Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Schule und Berufsbildung

Abschlussprüfung zum Realschulabschluss
Schuljahr 2008/2009

10. Juni 2009

Mathematik

Gesamtschulen und Realschulen

Aufgabensatz – ZWEITTERMIN

Unterlagen für die Lehrerinnen und Lehrer

Diese Unterlagen sind nicht für die Prüflinge bestimmt.

Diese Unterlagen enthalten:

1 Allgemeines
2 Hinweise für die Auswahl der Aufgaben
3 Hinweise zum Korrekturverfahren
4 Aufgaben, Erwartungshorizonte und Bewertung

1 Allgemeines

- Weisen Sie bitte die Schülerinnen und Schüler auf die allgemeinen Arbeitshinweise am Anfang der Schülermaterialien hin.
- Die Schülerinnen und Schüler kennzeichnen ihre Unterlagen mit ihrem Namen.
- Die Arbeitszeit beträgt **insgesamt 135 Minuten**. Für den ersten Prüfungsteil (Aufgabe I, ohne Taschenrechner) stehen bis zu 45 Minuten zur Verfügung, für den zweiten Prüfungsteil (3 Aufgaben aus den Aufgaben II, III, IV, V) steht nach Abgabe des bearbeiteten ersten Prüfungsteils der verbleibende Rest der Arbeitszeit zur Verfügung.
- Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar und nicht grafikfähig), Formelblatt, Schreib- und Zeichengeräte, Rechtschreiblexikon.

2 Hinweise für die Auswahl der Aufgaben

Die Prüfungsleitung

- erhält **fünf** Aufgaben (**I, II, III, IV, V**).
  Aufgabe I ist von allen Prüflingen verbindlich zu bearbeiten.
- wählt unter Beteiligung der ersten Fachprüferin bzw. des ersten Fachprüfers aus den Aufgaben **II bis V** weitere **drei** Aufgaben aus.

Der Prüfling

- erhält beide Prüfungsteile in die Hand. Zunächst ist der erste Prüfungsteil (Aufgabe I) ohne Taschenrechnerunterstützung und auf den Arbeitsblättern zu bearbeiten.
- erhält bei Abgabe der Aufgabe I seinen Taschenrechner und bearbeitet die restlichen Aufgaben.
- ist verpflichtet, die Vollständigkeit der vorgelegten Aufgaben vor Bearbeitungsbeginn zu überprüfen (Anzahl der Blätter, Anlagen usw.).

3 Hinweise zum Korrekturverfahren

Die **Erstkorrektur** erfolgt durch die Fachlehrkraft der jeweiligen Klasse /des jeweiligen Kurses entsprechend der „Richtlinie für die Korrektur und Bewertung der Prüfungsarbeiten in den Hauptschul- und Realschulabschlussprüfungen“ sowie dem „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

- Die Erstkorrektur erfolgt in **roter** Farbe.
- Auf der Arbeit werden in Form von Randbemerkungen Korrekturzeichen angebracht. Kennzeichnungen und Anmerkungen, die die Vorzüge und Mängel der Aufgabenlösung verdeutlichen, zählen zu den Korrekturen.
- Bewertung und Benotung erfolgen auf einem gesonderten Blatt (s. Anlagen S. 4 und 5).
- Die Noten werden kurs- bzw. klassenweise in Listen eingetragen.
- Zu den Zeitvorgaben, Warnmeldungen und dem weiteren Verlauf des Verfahrens siehe den „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

Die **Zweitkorrektur** erfolgt durch eine Lehrkraft der gleichen Schule. Der Zweitkorrektor erhält die Prüfungsarbeiten mit den Randbemerkungen der Erstkorrektur sowie den zu den Aufgaben zugehörigen Lösungsvorschlägen, Erwartungshorizonten und Bewertungsschemata. Der Zweitkorrektor kennt lediglich die Korrekturen des Erstkorrektors, nicht jedoch dessen Bewertung und Benotung.

- Die Zweitkorrektur erfolgt in **grüner** Farbe.
- Auf der Arbeit werden in Form von Randbemerkungen Korrekturzeichen angebracht, soweit der Zweitkorrektor von der Erstkorrektur abweichende Korrekturen für nötig hält. Hält der Zweitkorrektor eine Erstkorrektur für unrichtig oder unangemessen, klammert er diese ein. Kennzeichnungen und Anmerkungen, die die Vorzüge und Mängel der Aufgabenlösung verdeutlichen, zählen zu den Korrekturen.
- Bewertung und Benotung erfolgen auf einem gesonderten Blatt (s. Anlagen S. 4 und 5).
- Die Noten werden kurs- bzw. klassenweise in Listen eingetragen.
- Zu den Zeitvorgaben, Warnmeldungen und dem weiteren Verlauf des Verfahrens siehe den „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

4 Aufgaben, Erwartungshorizonte und Bewertung

Erwartungshorizont:

Kursiv gedruckte Passagen sind Hinweise an die korrigierenden Lehrkräfte. Sie sind nicht Bestandteil der erwarteten Schülerleistung.

Die Lösungsskizzen in den Erwartungshorizonten zu den einzelnen Aufgaben geben Hinweise auf die erwarteten Schülerleistungen. Oft sind aber verschiedene Lösungsvarianten möglich, die in der Skizze nur zum Teil beschrieben werden konnten. Grundsätzlich gilt deshalb, dass alle Varianten, die zu richtigen Lösungen führen, mit voller Punktzahl bewertet werden, unabhängig davon, ob die gewählte Variante in der Lösungsskizze aufgeführt ist oder nicht.

Bewertung:

Die erreichbare Prüfungsleistung beträgt 100 Bewertungseinheiten (BWE), 34 BWE aus der Pflichtaufgabe I sowie jeweils 22 BWE aus drei der Aufgaben II, III, IV, V. Es werden nur ganzzahlige BWE vergeben. Bei der Festlegung der Prüfungsnote gilt die folgende Tabelle.

