Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Bildung und Sport

Abschlussprüfung zum Realschulabschluss
Schuljahr 2004/2005

Juni 2005

Mathematik

Gesamtschulen, Gymnasien und Realschulen

Aufgabensatz - ZWEITTERMIN

Unterlagen für die Lehrerinnen und Lehrer

Diese Unterlagen sind nicht für die Prüflinge bestimmt.

Diese Unterlagen enthalten:

1 Allgemeines

- Weisen Sie bitte die Schülerinnen und Schüler auf die allgemeinen Arbeitshinweise am Anfang der Schülermaterialien hin.
- Die Schülerinnen und Schüler kennzeichnen ihre Unterlagen mit ihrem Namen.
- Die Arbeitszeit beträgt **insgesamt 135 Minuten**. Für den ersten Prüfungsteil (Aufgabe I, ohne Taschenrechner) stehen bis zu 45 Minuten zur Verfügung, für den zweiten Prüfungsteil (3 Aufgaben aus den Aufgaben II, III, IV, V) steht nach Abgabe des bearbeiteten ersten Prüfungsteils der verbleibende Rest der Arbeitszeit zur Verfügung.
- Erlaubte Hilfsmittel: Nichtprogrammierbarer Taschenrechner, Formelblatt, Rechtschreiblexikon.

2 Aufgabenauswahl

Die Prüfungsleitung

- erhält **fünf** Aufgaben (**I, II, III, IV, V).**
  Aufgabe I ist von allen Prüflingen verbindlich zu bearbeiten.
- wählt unter Beteiligung der ersten Fachprüferin bzw. des ersten Fachprüfers aus den Aufgaben **II bis V** weitere **drei** Aufgaben aus.

Der Prüfling

- erhält zunächst **Aufgabe I** zur Bearbeitung ohne Taschenrechnerunterstützung. Diese Aufgabe ist auf den Aufgabenblättern zu bearbeiten.
- erhält bei Abgabe der bearbeiteten Aufgabe I die **drei von der Prüfungsleitung ausgewählten Aufgaben** zur Bearbeitung sowie seinen Taschenrechner. Diese Aufgaben sind auf Extrablättern zu bearbeiten.
- ist verpflichtet, jeweils die Vollständigkeit der vorgelegten Aufgaben vor Bearbeitungsbeginn zu überprüfen (Anzahl der Blätter, Anlagen usw.).

3 Korrekturverfahren

Die **Erstkorrektur** erfolgt durch die Fachlehrkraft der jeweiligen Klasse /des jeweiligen Kurses entsprechend der „Richtlinie für die Korrektur und Bewertung der Prüfungsarbeiten in den Hauptschul- und Realschulabschlussprüfungen“ sowie dem „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

- Die Erstkorrektur erfolgt in **roter** Farbe.
- Auf der Arbeit werden in Form von Randbemerkungen Korrekturzeichen angebracht. Kennzeichnungen und Anmerkungen, die die Vorzüge und Mängel der Aufgabenlösung verdeutlichen, zählen zu den Korrekturen.
- Bewertung und Benotung erfolgen auf einem gesonderten Blatt (s. Anlagen S. 4 und 5).
- Die Noten werden kurs- bzw. klassenweise in Listen eingetragen.
- Zu den Zeitvorgaben, Warnmeldungen und dem weiteren Verlauf des Verfahrens siehe den „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

Die **Zweitkorrektur** erfolgt durch eine Lehrkraft der gleichen Schule. Der Zweitkorrektor erhält die Prüfungsarbeiten mit den Randbemerkungen der Erstkorrektur sowie den zu den Aufgaben zugehörigen Lösungsvorschlägen, Erwartungshorizonten und Bewertungsschemata. Der Zweitkorrektor kennt lediglich die Korrekturen des Erstkorrektors, nicht jedoch dessen Bewertung und Benotung.

- Die Zweitkorrektur erfolgt in **grüner** Farbe.
- Auf der Arbeit werden in Form von Randbemerkungen Korrekturzeichen angebracht, soweit der Zweitkorrektor von der Erstkorrektur abweichende Korrekturen für nötig hält. Hält der Zweitkorrektor eine Erstkorrektur für unrichtig oder unangemessen, klammert er diese ein. Kennzeichnungen und Anmerkungen, die die Vorzüge und Mängel der Aufgabenlösung verdeutlichen, zählen zu den Korrekturen.
- Bewertung und Benotung erfolgen auf einem gesonderten Blatt (s. Anlagen S. 4 und 5).
- Die Noten werden kurs- bzw. klassenweise in Listen eingetragen.
- Zu den Zeitvorgaben, Warnmeldungen und dem weiteren Verlauf des Verfahrens siehe den „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

4 Aufgaben, Erwartungshorizonte und Bewertungen

Erwartungshorizont:

Kursiv gedruckte Passagen sind Hinweise an die korrigierenden Lehrkräfte. Sie sind nicht Bestandteile der erwarteten Schülerleistung.

Die Lösungsskizzen in den Erwartungshorizonten zu den einzelnen Aufgaben geben Hinweise auf die erwarteten Schülerleistungen. Oft sind aber verschiedene Lösungsvarianten möglich, die in der Skizze nur zum Teil beschrieben werden konnten. Grundsätzlich gilt deshalb, dass alle Varianten, die zu richtigen Lösungen führen, mit voller Punktzahl bewertet werden, unabhängig davon, ob die gewählte Variante in der Lösungsskizze aufgeführt ist oder nicht.

Bewertung:

Die erreichbare Prüfungsleistung beträgt 100 Bewertungseinheiten (BWE), 34 BWE aus der Pflichtaufgabe I sowie jeweils 22 BWE aus drei der Aufgaben II, III, IV, V. Es werden nur ganzzahlige BWE vergeben. Bei der Festlegung der Prüfungsnote gilt die folgende Tabelle.

Bewertungseinheiten	Note
≥ 95	1+
≥ 90	1
≥ 85	1–
≥ 80	2+
≥ 75	2
≥ 70	2–
≥ 65	3+
≥ 60	3

Bewertungseinheiten	Note
≥ 55	3–
≥ 50	4+
≥ 45	4
≥ 40	4–
≥ 33	5+
≥ 26	5
≥ 19	5–
< 19	6

Bewertungskriterien für die Noten „gut“ und „ausreichend“

Die Note 2 („gut“) wird erteilt, wenn annähernd vier Fünftel (mindestens 75 %) der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden sind. Dabei muss die Prüfungsleistung in ihrer Gliederung, in der Gedankenführung, in der Anwendung fachmethodischer Verfahren sowie in der fachsprachlichen Artikulation den Anforderungen voll entsprechen. Ein mit „gut“ beurteiltes Prüfungsergebnis setzt voraus, dass neben Leistungen in den Anforderungsbereichen I und II auch Leistungen im Anforderungsbereich III erbracht werden.

