi \cdot 0,85 \cdot 2,64 = 7,049... \approx 7,05$ Der Flächeninhalt des Mantels beträgt also etwa 7,05 m².		2	

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
e)	 Aus der Skizze ergibt sich: $\tan(\frac{1}{2}\alpha) = \frac{\frac{1}{2}d}{h} = \frac{0,85}{2,5} = 0,34$ $\frac{1}{2}\alpha = 18,778... \approx 18,8°$ Der Winkel an der Spitze der Kegel hat die Größe von ca. 37,6°.		1	3
	Insgesamt 22 BWE	7	12	3

Name: _____ Klasse: _____

Aufgabe IV – Idee des funktionalen Zusammenhangs

Radfahrer (22P)

Acht Schülerinnen und Schüler der Klasse 10g erhalten von ihrem Physiklehrer den Auftrag:

„Erstellt Messreihen zu folgendem Experiment:

Jeder von euch fährt mit dem Fahrrad vom Startpunkt 0 eine mindestens 150 m lange annähernd waagerechte Strecke. Aus dem Stand heraus sollst du deine Fahrt möglichst gleichmäßig beschleunigen. An bestimmten Streckenpunkten wird die Zeit gemessen, wenn dieser Punkt mit dem Vorderrad erreicht worden ist.“

Nach Durchführung der Messreihen liegen folgende Daten von Torsten und Hannah vor.

Zeit t, die **Torsten** benötigte	10,1 s	15,9 s	22,9 s	23,8 s	26,7 s	29,5 s
Zurückgelegte Strecke s	20 m	40 m	60 m	80 m	100 m	120 m
Zeit t, die **Hannah** benötigte	11,1 s	17,3 s	22,3 s	25,7 s	28,9 s	31,8 s
Zurückgelegte Strecke g	20 m	40 m	60 m	80 m	100 m	120 m

a) Stelle Torstens Werte im Koordinatensystem in der Anlage grafisch dar. (3P)

Bei der Auswertung der Zeiten, die für Torsten ermittelt wurden, stellen die Schülerinnen und Schüler der Klasse fest, dass <u>ein</u> Zeitwert in dieser Messreihe auffällig ist.

b) Nenne den auffälligen Zeitwert und begründe, warum dieser Wert möglicherweise nicht stimmen kann. (3P)

c) Untersuche anhand der Tabellendaten, ob die Zuordnung „*Zeit $t \rightarrow$ Strecke s*“ für **Torsten** durch die Funktion mit der Gleichung $s(t) = 0{,}14 \cdot t^2$ für $t > 23$ gut beschrieben werden kann.
Ergänze dazu die Wertetabelle in der Anlage und zeichne den Graphen dieser Funktion in das vorgegebene Koordinatensystem. Beurteile die Güte der Gleichung. (4P)

d) Erläutere, warum es bei einem solchen Experiment kaum gelingen wird, <u>alle</u> Messwerte mit <u>genau einer</u> Gleichung zu beschreiben. (2P)