Bewertungseinheiten	Bewertung	
	Realschule	Gesamtschule
≥ 90	1	B 2
≥ 85	1–	B 2–
≥ 80	2+	B 3+
≥ 75	2	B 3
≥ 70	2–	B 3–
≥ 65	3+	B 4+
≥ 60	3	B 4
≥ 55	3–	B 4–
≥ 50	4+	A 2+
≥ 45	4	A 2
≥ 40	4–	A 2–
≥ 33	5+	A 3
≥ 26	5	A 4
≥ 19	5–	A 5
< 19	6	A 6

Bewertungskriterien für die Noten „gut“ und „ausreichend“:

Die Note 2 („gut“) wird erteilt, wenn annähernd vier Fünftel (mindestens 75 %) der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden sind. Dabei muss die Prüfungsleistung in ihrer Gliederung, in der Gedankenführung, in der Anwendung fachmethodischer Verfahren sowie in der fachsprachlichen Artikulation den Anforderungen voll entsprechen. Ein mit „gut“ beurteiltes Prüfungsergebnis setzt voraus, dass neben Leistungen in den Anforderungsbereichen I und II auch Leistungen im Anforderungsbereich III erbracht werden.

Die Note 4 („ausreichend“) wird erteilt, wenn annähernd die Hälfte (mindestens 45 %) der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden ist. Dazu muss mindestens eine Teilaufgabe, die Anforderungen im Bereich II aufweist, vollständig und weitgehend richtig bearbeitet werden.

Bei erheblichen Mängeln in der sprachlichen Richtigkeit ist die Bewertung der schriftlichen Prüfungsleistung je nach Schwere und Häufigkeit der Verstöße um bis zu einer Note herabzusetzen. Dazu gehören auch Mängel in der Gliederung, Fehler in der Fachsprache, Ungenauigkeiten in Zeichnungen sowie falsche Bezüge zwischen Zeichnungen und Text.

Realschulabschlussprüfung 2009 **Erstkorrektor**

Fach: Mathematik

Aufgaben-nummer ↓	BWE je Teilaufgabe (nicht verwendete Felder bitte durchstreichen)							BWE pro Aufgabe ↓
I	Von 34 BWE wurden erreicht ➔							
II	a)	b)	c)	d)	e)	f)		
III	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	
IV	a)	b)	c)	d)	e)	f)		
V	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	

Realschulabschlussprüfung 2009 **Zweitkorrektor**

Fach: Mathematik

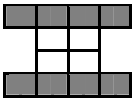
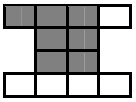
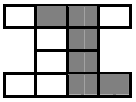
Aufgaben-nummer ↓	BWE je Teilaufgabe (nicht verwendete Felder bitte durchstreichen)							BWE pro Aufgabe ↓
I	Von 34 BWE wurden erreicht ➔							
II	a)	b)	c)	d)	e)	f)		
III	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	
IV	a)	b)	c)	d)	e)	f)		
V	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	

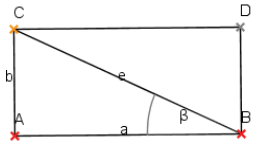
Dieser Bogen kann auch aus dem Internet unter **www.hera.bbs.hamburg.de** mit dem Anmeldenamen **abschluss** und dem Passwort **pruefung** zum rechnergestützten Ausfüllen heruntergeladen werden.

Name: _____ Klasse: _____

Aufgabe I – ohne Taschenrechner 34P.

1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Überlege und schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte **„Lösung“**. Eine Begründung wird nicht verlangt. (22P)

	Aufgabe	**A**	**B**	**C**	**D**	**Lösung**
a)	1,5 Milliarden =	15 000 000	150 000 000	1 500 000	1 500 000 000	
b)	$\frac{3}{25} =$	0,03	0,12	0,25	0,06	
c)	Die kleinste der nebenstehenden Zahlen ist die Zahl ...	1,325	1,3245	1,3325	1,352	
d)	$\frac{4}{10} + \frac{2}{5} =$	$\frac{6}{10}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{8}{50}$	
e)	10,1 m =	101 cm	1010 mm	1010 cm	0,101 km	
f)	Eine quadratische Pyramide hat … Kanten	6	8	9	12	
g)	1 Kubikmeter =	1 000 dm³	100 000 cm³	1 000 cm³	1 000 m	
h)	Gib die Figur an, in der $\frac{2}{3}$ dunkel gefärbt sind.					
i)	Der Preis für eine Bahnfahrt hat sich von 15 € auf 18 € erhöht. Das ist eine Steigerung um …	20 %	12,5 %	3 %	18 %	
j)	$\frac{5}{4} \cdot \frac{5}{4} =$	$\frac{5}{4}$	$\frac{10}{8}$	$\frac{25}{16}$	$\frac{25}{4}$	
k)	Welche Aussage ist <u>falsch</u>?	In jedem Quadrat stehen die Diagonalen senkrecht aufeinander	In jedem Quadrat sind die parallelen Seiten gleich lang.	Jedes Quadrat ist ein Rechteck.	Jedes Quadrat ist ein Würfel.	
l)	Ein Quadrat mit einem Umfang von 20 cm hat einen Flächeninhalt von ...	400 cm²	100 cm²	40 cm²	25 cm²	

	Aufgabe	**A**	**B**	**C**	**D**	**Lösung**
m)	100 % Steigung gilt bei einem Steigungswinkel von …	100°	90°	45°	10°	
n)	Das Volumen eines Würfels verachtfacht sich, wenn man die Kantenlängen …	verdoppelt	verdreifacht	vervierfacht	verachtfacht	
o)	$0{,}12 \cdot 0{,}6 =$	7,2	0,72	0,072	0,18	
p)	Für die Gleichung $5x - 5 = 3x - 5$ gilt:	$x = 0$	$x = 3$	nicht lösbar	$x = 1$	
q)	19-mal ist mit einem normalen Spielwürfel <u>keine 6</u> gewürfelt worden. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass beim 20. Wurf eine 6 fällt.	$\frac{0}{6}$	1	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	
r)	Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass beim dreimaligen Werfen von einer Münze dreimal „Zahl“ fällt?	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{8}$	0,3	$\frac{3}{8}$	
s)	 $\tan\beta =$	$\frac{a}{e}$	$\frac{a}{b}$	$\frac{b}{e}$	$\frac{b}{a}$	
t)	$A = \frac{e \cdot f}{2}$ Bestimme f durch Umformung der Gleichung.	$f = \frac{A \cdot e}{2}$	$f = \frac{2 \cdot A}{e}$	$f = \frac{2 \cdot e}{A}$	$f = \frac{e}{2 \cdot A}$	
u)	Je 15 Karten werden an 4 Mitspieler ausgeteilt. Bestimme die Anzahl der Karten pro Spieler, wenn die gleiche Gesamtzahl Karten auf 6 Mitspieler verteilt wird.	10 Karten	20 Karten	18 Karten	12 Karten	
v)	Der Durchmesser eines Kreises ist 4 cm lang. Dann ist der Flächeninhalt des Kreises …	≈ 4 cm²	≈ 8 cm²	≈ 12 cm²	≈ 16 cm²	

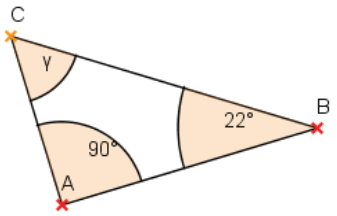
2. Löse folgende Gleichungen: (3P)

a) $5x - 1 = -11$

b) $x^2 - 4x = 0$

c) $(x-3)\cdot(x+4) = 0$

3. Bestimme die Größe des Winkels γ in dem Dreieck *ABC*. (2P)
Zeichnung nicht maßstabsgetreu!



Die Größe des Winkels beträgt _____.