Die Note 4 („ausreichend“) wird erteilt, wenn annähernd die Hälfte (mindestens 45 %) der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden ist. Dazu muss mindestens eine Teilaufgabe, die Anforderungen im Bereich II aufweist, vollständig und weitgehend richtig bearbeitet werden.

Die **Note „ausreichend“** für den **Hauptschulabschluss** wird erteilt, wenn mindestens 30 % der erreichbaren Gesamtleistung erbracht wurden.

Bei erheblichen Mängeln in der sprachlichen Richtigkeit ist die Bewertung der schriftlichen Prüfungsleistung je nach Schwere und Häufigkeit der Verstöße um bis zu einer Note herabzusetzen. Dazu gehören auch Mängel in der Gliederung, Fehler in der Fachsprache, Ungenauigkeiten in Zeichnungen sowie falsche Bezüge zwischen Zeichnungen und Text.

Realschulabschlussprüfung 2005 **Erstkorrektor**

Fach: Mathematik

Aufgaben-nummer ↓	BWE je Teilaufgabe (nicht verwendete Felder bitte durchstreichen)						BWE pro Aufgabe ↓
I	Von 34 BWE wurden erreicht ➔						
II	a	b	c	d	e	f	
III	a	b	c	d	e	f	
IV	a	b	c	d	e		
V	a	b	c	d	e		
	Summe der BWE ➔						

Bewertungstext

Note ➔	

Realschulabschlussprüfung 2005 **Zweitkorrektor**

Fach: Mathematik

Aufgaben-nummer ↓	BWE je Teilaufgabe (nicht verwendete Felder bitte durchstreichen)						BWE pro Aufgabe ↓
I	Von 34 BWE wurden erreicht ➔						
II	a	b	c	d	e	f	
III	a	b	c	d	e	f	
IV	a	b	c	d	e		
V	a	b	c	d	e		
	Summe der BWE ➔						

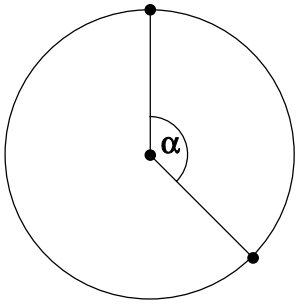
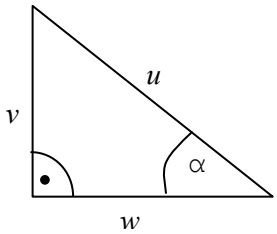
Bewertungstext

Note ➔

Aufgabe I – verbindlich – ohne Taschenrechner zu bearbeiten

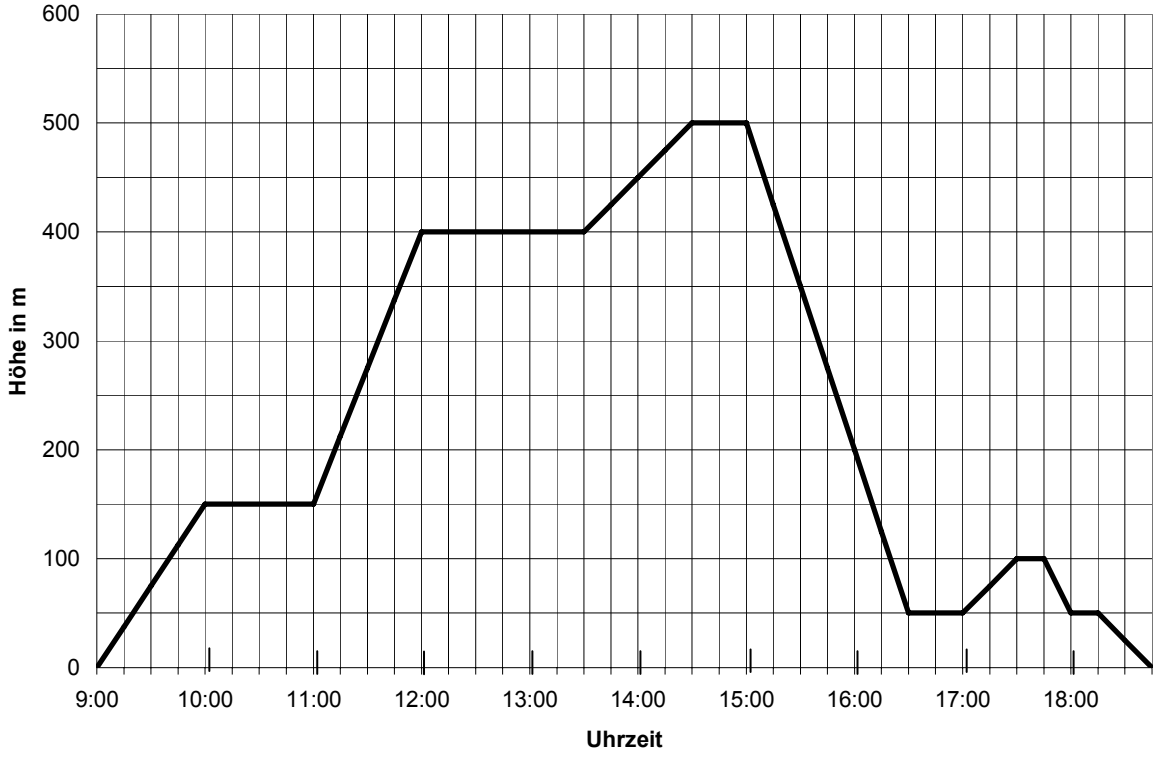
1. Notiere jeweils den Buchstaben der korrekten Lösung in der letzten Spalte:

	Aufgabe	a)	b)	c)	d)	Lösung
a)	$\frac{7}{3} \cdot 12 =$	14	$\frac{28}{3}$	28	$\frac{84}{36}$	
b)	$1{,}3 \cdot 0{,}8 =$	104	1,04	10,4	0,824	
c)	$1\frac{3}{4}$ h = … min	105 min	135 min	95 min	115 min	
d)	75 cm =	0,75 m	750 dm	0,075 m	7,5 mm	
e)	18 km =	1800 m	18 000 cm	180 dm	18 000 m	
f)	$\frac{1}{5} =$	50 %	0,51	20 %	0,2 %	
g)	$360 : 12 = 180 :$ ____	8	24	6	15	
h)	Subtrahiert man von einer Zahl $3\frac{3}{4}$, so erhält man $4\frac{1}{4}$. Wie heißt die Zahl?	1	$\frac{1}{2}$	8	$7\frac{1}{2}$	
i)	$5^6 : 5^3$	5^9	1^3	5^{18}	5^3	
j)	$2x \cdot (3x - 4)$	$12x - 4$	$6x - 8x$	$6x^2 - 4x$	$6x^2 - 8x$	
k)	Welches Volumen ist das größte?	20 dm^3	200 cm^3	2 m^3	200 Liter	
l)	Welche Gleichung gehört zu folgendem Text? Addiert man zu einer Zahl das Doppelte und die Hälfte dieser Zahl, so erhält man 119.	$2x + \frac{x}{2} = 119$	$x + 2x + \frac{x}{2} = 119$	$x + 2 + \frac{1}{2} = 119$	$x + 2 \cdot \frac{1}{2} = 119$	
m)	Ein Bagger schaufelt in vier Minuten drei Kubikmeter Erde aus einer Grube. Wie viel schafft er in einer Stunde?	45 m^3	12 m^3	80 m^3	60 m^3	

	Aufgabe	a)	b)	c)	d)	Lösung
n)	Um welchen Faktor ändert sich der Flächeninhalt eines Quadrates, wenn die Seitenlängen verdreifacht werden?	9	3	8	6	
o)	Der Winkel α hat die Größe 135^0. Welcher prozentuale Anteil der Kreisfläche wird durch den Kreissektor beschrieben? 	45%	60%	37,5%	25%	
p)	n sei eine natürliche Zahl. Wie muss folgender Term ergänzt werden, damit eine Quadratzahl (einer anderen natürlichen Zahl) entsteht? $n^2 - \_\_\_\_\_ + 121$	0	$11n$	$5{,}5n$	$22n$	
q)	 sin α =	$\frac{u}{w}$	$\frac{w}{u}$	$\frac{v}{u}$	$\frac{v}{w}$	

2. Heißluftballon

Die Grafik gibt die Höhe eines Heißluftballons während einer Ballonfahrt an.



a) Gib die Dauer der Fahrt an. _____

b) Gib an, zwischen welchen Uhrzeiten der Ballon am höchsten fliegt. _____

c) Gib an, zwischen welchen Uhrzeiten er am schnellsten steigt. _____

d) Gib an, um wie viel Meter der Ballon zwischen 15.30 Uhr und 16.30 Uhr sinkt. _____

3. Gleichungen

Bestimme die Lösungen (Lösungsmengen) folgender Gleichungen in der Grundmenge $\mathbb{R}$:

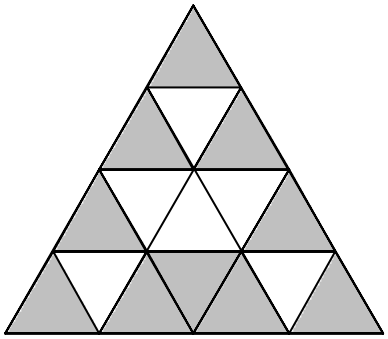
$3x - 17 = -29$ _____

$x^2 - 64 = 0$ _____

$x \cdot (x + 3{,}71) = 0$ _____

4. Dreieck

In der Abbildung siehst du ein großes Dreieck.



a) Gib an, wie viel Prozent von der gesamten Fläche gefärbt ist.

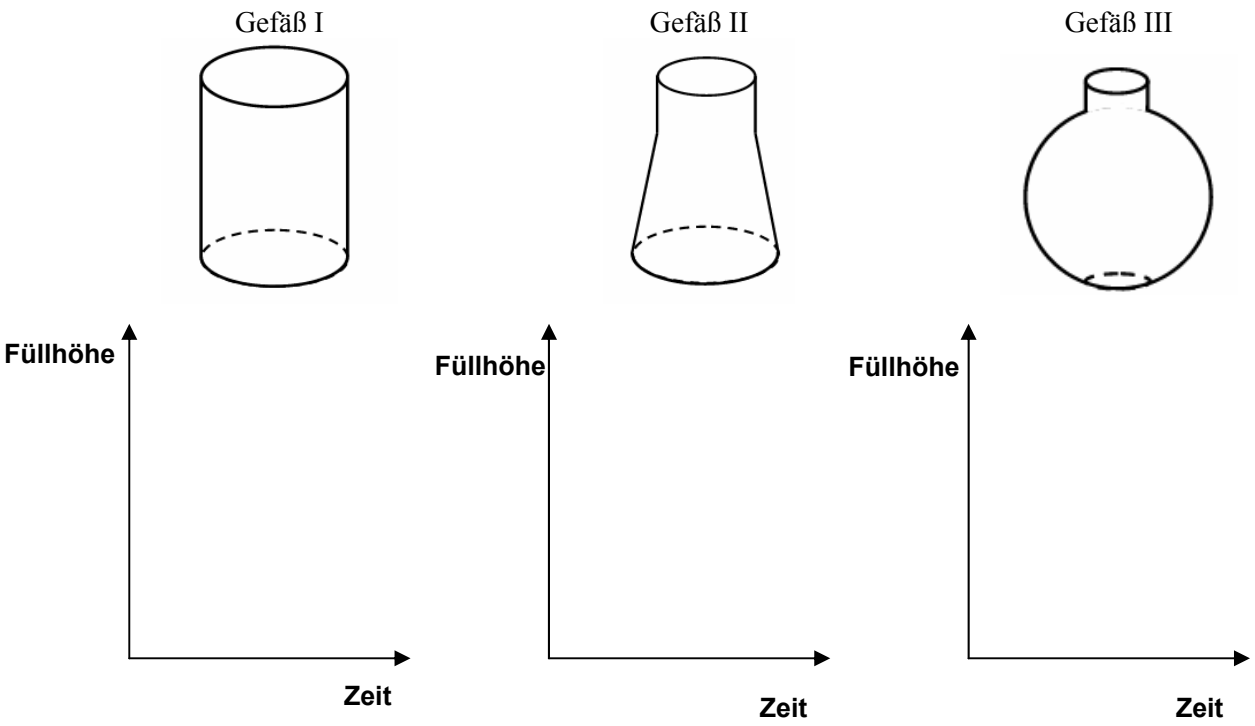
_____

b) Gib das Verhältnis der weißen Fläche zur gefärbten Fläche an.