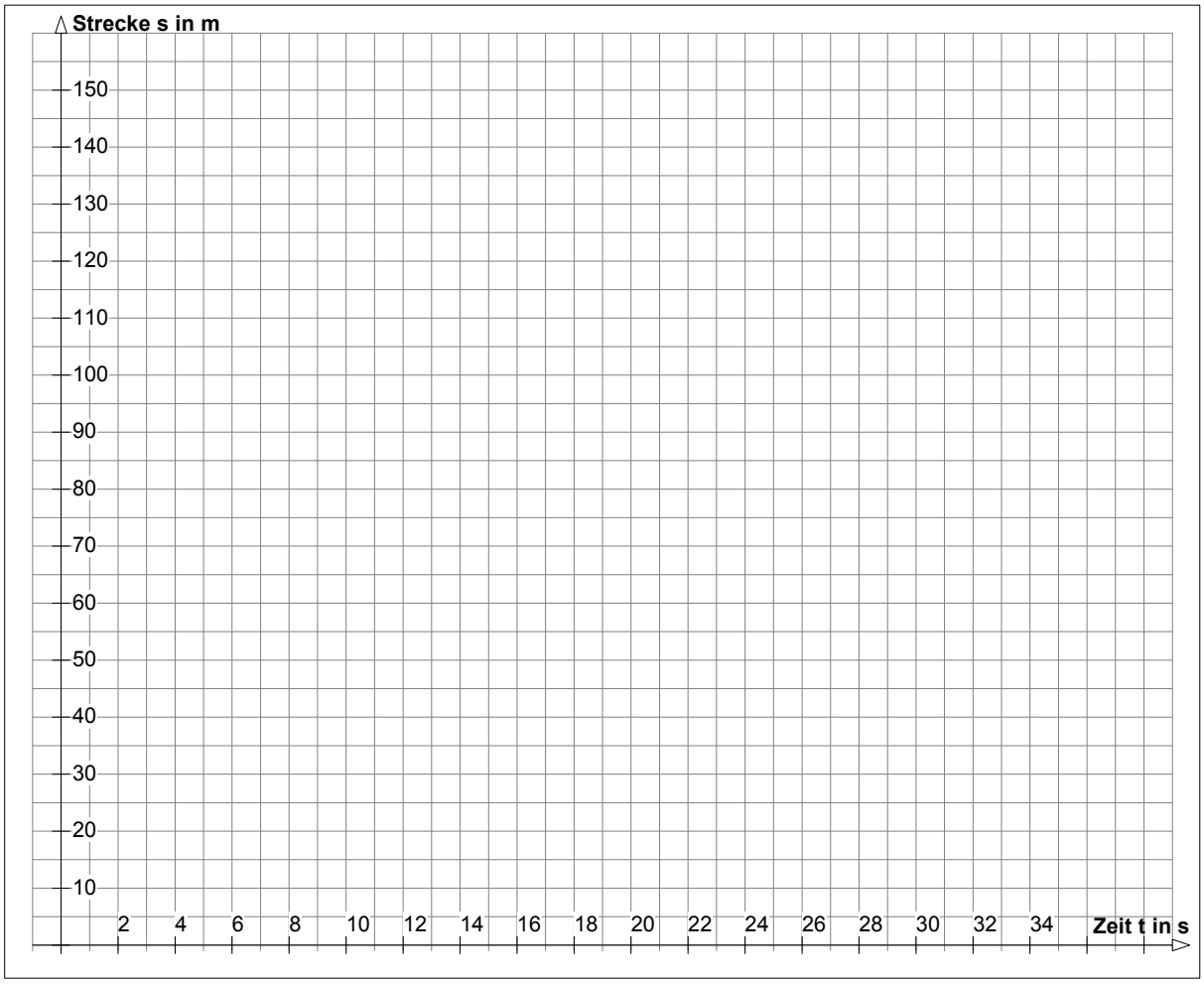
e) Gesucht ist die Gleichung einer Funktion g mit $g(t) = a \cdot t^2$, die **Hannahs** Daten ab dem Messpunkt 80 m hinreichend gut beschreibt. (6P)
Hinweis: Bestimme mithilfe der Tabellenwerte von Hannah (ab 80 m) den Wert für a und runde auf 2 Stellen nach dem Komma.

f) Die beiden Funktionsgleichungen beschreiben die zurückgelegten Strecken von Torsten und Hannah in einem bestimmten Abschnitt recht gut. Begründe, warum z.B. die Funktionsgleichung bei Torstens Daten für einen Zeitwert von z.B. 3 Minuten <u>nicht</u> mehr gültig sein kann. (4P)

Name: _____ Klasse: _____

Anlage zur Aufgabe „Radfahrer“, Aufgabenteile a) und c)