4. Das Experiment „Werfen einer Reißzwecke“ wurde in einer großen Anzahl von Versuchen durchgeführt. Man stellte fest: Die Reißzwecke fiel in etwa 60 % aller Fälle auf die Spitze.

auf der Spitze

auf dem Kopf

a) Gib einen sinnvollen Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit an, dass die Reißzwecke auf dem Kopf landet. _____ (1P)

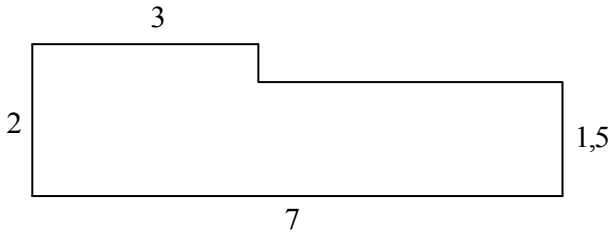
b) Gib einen sinnvollen Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit an, dass die Reißzwecke bei zwei Würfen beide Male auf die Spitze fällt. _____ (1P)

c) Gib einen sinnvollen Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit an, dass die Reißzwecke bei zwei Würfen mindestens einmal auf den Kopf fällt. _____ (1 P)

5. Bestimme den Flächeninhalt der Figur. (2 P)

Fläche: _____

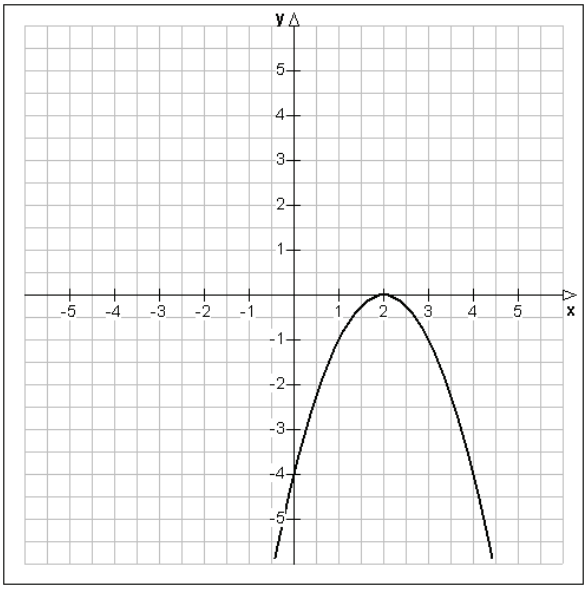
_____



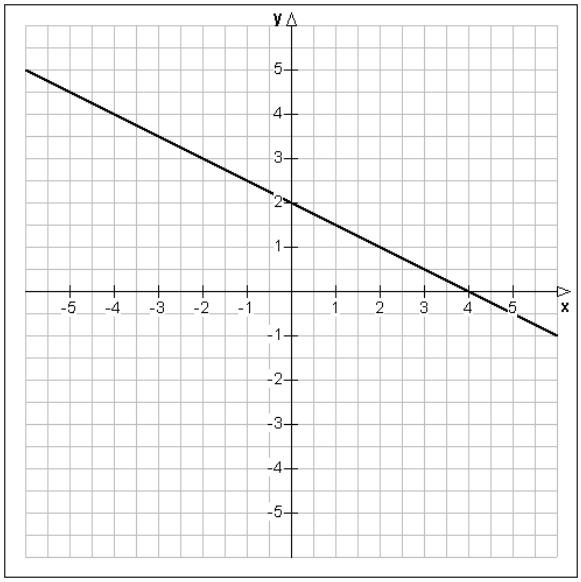
(Angaben in cm)

6. Ordne den folgenden Funktionsgraphen ihre Funktionsgleichungen richtig zu. (2P)

A



B

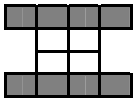


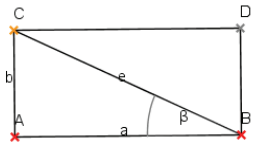
$f(x) = -0{,}5x + 2;$ $g(x) = -x^2 - 2;$ $h(x) = -2x + 2;$ $p(x) = -(x-2)^2$

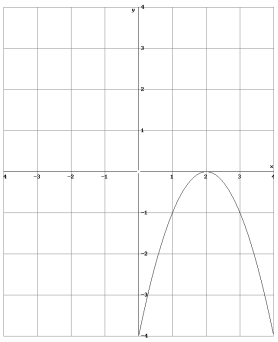
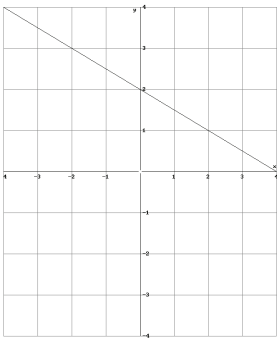
Der Graph in Schaubild **A** hat die Funktionsgleichung _____

Der Graph in Schaubild **B** hat die Funktionsgleichung _____

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze			Zuordnung, Bewertung		
	Aufgabe	**Lösung**	**Buchstabe**	I	II	III
1 a)	1,5 Milliarden =	1 500 000 000	**D**	1		
b)	$\frac{3}{25} =$	0,12	**B**	1		
c)	Die kleinste der nebenstehenden Zahlen ist die Zahl …	1,3245	**B**	1		
d)	$\frac{4}{10} + \frac{2}{5} =$	$\frac{4}{5}$	**C**	1		
e)	10,1 m =	1010 cm	**C**	1		
f)	Eine quadratische Pyramide hat … Kanten.	8	**B**	1		
g)	1 Kubikmeter =	1 000 dm³	**A**		1	
h)	Gib die Figur an, in der $\frac{2}{3}$ dunkel gefärbt sind.		**B**	1		
i)	Der Preis für eine Bahnfahrt hat sich von 15 € auf 18 € erhöht. Das ist eine Steigerung um …	20 %	**A**		1	
j)	$\frac{5}{4} \cdot \frac{5}{4} =$	$\frac{25}{16}$	**C**		1	
k)	Welche Aussage ist <u>falsch</u>?	Jedes Quadrat ist ein Würfel.	**D**		1	
l)	Ein Quadrat mit einem Umfang von 20 cm hat einen Flächeninhalt von ...	25 cm²	**D**			1
m)	100 % Steigung gilt bei einem Steigungswinkel von …	45°	**C**		1	
n)	Das Volumen eines Würfels verachtfacht sich, wenn man die Kantenlängen …	verdoppelt	**A**		1	