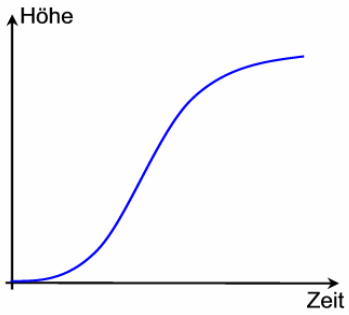
_____

5. Füllgraphen

a) Die abgebildeten und zunächst leeren Gefäße werden gleichmäßig mit Wasser gefüllt. Stelle in den Schaubildern dar, wie das Wasser in den Gefäßen in Abhängigkeit von der Füllzeit steigt.

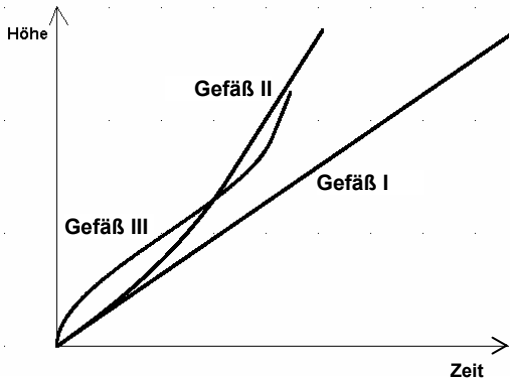


b) Ein Gefäß wird gleichmäßig mit Wasser gefüllt. Skizziere ein Gefäß, das zu dem Füllgraphen passt.



Erwartungshorizont

	Lösungsskizze		Zuordnung, Bewertung		
			I	II	III
1.	a) $\frac{7}{3}\cdot 12 = \mathbf{28}$	**c)**	1		
	b) $1{,}3\cdot 0{,}8 = \mathbf{1{,}04}$	**b)**	1		
	c) $1\frac{3}{4}$ h = **105 min**	**a)**	1		
	d) 75 cm = **0,75 m**	**a)**	1		
	e) 18 km = **18 000 m**	**d)**	1		
	f) $\frac{1}{5} = \mathbf{20\%}$	**c)**		1	
	g) $360:12 = 180:\mathbf{6}$	**c)**		1	
	h) $x - 3\frac{3}{4} = 4\frac{1}{4};\quad x = \mathbf{8}$	**c)**		1	
	i) $5^6 : 5^3 = \mathbf{5^3}$	**d)**		1	
	j) $2x\cdot(3x-4) = \mathbf{6x^2 - 8x}$	**d)**		1	
	k) Größtes Volumen: **2 m³**	**c)**	1		
	l) $\boldsymbol{x + 2x + \frac{x}{2} = 119}$	**b)**		1	
	m) **45 m³**	**a)**		1	
	n) Faktor **9**	**a)**		1	
	o) **37,5%**	**c)**		1	
	p) $\mathbf{22}\boldsymbol{n}$	**d)**			1
	q) $\sin\alpha = \frac{\boldsymbol{v}}{\boldsymbol{u}}$	**c)**	1		
2.	a) Die Fahrt dauert **9 h 45 min**.		1		
	b) Der Ballon befindet sich zwischen **14.30 Uhr und 15.00 Uhr** auf seiner maximalen Höhe.		1		
	c) Der Ballon steigt zwischen **11.00 Uhr und 12.00 Uhr** am schnellsten.			1	
	d) Der Ballon sinkt zwischen 15.30 Uhr und 16.30 Uhr um **300 m**.			1	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
3.	a) $3x - 17 = -29$ Die Gleichung hat die Lösung $\boldsymbol{x = -4}$ oder: $\mathbf{L = \{-4\}}$	1		
	b) $x^2 - 64 = 0$ Die Gleichung hat die Lösungen $\boldsymbol{x_1 = -8 \wedge x_2 = 8}$ oder: Die Gleichung hat die Lösungen $\boldsymbol{x = -8 \vee x = 8}$ oder: $\mathbf{L = \{-8\,;8\}}$.		2	
	c) $x \cdot (x + 3{,}71) = 0$ Die Gleichung hat die Lösungen $\boldsymbol{x_1 = 0 \wedge x_2 = -3{,}71}$ oder: Die Gleichung hat die Lösungen $\boldsymbol{x = 0 \vee x = -3{,}71}$ oder: $\mathbf{L = \{0\,;-3{,}71\}}$.		2	
4.	a) 10 von 16 Dreiecken sind gefärbt, also $\frac{10}{16} = \frac{5}{8} = \mathbf{0{,}625 = 62{,}5\%}$		1	
	b) **6 : 10** oder **3 : 5** oder **1 : 1,$\overline{6}$**.	1		
5.	a) Wesentlich ist: • der vollständig lineare Verlauf des Graphen zu Gefäß I • der anfangs linksgekrümmte und dann lineare Verlauf des Graphen zu Gefäß II • der mit einer Rechtskrümmung beginnende S-förmige und dann lineare Verlauf des Graphen zu Gefäß III. 		3	
	b) Es handelt sich um ein Gefäß, das – von unten nach oben betrachtet – im Querschnitt erst immer schmaler und dann immer breiter wird, z.B. eine Eieruhr. Das Gefäß könnte symmetrisch zu einer waagerechten Ebene in mittlerer Höhe sein.			2
	Insgesamt 34 BWE	11	20	3

Aufgabe II – Idee der Zahl

Hinweis zu Rundungen: Ergebnisse werden nur im Antwortsatz – gegebenenfalls nach Vorgabe – gerundet. Wird ein Zwischenergebnis für weitere Berechnungen eingesetzt, ist ein möglichst genauer Wert (Taschenrechnerwert) zu verwenden.

Planeten

Die Planeten Erde und Mars bewegen sich auf elliptischen Bahnen (in nahezu der gleichen Ebene) um die Sonne. Zur Vereinfachung gehen wir im Folgenden von Kreisbahnen aus.