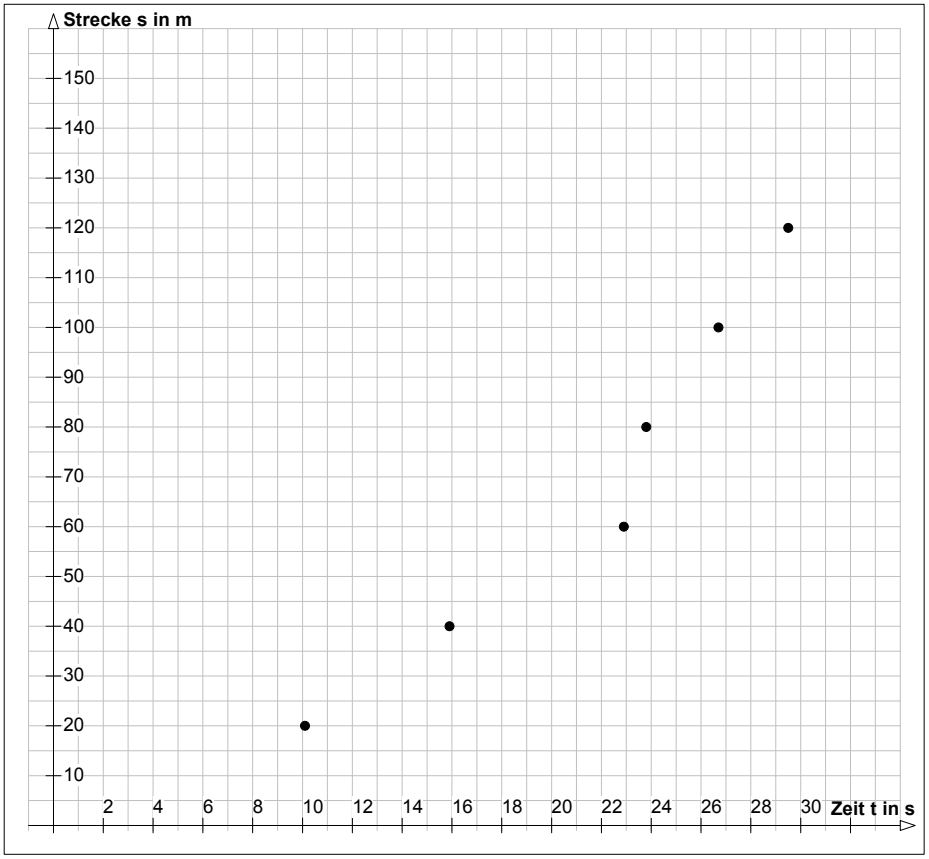
Koordinatensystem für Aufgabenteil a):



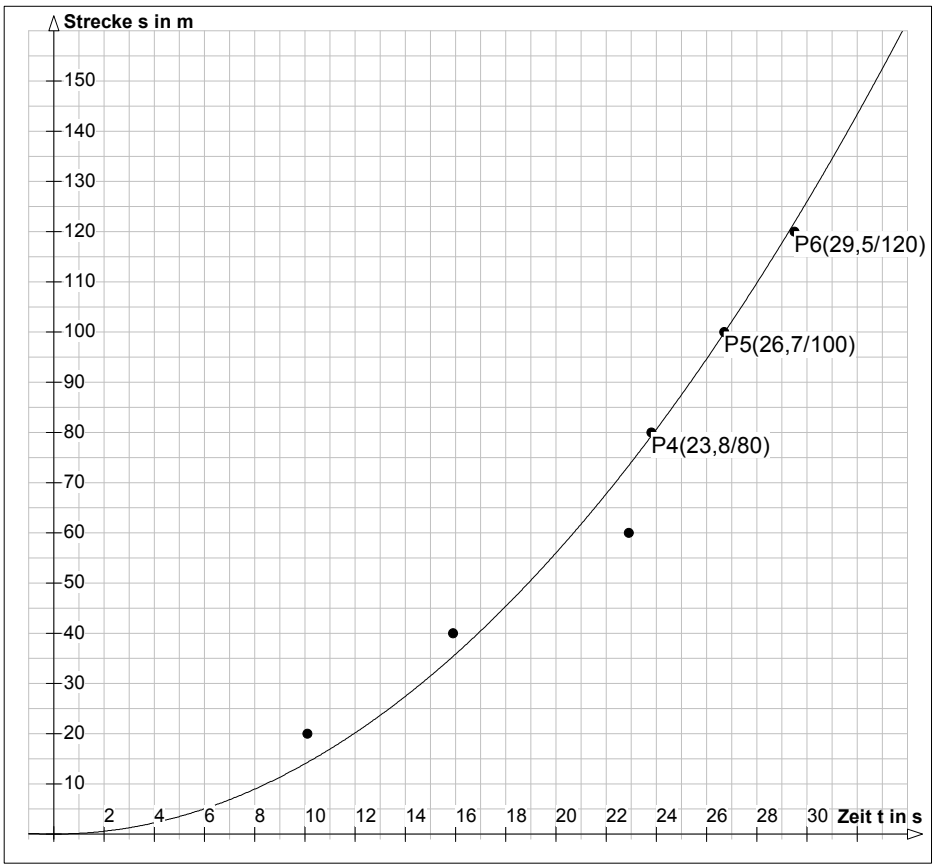
Wertetabelle für Aufgabenteil c):