	Lösungsskizze			Zuordnung, Bewertung		
	Aufgabe	**Lösung**	**Buchstabe**	I	II	III
o)	$0{,}12 \cdot 0{,}6 =$	0,072	**C**		1	
p)	Für die Gleichung $5x - 5 = 3x - 5$ gilt:	$x = 0$	**A**		1	
q)	19 mal ist mit einem normalen Spielwürfel <u>keine 6</u> gewürfelt worden. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass beim 20. Wurf eine 6 fällt.	$\frac{1}{6}$	**C**		1	
r)	Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass beim dreimaligen Werfen von einer Münze dreimal „Zahl“ fällt?	$\frac{1}{8}$	**B**		1	
s)	 $\tan\beta =$	$\frac{b}{a}$	**D**		1	
t)	$A = \frac{e \cdot f}{2}$. Bestimme f durch Umformung der Gleichung.	$f = \frac{2 \cdot A}{e}$	**B**			1
u)	Je 15 Karten werden an 4 beteiligte Spieler ausgeteilt. Bestimme die Anzahl der Karten pro Spieler, wenn die gleiche Gesamtzahl Karten auf 6 Mitspieler verteilt wird.	10 Karten	**A**		1	
v)	Der Durchmesser eines Kreises ist 4 cm lang. Dann ist der Flächeninhalt des Kreises	$\approx 12\ cm^2$	**C**			1

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
2a)	$5x-1=-11$ $5x=-10$ $x=-2$		1	
b)	$x^2-4x=0$ $x\cdot(x-4)=0$ $x_1=0$ $x_2=4$		1	
c)	$(x-3)\cdot(x+4)=0$ $x_1=3$ $x_2=-4$		1	
3.	$\gamma=180°-(90°+22°)=68°$		2	
4a)	$p(\text{Kopf})=0{,}4$ oder $p(\text{Kopf})=40\%$.		1	
b)	$p(\text{Spitze, Spitze})=0{,}36$ oder $p(\text{Spitze, Spitze})=36\%$		1	
c)	$p(\text{mindestens einmal Kopf})$ entspricht der Gegenwahrscheinlichkeit von „zweimal Spitze“: $p(\text{mindestens einmal Kopf})=1-0{,}36=0{,}64$ oder $p(\text{mindestens einmal Kopf})=100\%-36\%=64\%$.			1
5.	$A=2\cdot7-0{,}5\cdot4=12$ oder $A=2\cdot3+1{,}5\cdot4=12$ Der Flächeninhalt der Figur beträgt 12 cm².		2	
6.	 $p(x)=-(x-2)^2$  $f(x)=-0{,}5x+2$			2
	Insgesamt 34 BWE	7	21	6

Aufgabe II – Idee der Zahl und des Messens

Container (22P)

Am 31.05.2008 wurde im Hamburger Hafen 40 Jahre Containerumschlag gefeiert.
Im Jahr 1968 kamen 5 Containerschiffe in den Hamburger Hafen, 2008 waren es bereits mehrere Tausend Schiffe mit Millionen Containern.

Der 20-Fuß-Standardcontainer ist die Maßeinheit für die Beladung eines Containerschiffes.

Hinweis: 1 Fuß = 30,48 cm.

Ein 20-*Fuß*-Standardcontainer = 1 TEU (*Twenty feet Equivalent Unit)* hat die Maße :

Länge: 20 Fuß, Breite: 8 Fuß, Höhe: $8\frac{1}{2}$ Fuß

a) Berechne die Breite, Länge und Höhe eines 20-Fuß-Standardcontainers in Metern und bestätige, dass das Volumen des 20-Fuß-Standardcontainer ca. 38,5 m³ beträgt. (6P)

Im Jahr 2005 hat der Hamburger Hafen nach Angabe des statistischen Amtes 8 095 317 TEU umgeschlagen.

b) Verwende im Folgenden den Näherungswert für das Volumen eines Standardcontainers aus der Aufgabe a), nämlich 38,5 m³.
Berechne das Volumen des gesamten Containerumschlags für das Jahr 2005 in Kubikmetern.
Gib das Ergebnis in Millionen Kubikmetern auf zwei Nachkommastellen gerundet an. (2P)

Im Jahr 2005 waren die Containerschiffe, die Hamburg anfuhren, durchschnittlich mit 1127 TEU (gerundet) beladen.

c) Berechne die Anzahl der Containerschiffe, die 2005 den Hamburger Hafen angelaufen haben.
Berechne anschließend die Anzahl der Containerschiffe, die durchschnittlich pro Tag den Hamburger Hafen angelaufen haben. (4P)

Die Wirtschaftswissenschaftler gingen 2005 von einer zukünftigen durchschnittlichen jährlichen Steigerung im Containerumschlag von 11 % aus.
Tatsächlich wurden 9,89 Millionen TEU im Jahr 2007 umgeschlagen.

d) Beurteile, ob dieser Wert mit den Vorhersagen der Wirtschaftswissenschaftler vereinbar ist. (4P)

e) Berechne den voraussichtlichen Umschlag an Containern in TEU in Hamburg für das Jahr 2010 nach den Vorhersagen der Wissenschaftler aus dem Jahr 2005. (3P)

Für das Jahr 2008 erwartete man nach der Datenlage vom Juli 2008 am Ende des Jahres 2008 einen Umschlag von 10,58 Millionen TEU.

f) Interpretiere diese Erwartung im Vergleich zur Erwartung der Wirtschaftswissenschaftler. (3P)