Die Erde ist durchschnittlich 150 000 000 km von der Sonne entfernt. Der Mars ist von der Sonne durchschnittlich rund 230 000 000 km entfernt. Eine nichtmaßstäbliche Skizze findest du auf dem beigefügten Arbeitsblatt.

a) Zeichne in die Skizze auf dem Arbeitsblatt
   - die Stellung des Planeten Mars in der kleinsten Entfernung zur Erde mit einem dicken Punkt ein und bezeichne ihn mit M_1
   - die Stellung des Planeten Mars in der größten Entfernung zur Erde wieder mit einem dicken Punkt ein und bezeichne ihn mit M_2.

b) Berechne
   - die kleinste Entfernung zwischen Mars und Erde.
   - die größte Entfernung zwischen Mars und Erde.

c) Zu einem bestimmten Zeitpunkt haben die Planeten Mars und Erde einen Abstand von 150 000 000 km. Berechne, wie lange zu diesem Zeitpunkt ein Funksignal von der Erde bis zum Mars unterwegs ist. Funksignale breiten sich mit der Lichtgeschwindigkeit von rund 300 000 Kilometer pro Sekunde aus.

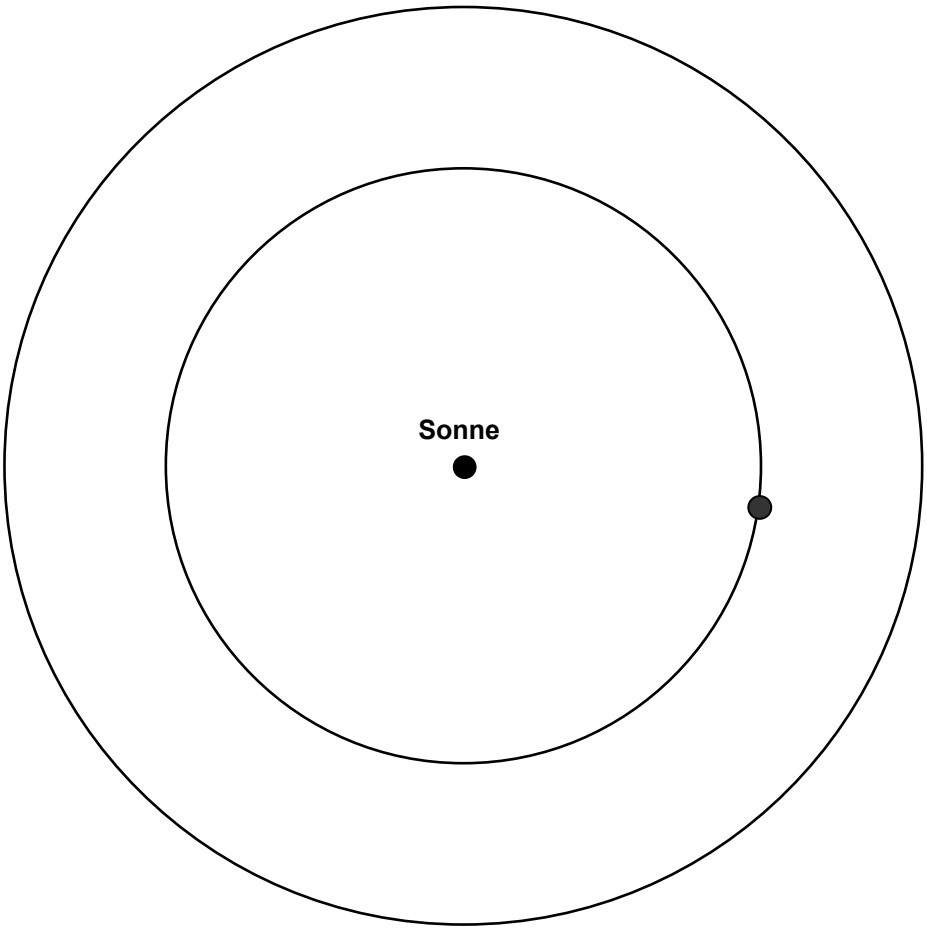
d) Die Abstandsverhältnisse der Planeten sollen auf einem Schulhof dargestellt werden.
   Dabei soll der Mittelpunkt des Sonnenmodells 20 m vom Mittelpunkt des Erdmodells entfernt sein. Berechne den Abstand des Mittelpunkts des Sonnenmodells bis zum Mittelpunkt des Marsmodells.

e) Der Erddurchmesser beträgt etwa 12 760 km, der Sonnendurchmesser etwa 1 392 000 km. Für das Modell der Erde wird eine Kugel mit einem Durchmesser von 2 cm gewählt.
   Beurteile, ob ein aufgeblasener Luftballon mit einem größtmöglichen Durchmesser von 1 m ausreichen würde, um ein maßstabsgerechtes Sonnenmodell zu erstellen.

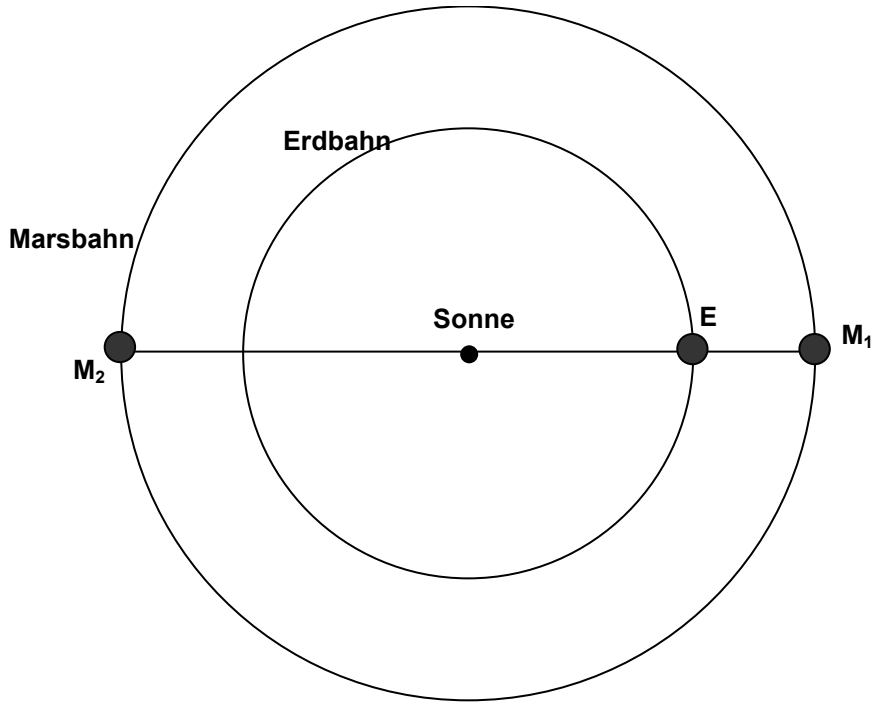
f) Wie oft würde das Volumen der Erde in das Volumen der Sonne „passen“? Begründe durch Rechnung.