Zeit *t*, die **Torsten** benötigte	10,1 s	15,9 s	22,9 s	23,8 s	26,7 s	29,5 s
Zurückgelegte Strecke *s*	14,3 m	35,4 m	73,4 m			

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung I	II	III
a)		3		
b)	Der auffällige Zeitwert ist die gemessene Zeit von 22,9 s. Für eine fehlerhafte Messung spricht: 1. Der Zeitunterschied von der 40 m-Markierung bis zur 60 m-Markierung ist größer als zwischen den Markierungen von 20 m zu 40 m, was bei einer zunehmenden Geschwindigkeit nicht auftreten dürfte. 2. Der Zeitunterschied von der 60 m-Markierung bis zur 80 m-Markierung ist zu gering, denn in neun Zehntelsekunden kann ein Zehntklässler auf einer waagerechten Strecke mit einem Fahrrad keine 20 m zurücklegen. (Das wäre eine Durchschnittsgeschwindigkeit von ca. 80 km/h.) 3. Torsten soll gleichmäßig beschleunigen. Eine solche Beschleunigung hat eine Kurve ohne „Beule“. Die Beule würde bedeuten, dass er langsamer und wieder viel schneller und dann wieder langsamer gefahren wäre. *Zur vollständigen Lösung genügt eines der drei Argumente.*	3		

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung I	II	III
c)	Der Nachweis erfolgt über die Zeichnung des zugehörigen Graphen.			



Zeit t	10,1 s	15,9 s	22,9 s	23,8 s	26,7 s	29,5 s
Strecke g	14,3 m	35,4 m	73,4 m	79,3 m	99,8 m	121,8 m
Tatsächliche Strecke g	20 m	40 m	60 m	80 m	100 m	120 m

Zunächst erhält man über die Funktion sehr ungenaue Werte.
Ab dem 4. Messpunkt (80 m) beschreibt die Gleichung Torstens Daten recht gut. — II: 4

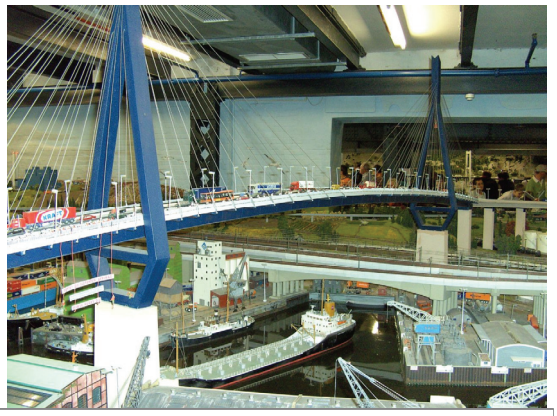
d)	Gerade am Start kann die Fahrt sehr unruhig und ungleichmäßig sein, so dass hier die Werte vom Graphen, der eine idealisierte kontinuierlich gleichmäßige Beschleunigung beschreibt, deutlich abweichen.			2