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Länge: $20 \cdot 30{,}48 \text{ cm} = 609{,}6 \text{ cm} = 6{,}096 \text{ m}$, Breite: $8 \cdot 30{,}48 \text{ cm} = 243{,}84 \text{ cm} = 2{,}4384 \text{ m}$, Höhe: $8{,}5 \cdot 30{,}48 \text{ cm} = 259{,}08 \text{ cm} = 2{,}5908 \text{ m}$, $V_{TEU} = V_{Quader} = \text{Länge} \cdot \text{Breite} \cdot \text{Höhe}$ $V_{TEU} = 6{,}096 \cdot 2{,}4384 \cdot 2{,}5908 = 38{,}51091136512$ Der Standardcontainer hat ein Volumen von ca. 38,5 m^3.	3		
	oder: Zunächst Berechnung in Kubikfuß: $V_{TEU} = 8 \cdot 20 \cdot 8{,}5 = 1\,360$ Das Volumen eines Standardcontiners beträgt 1 360 Kubikfuß. $V_{TEU} = 1\,360 \cdot 30{,}48^3 = 38\,510\,911{,}37$ $V_{TEU} \approx 38\,500\,000 \text{ cm}^3 = 38{,}5 \text{ m}^3$.	3		
b)	$8\,095\,317 \cdot 38{,}5 = 311\,669\,704{,}5 \approx 311{,}67$ Millionen . Es wurden also etwa 311,67 Millionen m³ Waren im Hamburger Containerhafen umgesetzt.		2	
c)	$8\,095\,317 : 1\,127 \approx 7\,183{,}07$. Etwa 7 183 Containerschiffe liefen im Jahr 2005 den Hamburger Hafen an.		2	
	7 183 : 365 ≈ 19,68. Durchschnittlich 20 Containerschiffe liefen im Jahre 2005 den Hamburger Hafen pro Tag an.		2	
d)	Da die Erhöhung um 11 % = 0,11 erfolgen soll, ergibt sich daraus der Steigerungsfaktor mit 1 + 0,11 = 1,11.		1	
	Erwarteter Wert der Wissenschaftler: $8\,095\,317 \cdot 1{,}11^2 = 9\,974\,240{,}0757$.		1	
	Tatsächlicher Wert in 2007: 9 890 000. Abweichung: 9 974 240 – 9 890 000 = 84 240, das sind weniger als 1 % des Umschlags im Jahr 2007. Die Abschätzung der Wissenschaftler ist also (sehr) gut. *Andere gleichwertige Argumentationen sind auch zulässig. Allerdings genügt eine Antwort „ … weicht nur <u>wenig vom erwarteten Wert ab</u>“ oder Ähnliches ohne eine durch Zahlen belegte Abweichung anzugeben nicht, um die vollständige Punktzahl zu erhalten.*			2

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
e)	Erwarteter Umschlag in 2010 auf der Basis 2005: $8\,095\,317 \cdot 1{,}11^5 = 13\,641\,079{,}928...$ Im Jahr 2010 kann man nach den Vorhersagen der Wissenschaftler aus dem Jahr 2005 einen Umschlag von etwa 13,64 Millionen TEU erwarten.		2 1	
f)	Steigerung von Ende 2007 bis Ende 2008: $\frac{10{,}58}{9{,}89} = 1{,}0697... \approx 1{,}07$. Ende 2008 ist gegenüber Ende 2007 nur eine Steigerung um ca. 7 % (statt 11 %) zu erwarten. Ergänzende Hinweise auf die Wirtschaftskrise oder andere begründende Zusammenhänge sind gewünscht. *Auch andere die gleiche Tendenz aufzeigenden Antworten sind zutreffend, wenn die Begründung rechnerisch gestützt wird.*			3
	Insgesamt 22 BWE	6	11	5

Aufgabe III – Idee von Raum und Form

Rumkugeln (22P)

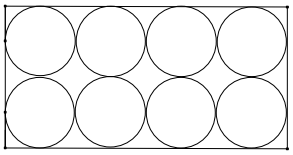
Die Klasse 10a möchte auf dem Schulfest Rumkugeln verkaufen. Eine Schülerin hat dazu ein Rezept für 240 Rumkugeln mitgebracht.

300 g gemahlene Mandeln,
375 g Butter,
750 g Puderzucker,
600 g Kuvertüre (Schokolade) ,
3 Fläschchen Rumaroma,
600 g Schokoladenstreusel

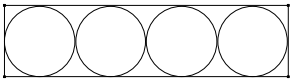
a) Berechne die Zutatenmengen, die die Klasse für 720 Rumkugeln kaufen muss. (2P)

Die Kosten für die Zutaten für 720 Rumkugeln betrugen 186,60 Euro.

Die 720 Rumkugeln sollen in oben offene rechteckige Schachteln zu je 8 Rumkugeln verpackt werden (siehe nebenstehende Abbildungen).
Eine einzelne Schachtel kostet 0,50 Euro.



Draufsicht



Seitenansicht

b) Berechne die Kosten der Zutaten inklusive der Verpackungskosten je Rumkugel in Cent. (2P)

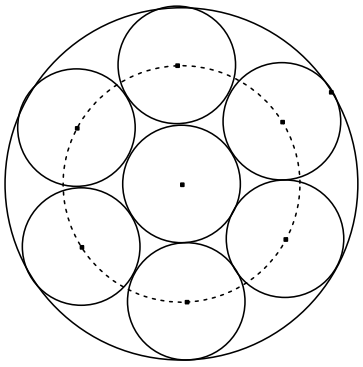
c) Berechne den Verkaufspreis, wenn die Klasse durch den Verkauf aller 720 Kugeln einen Gewinn von mindestens 200 Euro erzielen möchte. (3P)

Bei der Verarbeitung der oben aufgeführten Zutatenmenge für 720 Rumkugeln entsteht zunächst eine große Kugel mit einem Durchmesser von 24,8 cm.

d) Bestimme das Volumen dieser Teigkugel. (3P)

e) Zeige, dass die 720 kleinen Kugeln, die aus dieser Teigmenge geformt werden, einen Durchmesser von ca. 2,8 cm haben. (4P)

Die Schüler könnten die Rumkugeln auch in offene, runde Schachteln mit gleicher Höhe wie bei den rechteckigen Schachteln verpacken, so dass sie 7 Kugeln – wie in der nebenstehenden Abbildung (Draufsicht) gezeigt – darin unterbringen können. (Durchmesser einer Rumkugel: 2,8 cm.)