Arbeitsblatt zur Aufgabe „Planeten“, Aufgabenteil a)

Name: _____ Klasse: _____



Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung I	II	III
a)	*Sonne, Mars und Erde liegen auf einer Geraden. Bei der kleinstmöglichen Entfernung liegt die Erde zwischen Sonne und Mars. Bei der größtmöglichen Entfernung liegt die Sonne zwischen Mars und Erde.* 	3		
b)	Die kleinstmögliche Entfernung zwischen beiden Planeten ist die Sonnenentfernungsdifferenz: $230\,000\,000 \text{ km} - 150\,000\,000 \text{ km} = 80\,000\,000 \text{ km} [= 8 \cdot 10^7 \text{ km} = 8 \cdot 10^{10} \text{ m}]$.	3		
	Die größtmögliche Entfernung zwischen beiden Planeten liegt vor, wenn Sonne, Erde und Mars sich auf einer Geraden befinden und die Sonne zwischen ihnen liegt. Die größte Entfernung ist die Summe der jeweiligen Sonnenentfernungen: $230\,000\,000 \text{ km} + 150\,000\,000 \text{ km} = 380\,000\,000 \text{ km} [= 3{,}8 \cdot 10^8 \text{ km} = 3{,}8 \cdot 10^{11} \text{ m}]$	3		
c)	Teilt man die Entfernung von 150 000 000 km durch die Lichtgeschwindigkeit von 300 000 km/s, so erhält man die Zeit von 500 s. Das sind 8 Minuten und 20 Sekunden.		3	
d)	$20 : 150\,000\,000 = x : 230\,000\,000$ $x = \frac{230\,000\,000 \cdot 20}{150\,000\,000}$ $x = 30{,}\overline{6}$ In dem Modell beträgt der Abstand von der Sonne zum Mars ungefähr 30,7 m.		3	

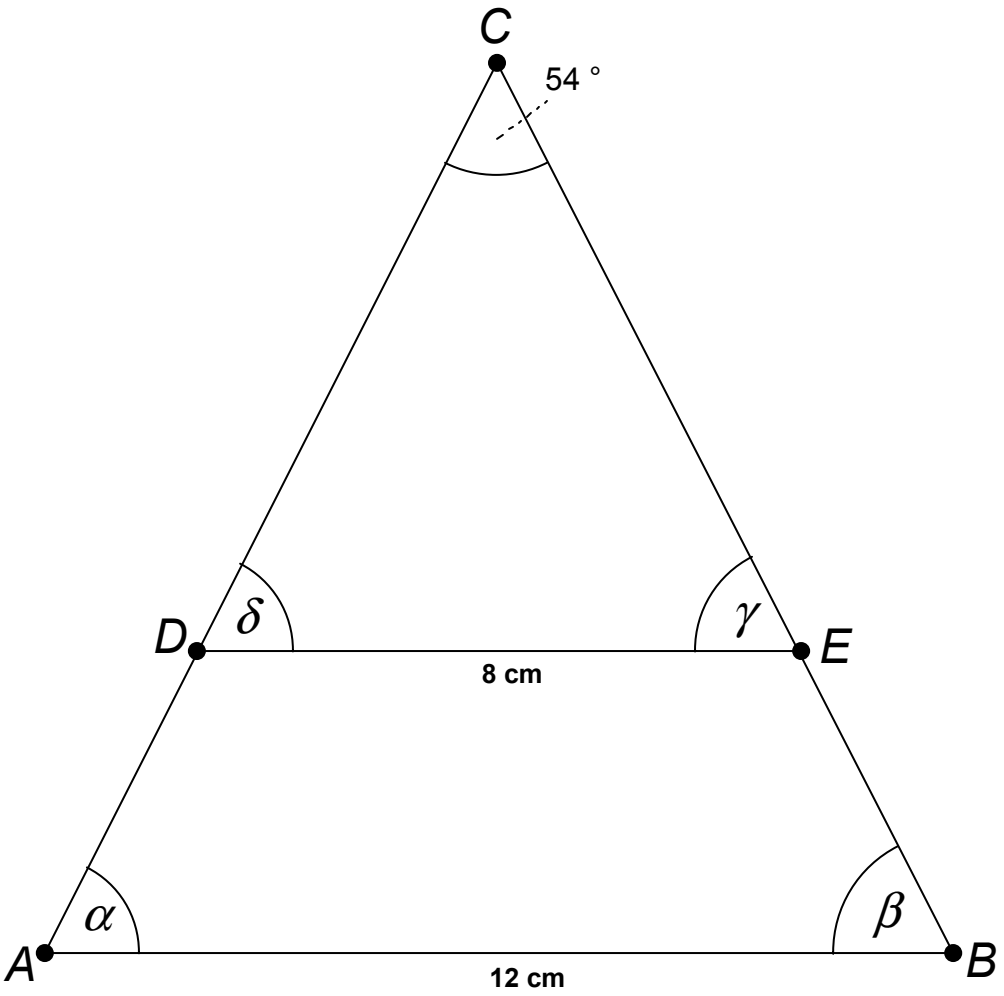
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
e)	$2:12\,760 = x:1\,392\,000$ $x = \frac{1\,392\,000 \cdot 2}{12\,760}$ $x = 218{,}\overline{18}$ Die Sonne müsste durch eine Kugel mit einem Durchmesser von ca. 2,18 m dargestellt werden. Für ein maßstabsgerechtes Modell reicht dieser Luftballon nicht aus.		3	
f)	<u>Volumen der Erde:</u> $V_E = \frac{4}{3}\pi \cdot r_E{}^3$ <u>Volumen der Sonne:</u> $V_S = \frac{4}{3}\pi \cdot r_S{}^3$ $\frac{V_S}{V_E} = \frac{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_S^3}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_E^3} = \frac{r_S^3}{r_E^3} = \left(\frac{r_S}{r_E}\right)^3 = \left(\frac{696\,000}{6\,380}\right)^3 \approx 1298271{,}97...$ Das Volumen der Sonne ist um den Faktor von ca. 1 300 000 mal größer als das Volumen der Erde.			4
	Insgesamt 22 BWE	9	9	4

Aufgabe III – Idee des Messens

Hinweis zu Rundungen: Ergebnisse werden nur im Antwortsatz – gegebenenfalls nach Vorgabe – gerundet. Wird ein Zwischenergebnis für weitere Berechnungen eingesetzt, ist ein möglichst genauer Wert (Taschenrechnerwert) zu verwenden.