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
e)	1. Wertepaar (80 m / 25,7 s): $80 = a \cdot 25{,}7^2$, also $a = \frac{80}{25{,}7^2} = 0{,}121... \approx 0{,}12$, 2. Wertepaar (100 m / 28,9 s): $100 = a \cdot 28{,}9^2$, also $a = \frac{100}{28{,}9^2} = 0{,}119... \approx 0{,}12$, 2. Wertepaar (120 m / 31,8 s): $120 = a \cdot 31{,}8^2$, also $a = \frac{120}{31{,}8^2} = 0{,}1186... \approx 0{,}12$. Hannahs Fahrt ab dem Messpunkt 80 m lässt sich hinreichend genau mit der Gleichung $g(t) = 0{,}12 \cdot t^2$ beschreiben.		4	2
f)	3 Minuten entsprechen der Fahrzeit von 180 s. Setzt man diesen Wert in die Funktionsgleichung $s(t) = 0{,}14 \cdot t^2$ ein, so erhält man als zurückgelegte Strecke: $s(t) = 0{,}14 \cdot 180^2 = 4\,536$ m. 4,536 km in 3 min entspricht einer Durchschnittsgeschwindigkeit von ca. 90 km/h (!) mit deutlich höherer Endgeschwindigkeit. Dies ist eine Geschwindigkeit, die nicht einmal von Bahnsprintern erreicht wird. *Andere Begründungen, die darauf verweisen, dass ein ständiges Beschleunigen über 3 Minuten kaum möglich ist, sind denkbar und zuzulassen.*		3	1
	Insgesamt 22 BWE	6	11	5

Name: _____ Klasse: _____

Aufgabe V – Idee der Wahrscheinlichkeit

Miniatur-Wunderland (22P)



Die Besucherattraktion „Miniatur-Wunderland“ in Hamburg bietet den Besuchern einen besonderen Service. Auf der Internetseite des Unternehmens kann man sich über die zu erwartenden Wartezeiten am gewünschten Besuchstag informieren.

Eine Grafik zeigt dabei für jeden Tag des Jahres Erfahrungswerte für die ungefähre Wartezeit eines Besuchers von der Ankunft an der Warteschlange bis zum Ticketkauf und dem dann stattfindenden Einlass.

Familie Mustermann möchte das „Wunderland“ besuchen. Die nebenstehende Grafik gibt die geschätzten Wartezeiten am Besuchstag an.
Beispiel: Bei Ankunft um 10:30 Uhr muss man 60 Minuten in der Schlange stehen.
Das Wunderland hat von 9:30 Uhr bis 19:00 Uhr geöffnet. Dann spätestens muss man die Ausstellungsräume verlassen. Der letzte Einlass ist 1 Stunde vor Schluss.

Die Familie möchte nicht länger als 15 Minuten in der Schlange warten.

a) Nimm an, dass die Grafik genau stimmt, und gib dann alle in der Grafik angezeigten Zeitpunkte an, die für Familie Mustermann in Frage kommen. (3P)

b) Bestimme die maximale Aufenthaltsdauer <u>in den Ausstellungsräumen</u>, wenn sich die Familie um 15:00 Uhr am Ende der Schlange anstellt. (3P)

Am Einlass bei der Kasse können pro Stunde etwa 120 Personen „abgefertigt“ werden, d.h. die Besucher bezahlen und passieren die Sperre.

c) Bestimme die Anzahl der Personen, die um 15 Uhr in der Schlange stehen, und begründe. (2P)

Um 11:30 Uhr und 12:00 Uhr sind nach dieser Grafik die Wartezeiten gleich.

d) Gib eine Schlussfolgerung an, die man daraus ziehen kann, und begründe. (2P)

Familie Mustermann hat es geschafft und die Wartezeit hinter sich gebracht. Nun folgt die Auswahl der Attraktionen. Diese sind über 7 Räume A, B, C, D, E, F, G verteilt. Leider gelingt es ihnen nicht, sich auf eine Besuchsreihenfolge zu einigen. Sie einigen sich, die Reihenfolge auszulosen.

e) Beschreibe ein geeignetes Losverfahren, in dem die Lose die Reihenfolge festlegen. (4P)

f) Bestimme bei deinem Losverfahren die Wahrscheinlichkeit für die Reihenfolge B-A-D bei Eintritt in die Ausstellungsräume. (4P)