Draufsicht

f) Bestimme den Verbrauch an Verpackungsmaterial für eine <u>oben offene</u> rechteckige Schachtel aus Aufgabenteil b). (3 P)

g) Bestimme den Materialverbrauch für die <u>oben offene</u> runde Schachtel und entscheide am Beispiel von 56 Rumkugeln, welche Verpackung beim Verbrauch an Material die sparsamere ist. (5 P)

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Mit $720 = 240 \cdot 3$ muss jede Zutatenmenge nur verdreifacht werden: 900 g gemahlene Mandeln, 1 125 g Butter, 2 250 g Puderzucker, 1 800 g Kuvertüre (Schokolade) , 9 Fläschchen Rumaroma, 1 800 g Schokoladenstreusel.	2		
b)	Für 720 Rumkugeln werden 90 Schachteln benötigt. $\text{Gesamtkosten} = \text{Materialkosten} + \text{Verpackungskosten}$ $= 186{,}60 + 90 \cdot 0{,}50$ $= 231{,}60$ Kosten für eine Rumkugel = $\frac{\text{Gesamtkosten}}{\text{Anzahl der Rumkugeln}} = \frac{231{,}6}{720} = 0{,}3216...$ Eine Rumkugel kostet etwa 32 Cent an Zutaten und Verpackungsmaterial.	2		
c)	Der Gewinn soll mindestens 200 € betragen, d.h. es müssen mindestens 231,60 € +200 € = 431,60 € beim Verkauf eingenommen werden. Verkaufspreis pro Rumkugel: $\frac{431{,}6}{720} = 0{,}5994...$ Die Klasse muss eine Rumkugel für 60 ct verkaufen. oder: Gewinn pro Rumkugel: $\frac{200}{720} = 0{,}277...$ Die Klasse muss je Rumkugel mindestens 28 Cent verdienen, d.h. die Rumkugeln müssen jeweils mindestens 32 ct +28 ct = 60 ct kosten.	1 1 1		
d)	Das Volumen der Teigkugel beträgt $V = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{24{,}8}{2}\right)^3$ $= \frac{4}{3}\pi \cdot 12{,}4^3$ $\approx 7986{,}4479...$ Die große Teigkugel hat ein Volumen von ca. 7 986 cm³.		3	

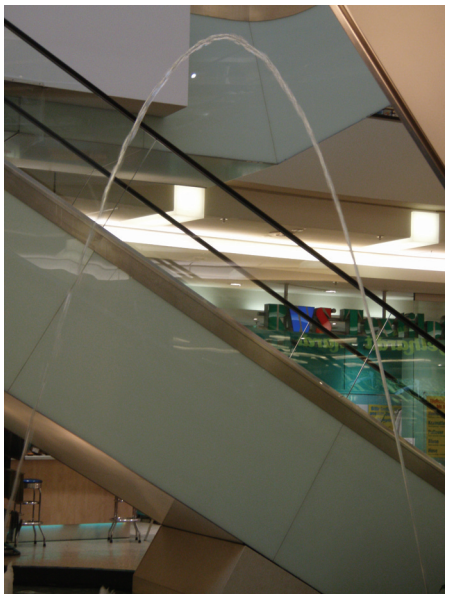
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
e)	Volumen einer Rumkugel: $\frac{7986{,}4479...}{720} = 11{,}092...$ Radius einer Rumkugel: $\frac{4}{3}\pi \cdot r^3 = 11{,}092...$ $r^3 = \frac{11{,}092... \cdot 3}{4\pi}$ $r = \sqrt[3]{\frac{11{,}092... \cdot 3}{4\pi}}$ $r = 1{,}383...$ $d = 2{,}766...$ Die Rumkugeln haben jeweils einen Durchmesser von ca. 2,8 cm.		1 2 1	
f)	Materialverbrauch für eine rechteckige Schachtel: d sei der Durchmesser einer Rumkugel. Länge der Schachtel: $4d$, Breite = $2d$, Höhe = $1d$ Der Materialverbrauch berechnet sich aus der Oberfläche des offenen Quaders: $O_{\text{offen}} = 2 \cdot 4d \cdot d + 2 \cdot 2d \cdot d + 4d \cdot 2d$ $= 20d^2 = 20 \cdot 2{,}8^2$ $= 156{,}8$ Für eine rechteckige Schachtel benötigt man etwa 156,8 cm² an Verpackungsmaterial.		1	2
g)	Die runde Schachtel hat die Form eines offenen Zylinders mit den Maßen: Durchmesser der Schachtel $d_{Sch} = 3d$ und Höhe $h_{Sch} = d$. $O = \pi \cdot 3d \cdot d + \pi \cdot \left(\frac{3d}{2}\right)^2$ $= \frac{21}{4} \cdot \pi \cdot d^2 = \frac{21}{4} \cdot \pi \cdot 2{,}8^2$ $= 129{,}307...$ Für eine runde Schachtel verbraucht man ungefähr 129,31 cm² Verpackungsmaterial. Vergleich der beiden Verpackungsmöglichkeiten: Für 56 Rumkugeln benötigt man 7 rechteckige Schachteln mit einem Materialverbrauch von $7 \cdot 156{,}8 = 1097{,}6$, also 1097,6 cm² Pappe.		1	2

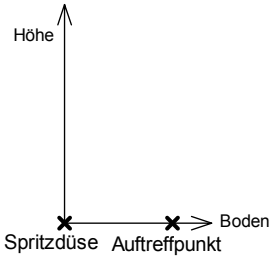
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Für 56 Kugeln benötigt man dagegen 8 runde Schachteln mit einem Materialverbrauch von $8 \cdot 129{,}31 = 1034{,}48$, also 1034,48 cm² Pappe. Man braucht also weniger Material, wenn man runde Schachteln verwendet, obwohl mehr Schachteln für die gleiche Menge Rumkugeln benötigt werden. *Man spart 63,12 cm² Pappe pro 56 Rumkugeln*.		1	1
	Insgesamt 22 BWE	7	10	5

Aufgabe IV – Idee des funktionalen Zusammenhangs

Wasserfontäne (22P)

In einem Einkaufszentrum ist neben der Rolltreppe eine Wasserfontäne installiert. Die Wasserfontäne kann mithilfe der Parabelgleichung $f(x) = -x^2 + 6x$ beschrieben werden, wenn man das Koordinatensystem so legt, dass die Spritzdüse im Koordinatenursprung und die x-Achse auf dem Fußboden liegt.