Dreieck

Die Abbildung zeigt ein gleichschenkliges Dreieck *ABC*. Die Strecke $\overline{DE}$ ist parallel zur Strecke $\overline{AB}$.



a) Gib an, welche Figuren du in der Skizze erkennst.

b) Bestimme die Winkelgrößen von α, β, γ und δ.

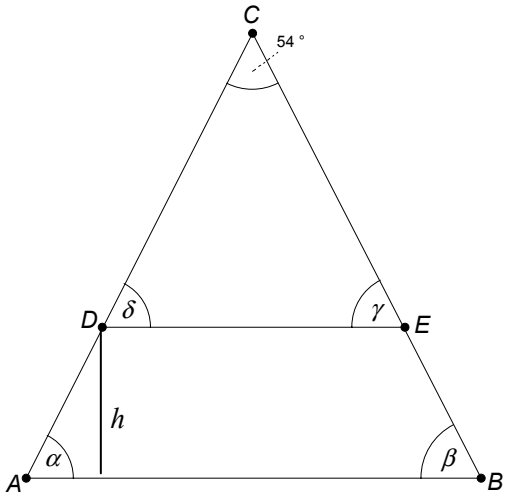
c) Miss in der Zeichnung die Höhe des Vierecks *ABED* und berechne damit seinen Flächeninhalt.

d) Berechne die genaue Länge der gemessenen Höhe.

e) Bestimme den Umfang des Vierecks *ABED*.
Wenn du die Höhe nicht berechnen konntest, kannst du den gemessenen Wert benutzen.

f) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks *DEC*.

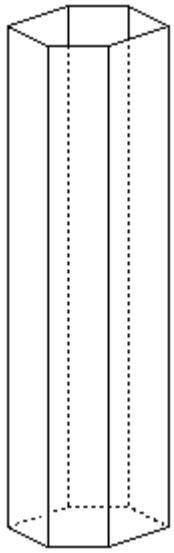
Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Folgende Figuren lassen sich (*zusätzlich zum Dreieck ABC, das nicht noch einmal genannt werden muss)* erkennen: • gleichschenkliges Dreieck *DEC* und • Trapez *ABED*.	2		
b)	Wegen der Gleichschenkligkeit der Dreiecke *ABC* und *DEC* haben die vier Winkel alle die Größe $\frac{180^0 - 54^0}{2} = 63^0$.	2		
c)	Für den Flächeninhalt eines Trapezes gilt: $A_T = \frac{a+c}{2} \cdot h$, wobei *a* und *c* die beiden parallelen Seiten sind mit *a* = 12 cm und *c* = 8 cm. *h* wird ausgemessen zu 4,0 cm. Damit erhält man $A_{Tr} = \frac{8+12}{2} \cdot 4 = 40$. Das Trapez *ABED* hat einen Flächeninhalt von 40 cm^2. *Toleranz beim Messen: ± 1mm.*	3		
d)	 Der Abstand des Fußpunktes der Höhe *h* zum nächst gelegenen Eckpunkt ist die halbe Differenz der Längen der Parallelen, also $\frac{12\text{ cm} - 8\text{ cm}}{2} = 2\text{ cm}$. Der entsprechende Winkel (α oder β) ist 63° groß. Also gilt: $\tan 63° = \frac{h}{2}$, also $h = 2 \cdot \tan 63° = 3{,}925...$. Die Höhe *h* hat eine Länge von ca. 3,93 cm.	2	2	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
e)	Die fehlende „schräge“ Seite b des Trapezes lässt sich berechnen z.B. • <u>mithilfe der Kosinusfunktion</u> $\cos 63° = \frac{2}{b}$ $b = \frac{2}{\cos 63°}$ $b = 4{,}405...$ • <u>über den Satzes des Pythagoras</u> $b^2 = h^2 + 4$ $b = \sqrt{h^2 + 4}$ $b = 4{,}405...$ Für den Umfang des Trapezes gilt damit: $U = 12 + 8 + 2 \cdot b$ $U = 28{,}810...$ Der Umfang des Trapezes beträgt ca. 28,8 cm.		4	
f)	Zur Bestimmung der Fläche des Dreiecks sind verschiedene Wege möglich, z.B. $A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h_1$ g hat nach Vorgabe eine Länge von 8 cm. h_1 muss berechnet werden. Es gilt: $\tan 63° = \frac{h_1}{4}$ oder $\tan 27° = \frac{4}{h_1}$ $h_1 = 4 \cdot \tan 63°$ $\quad$ $h_1 = \frac{4}{\tan 27°}$ $h_1 = 7{,}85...$ $\quad$ $h_1 = 7{,}85...$ *Ebenso können Ähnlichkeitsbeziehungen bzw. die Strahlensätze genutzt werden.* Für den Flächeninhalt des Dreiecks gilt damit: $A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot h_1 = 31{,}40...$. Das Dreieck DEC hat einen Flächeninhalt von ca. 31,4 cm^2.		4	3
	Insgesamt 22 BWE	9	10	3

Aufgabe IV – Idee von Raum und Form

Ballschachtel



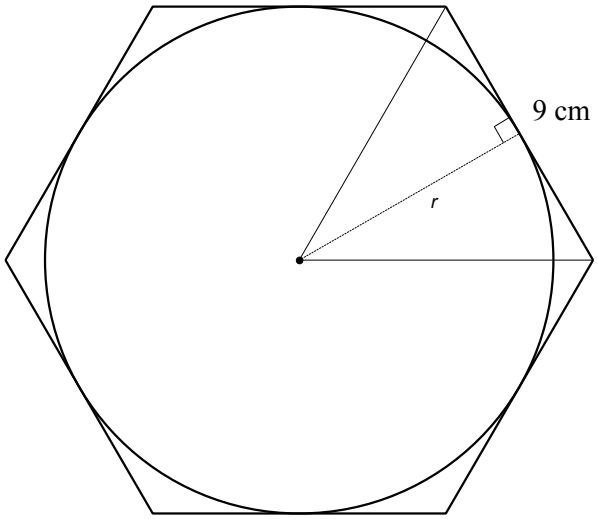
Eine Sportartikelfirma verpackt jeweils drei Bälle in eine Ballschachtel. Die Ballschachtel hat die Form eines geraden Prismas mit einem regelmäßigen Sechseck als Grundfläche (siehe Abbildung).