Die Familie besteht aus vier Personen. Wer darf zuerst einen bestimmten Raum betreten? Die Tochter Lea schlägt vor, vier Strohhalme zu nehmen, davon einen zu kürzen und die Halme so in der Hand zu halten, dass man nur die äußersten Enden sieht. Dann darf jedes Familienmitglied nacheinander einmal ziehen. Derjenige, der den gekürzten Strohhalm zieht, darf zuerst den vorher ausgelosten Raum betreten. Der Sohn Max sagt nach kurzem Nachdenken: „Dann ziehe ich als Letzter. So ist meine Chance am größten, den Raum als Erster zu betreten.“

g) Beurteile diese Aussage. (4P)

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
a)	Wenn die Familie nicht länger als 15 Minuten warten möchte, muss sie sich um 9:30 Uhr oder in der Zeit von 17:00 Uhr bis 18 Uhr zum Ticketkauf anstellen. *Wenn die Zeiten 9:30 Uhr, 17:00 Uhr, 17.30 Uhr, 18:00 Uhr genannt werden, so soll dies auch als richtig gewertet werden.*	3		
b)	Um 15 Uhr wird eine Wartezeit von 40 Minuten angegeben. Familie Mustermann kann also erst gegen 15:40 Uhr mit dem Eintritt in die Ausstellungsräume rechnen. Da bis 19 Uhr geöffnet ist, verbleiben der Familie maximal 3 Stunden und 20 Minuten für die Besichtigung der Ausstellung.	3		
c)	Um 15 Uhr beträgt die Wartezeit laut Grafik 40 Minuten. In einer Stunde werden etwa 120 Personen abgefertigt, das sind in 40 Minuten $\frac{120 \cdot 40}{60} = 80$ Personen. Um 15 Uhr stehen also 80 Personen in der Schlange.		2	
d)	Da die Wartezeiten gleich sind, und zwar 75 Minuten, sind auch die Warteschlangen zu diesen Zeitpunkten gleich lang und bestehen aus jeweils 150 Personen.		2	
e)	Folgendes Verfahren wäre möglich: Es werden 7 Lose angefertigt, die jeweils mit einem der Buchstaben „A“ bis „G“ beschriftet werden. Anschließend werden die Lose <u>ohne Zurücklegen</u> gezogen. In der Reihenfolge der gezogenen Buchstaben werden die Räume besucht. *Es gibt natürlich noch andere Verfahren, wichtig ist hier, dass ein Verfahren zweifelsfrei mit einer eindeutigen Zuordnung der Reihenfolge, in der die Räume besucht werden, beschrieben wird. Hier sollte es auch deutlich werden, dass bei dem gewählten Verfahren in jeder Runde alle noch zur Verfügung stehenden Räume mit der gleichen Wahrscheinlichkeit ermittelt werden.*		4	

	Lösungsskizze	Zuordnung Bewertung		
		I	II	III
f)	Die Wahrscheinlichkeit, dass als erstes der Raum B gezogen wird, ist $\frac{1}{7}$. In der 2. Losrunde beträgt die Wahrscheinlichkeit, den Raum A zu ziehen $\frac{1}{6}$, da nur noch 6 Räume zur Auswahl stehen. Also besteht in der 3. Runde, nachdem zuerst Raum B und dann Raum A gezogen wurden, für den Raum D als dritten Raum die Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{5}$. Die Wahrscheinlichkeit, die Räume in der Reihenfolge B-A-D zu besuchen, beträgt demnach $\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{210}$. Eine Lösung über ein Baumdiagramm ist auch zulässig.		4	
g)	Hier werden die Strohhalme ohne Zurücklegen gezogen. Die Wahrscheinlichkeit zu „gewinnen“ ist für jedes Familienmitglied gleich groß, egal, in welcher Reihenfolge gezogen wird. Denn für die erste Person ist die Gewinnchance $\frac{1}{4}=25\%$ Für die zweite Person ist die Gewinnchance = $\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{4}$ = 25% Analog gilt dies auch für die weiteren Personen: P(„dritte Person gewinnt die Wahl“) = $\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}=25\%$ P(„vierte Person gewinnt die Wahl“) = $\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1}=\frac{1}{4}$ = 25% Max hat also nicht Recht.			4
	Insgesamt 22 BWE	6	12	4