Hinweis: Für die mathematische Betrachtung der Wasserfontäne wird ihre Dicke vernachlässigt. Alle Maße in Metern.

a) Vervollständige die Wertetabelle im Anhang. (3P)

b) Skizziere den Graphen, ohne weitere Werte zu berechnen.
Benutze die Werte der Wertetabelle als Richtlinie. (3P)

An der Stelle $x = 1{,}5$ erreicht die Wasserfontäne eine bestimmte Höhe.

c) Bestimme die Höhe, die der Wasserstrahl nach 1,5 m erreicht. (3P)

d) Bestimme die Entfernung zwischen Spritzdüse und dem Punkt, in dem die Wasserfontäne wieder auf dem Boden auftrifft. (4P)

e) Begründe, dass die maximale Höhe der Wasserfontäne 9 m beträgt. (4P)

Das Wasser der Fontäne soll nun in einer Schale aufgefangen werden, deren Boden in einer Höhe von 2,75 *m* ist.

f) Bestimme den Punkt $P(x / y)$, in dem das Wasser auf den Boden der Auffangschale trifft. (5P)

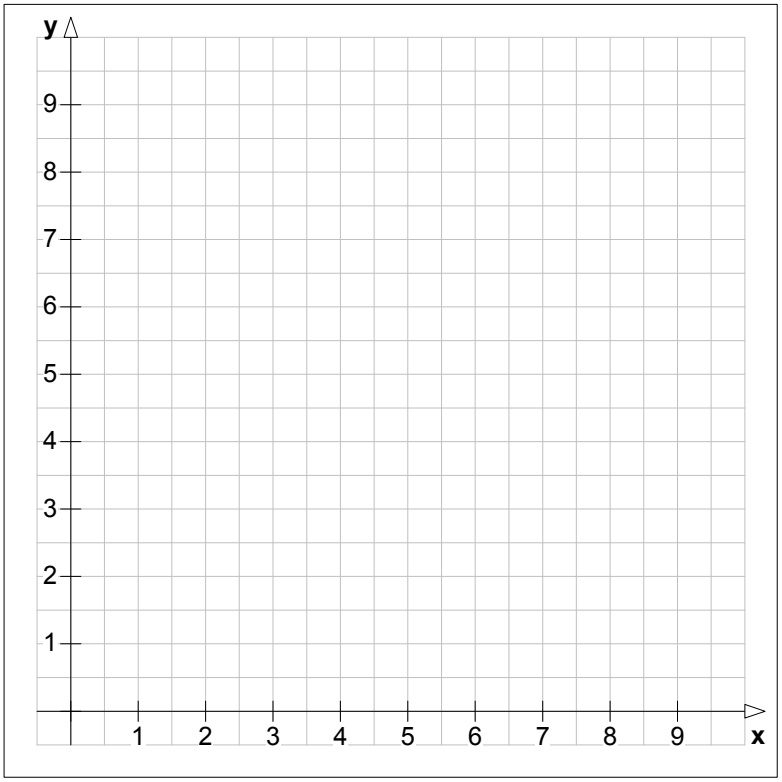
Anhang zur Aufgabe „Wasserfontäne“

Name: _____ Klasse: _____

Zu Aufgabenteil a)

x	$f(x) = -x^2 + 6x$
1	
2,5	
3,8	
5,2	

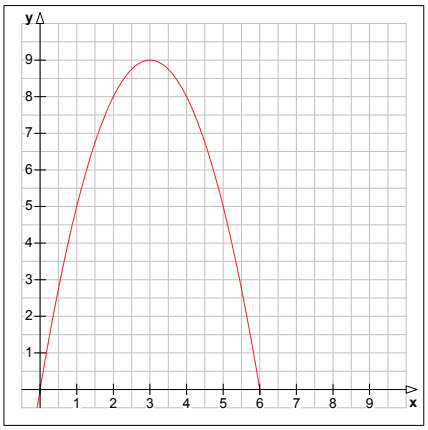
Zu Aufgabenteil b)



Erwartungshorizont

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungsskizze</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>
<table>
<tr><th>x</th><th>$f(x)$</th></tr>
<tr><td>1</td><td>5</td></tr>
<tr><td>2,5</td><td>8,75</td></tr>
<tr><td>3,8</td><td>8,36</td></tr>
<tr><td>5,2</td><td>4,16</td></tr>
</table>
</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>Zum Überblick ist hier die exakte Kurve abgebildet.

Zum Erreichen der vollen Punktzahl sollten berücksichtigt werden:
- Werte aus a)
- Symmetrie der Parabel
- Verlauf der Parabel (nach unten geöffnet)

 
</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>Der Abstand 1,50 m von der Spritzdüse entspricht dem x-Wert in der Funktionsgleichung $f(x) = -x^2 + 6x$:

$f(1,5) = -1,5^2 + 6 \cdot 1,5 = -2,25 + 9 = 6,75$

In 1,50 m (waagerechtem) Abstand von der Spritzdüse hat der Wasserstrahl die Höhe von 6,75 m erreicht.</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td>Neben der bekannten Nullstelle $x = 0$ (Lage der Spritzdüse) muss die zweite Nullstelle der Parabel bestimmt werden. Die Gleichung $-x^2 + 6x = 0$ ist zu lösen.

$-x^2 + 6x = 0$
$-x \cdot (x - 6) = 0$
$x_1 = 0$
$x_2 = 6$

Der Wasserstrahl trifft nach 6 m wieder auf den Boden.</td><td></td><td>1

2
1</td><td></td></tr>
</table>

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
e)	Bei einer nach unten geöffneten Parabel ist der Scheitelpunkt der höchste Punkt des Graphen. Es muss also gezeigt werden, dass der Scheitelpunkt die y-Koordinate 9 besitzt. <u>1. Lösungsweg:</u> Der Scheitelpunkt liegt in der Mitte zwischen den beiden Nullstellen 0 bzw. 6, also an der Stelle $x = 3$. Der Funktionswert an der Stelle $x = 3$ beträgt $-9 + 6 \cdot 3 = 9$. <u>2. Lösungsweg:</u> Bestimmung des Scheitelpunktes nach der Scheitelpunktsform: $-x^2 + 6x = -[x^2 - 6x]$ $= -[x^2 - 6x + 9 - 9]$ $= -[(x-3)^2 - 9]$ $= -(x-3)^2 + 9$ Der Scheitelpunkt hat die Koordinaten S(3/9). Der Wasserstrahl erreicht also eine maximale Höhe von 9 m über Fußboden.		4	
f)	Zur Bestimmung der Koordinaten des Punktes P ist die folgende Gleichung zu lösen: $2,75 = -x^2 + 6x$ $x^2 - 6x + 2,75 = 0$			1
	$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{9 - 2,75}$ $x_{1,2} = 3 \pm 2,5$ $x_1 = 5,5$ $x_2 = 0,5$ An der Stelle $x = 0,5$ kann der gesuchte Punkt nicht liegen, da sich der Wasserstrahl an dieser Stelle noch im Anstieg befindet.			3
	Der gesuchte Punkt P hat also die Koordinaten $P(5,5/2,75)$.			1
	Insgesamt 22 BWE	6	11	5

Aufgabe V – Idee der Wahrscheinlichkeit

Multiple-Choice-Test (22 P)

Die Tabelle zeigt das Ergebnis eines kleinen Multiple-Choice-Tests mit 8 Teilaufgaben, der in den Jahrgängen 9 und 10 einer Gesamtschule durchgeführt wurde:

Anzahl der richtig gelösten Aufgaben	Schüler	Schülerinnen	Summe
8	6	7	13
7	15	18	33
6	23	24	47
5	26	33	59
4	32	38	70
3	23	27	50
2	8	9	17
1	3	4	7
0	0	0	0
Summe	136	160	296

Alle Schülerinnen und Schüler, die 4 oder mehr als 4 Punkte erreicht haben, haben den Test bestanden.

a) Vervollständige die Tabelle im Anhang. (3P)

b) Berechne die durchschnittliche Anzahl der richtig gelösten Aufgaben unter allen Testteilnehmern. (3P)

c) Beurteile die Aussagen von Hajo und Jennifer zu den in der Tabelle ermittelten Ergebnissen:
Hajo: *„Die Jungen sind wieder einmal besser als die Mädchen, denn bei uns sind weniger durch den Test gefallen!“*
Jennifer: *„Unsinn, die Mädchen sind genauso gut wie die Jungen. Denn anteilsmäßig haben genau so viele Mädchen wie Jungen die Prüfung bestanden“* (5P)

Bei diesem Test hatte man die Wahl, bei jeder Teilaufgabe unter 4 Antwortmöglichkeiten genau eine richtig anzukreuzen. Jennifer kann bei einer bestimmten Teilaufgabe nur nach dem Zufallsprinzip raten, Karl dagegen muss sogar bei drei Teilaufgaben nach dem Zufallsprinzip raten.

d) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass Jennifer nach dem Zufallsprinzip eine falsche Antwort ankreuzt. (2P)

e) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass Karl bei allen drei Aufgaben richtig rät. (2P)

f) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass Karl genau zwei der drei Aufgaben richtig rät.
Hinweis: Ein Baumdiagramm kann hilfreich für die Lösung dieser Aufgabe sein. (5P)

g) Gunnar: *„Da ich leider für diese 3 Aufgabentypen nicht geübt habe, kann ich die Lösungen dafür nicht finden. Also kreuze ich gar keine Lösung an.“*
Beurteile Gunnars Aussage. (2P)

Anlage zur Aufgabe „Multiple-Choice-Test“

Name: _____ Klasse: _____

Anzahl	bestanden	nicht bestanden	Summe
Schüler			
Schülerinnen			
Summe			

Erwartungshorizont

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Lösungsskizze</th><th colspan="3">Zuordnung, Bewertung</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>
<table>
<tr><th></th><th>bestanden</th><th>nicht bestanden</th><th>Summe</th></tr>
<tr><td>Schüler</td><td>102</td><td>34</td><td>136</td></tr>
<tr><td>Schülerinnen</td><td>120</td><td>40</td><td>160</td></tr>
<tr><td>Summe</td><td>222</td><td>74</td><td>296</td></tr>
</table>
Für jeden Fehler gibt es 1P Abzug.</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>$13\cdot 8+33\cdot 7+47\cdot 6+59\cdot 5+70\cdot 4+50\cdot 3+17\cdot 2+7\cdot 1=$
$104+231+282+295+280+150+34+7=1383$
$1383:296=4{,}67...$
Der Durchschnittswert gelöster Aufgabe beträgt ca. 4,7.</td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>Hajo hat zwar recht mit der Annahme, dass weniger Jungen durch die Prüfung gefallen sind. Dies lässt aber noch nicht automatisch den Schluss zu, dass die Jungen besser als die Mädchen abgeschnitten haben.
Denn es haben in Bezug auf die gesamten geprüften Schüler auch weniger Jungen die Prüfung bestanden.
Jennifer dagegen hat die richtige Aussage formuliert, denn unter allen 136 Jungen haben 102 die Prüfung bestanden, d.h. $\frac{102}{136}=0{,}75$ und bei den Mädchen haben 120 von 160 die Prüfung bestanden, d.h. $\frac{120}{160}=0{,}75$
Also sind die Anteile jeweils gleich.</td><td></td><td>2
2
1</td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td>$P(\text{Aufgabe falsch gelöst})=\frac{3}{4}=0{,}75$.</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>e)</td><td>$P(\text{alle 3 Aufgaben richtig geraten})=\left(\frac{1}{4}\right)^3=\frac{1}{64}=0{,}015625\approx 0{,}016$.</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>f)</td><td>Drei falschen Antworten steht genau eine richtige gegenüber. Also ist die Wahrscheinlichkeit, nach dem Zufallsprinzip falsch zu raten, gleich $\frac{3}{4}$.
Die Wahrscheinlichkeit, von drei Aufgaben genau 2 bestimmte Aufgaben richtig zu lösen:
$P(\text{2 von 3 Aufgaben richtig})=\left(\frac{1}{4}\right)^2\cdot\frac{3}{4}=\frac{3}{64}=0{,}046875\approx 0{,}047$.</td><td></td><td></td><td>1
2</td></tr>
</table>

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Da die Lösungen der Aufgaben unabhängig voneinander sind, gibt es allerdings drei verschiedene Möglichkeiten, unter den drei Aufgaben zwei richtig anzukreuzen, d.h. $P(2 \text{ Aufgaben richtig}) = 3 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{64} = 0{,}140625 \approx 0{,}141$ bzw. $P(2 \text{ Aufgaben richtig}) = 3 \cdot 0{,}047 = 0{,}141$. Also wird Karl mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 0,14 = 14 % genau 2 Aufgaben nach dem Zufallsprinzip richtig lösen.			2
g)	Natürlich ist es sinnvoll, die Aufgabenlösungen zu raten, denn es besteht ja immer die Möglichkeit, die richtige Antwort zu treffen, auch wenn die Chance dafür noch so klein ist. Dies ist immer noch besser als durch kein Kreuz seine Unkenntnis zu zeigen. Der Zeitverlust durch das Ankreuzen ist dabei sehr gering und kann als Argument gegen das Ankreuzen nicht angeführt werden.		2	
	Insgesamt 22 BWE	6	11	5