In die Ballschachtel kommt unten eine Styropor-Schicht von 3 cm Dicke, dann kommen die drei Bälle, die alle Seitenflächen berühren. Über den Bällen ist wieder eine Styropor-Schicht von 3 cm Dicke. Die Seitenlänge des Sechsecks beträgt 9 cm.

a) Die Bälle haben einen Radius von etwa 8 cm. Begründe, dass die Ballschachtel 54 cm hoch sein muss.

b) Berechne den Gesamtflächeninhalt aller sechs rechteckigen Seitenflächen.

c) Die folgende Abbildung zeigt die Ballschachtel von oben, also das regelmäßige Sechseck und den Querschnitt eines Balles. Zeige, dass die Bälle tatsächlich nur einen Radius von etwa 7,8 cm aufweisen.



d) Weise nach, dass die Grundfläche der Ballschachtel einen Flächeninhalt von etwa 210 cm² hat.

e) Bestimme den prozentualen Anteil, den die Bälle vom Volumen der Ballschachtel einnehmen.

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Da die Ballschachtel drei Bälle übereinander aufnimmt und zusätzlich $2 \cdot 3$ cm = 6 cm Styropor-Lagen aufweist, ergibt sich $h_V = 6 \cdot r + 6 = 6 \cdot 8 + 6 = 54$. Die Ballschachtel muss also 54 cm hoch sein.	3		
b)	Hier ist der Gesamtflächeninhalt von sechs Rechtecken mit gegebenen Seitenkantenlängen zu berechnen, also $A = 6 \cdot 54 \cdot 9 = 2\,916$ Der Flächeninhalt aller sechs Rechtecke beträgt also 2 916 cm².	3		
c)	Das regelmäßige Sechseck hat die Kantenlänge s = 9 cm. Ein regelmäßiges Sechseck ist aus sechs gleichseitigen Dreiecken aufgebaut. Der gesuchte Radius ist die Höhe dieser Dreiecke. Diese Höhe lässt sich über die Anwendung des Satzes des Pythagoras berechnen: $r = \sqrt{s^2 - \left(\frac{1}{2}s\right)^2}$, also $r = \sqrt{9^2 - \left(\frac{1}{2} \cdot 9\right)^2} = \sqrt{81 - 20{,}25} = \sqrt{60{,}75} \approx 7{,}794...$. Die Bälle haben tatsächlich einen Radius von etwa 7,8 cm. *Die direkte Verwendung der Formel der Höhe h in einem gleichseitigen Dreieck mit der Seitenlänge s ist selbstverständlich auch zugelassen:* $h = \frac{s}{2} \cdot \sqrt{3} = 4{,}5 \cdot \sqrt{3} = 7{,}794\ldots \approx 7{,}8.$		5	
d)	Auch hier ist die Zerlegung des Sechsecks in sechs kongruente gleichseitige Dreiecke sinnvoll. Für den Flächeninhalt erhält man $A = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot s \cdot h = 3 \cdot s \cdot h = 3 \cdot 9 \cdot \sqrt{60{,}75} = 210{,}444...$ Die Grundfläche hat also einen Flächeninhalt $A = 210{,}4$ cm² , also ungefähr 210 cm².		4	
e)	Das Volumen der drei Bälle ist das Volumen dreier Kugeln mit dem Radius r = 7,8 cm: $V_B = 3 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$ $= 4 \cdot \pi \cdot \left(\sqrt{60{,}75}\right)^3$ $\approx 5950{,}168...$			

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Die Ballschachtel ist ein Prisma mit der bekannten Grundfläche (aus dem Aufgabenteil d) und der Höhe 54 cm. Dieses Prisma hat das Volumen $V_{Ver} = 210{,}444... \cdot 54 = 11363{,}985...$. Der Raumanteil der Bälle ergibt sich durch $\frac{V_B}{V_{Ver}} = \frac{4 \cdot \pi \cdot \sqrt{60{,}75^3}}{27 \cdot \sqrt{60{,}75} \cdot 54} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 60{,}75}{27 \cdot 54} \approx 0{,}524 = 52{,}4\%$		3	4
	Insgesamt 22 BWE	6	12	4

Aufgabe V – Idee des funktionalen Zusammenhangs

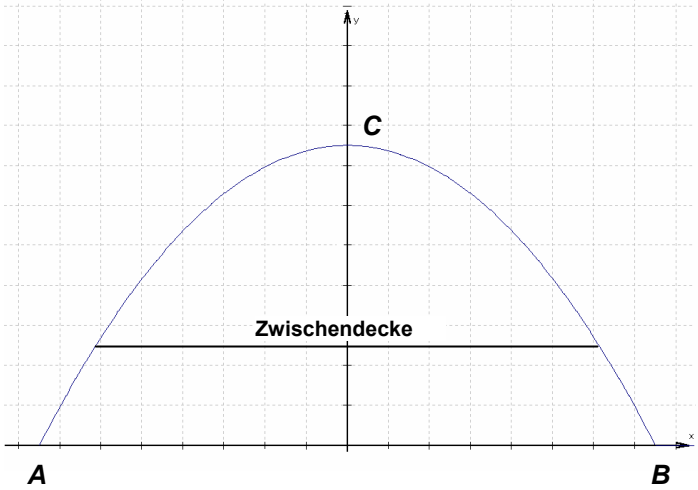
Halle

Die Halle auf dem Bild ist 45 m lang, 30 m breit und in der Mitte 15 m hoch.

a) Berechne die Grundfläche der Halle.

b) Im Winter soll eine Eisbahn in die Halle eingebaut werden. Die Eisbahn belegt 60 % der Grundfläche der Halle. Berechne den Flächeninhalt der Eisbahn.

c) In der folgenden Zeichnung ist die Vorderseite der Halle dargestellt. Sie hat die Form einer Parabel.



Gib die Koordinaten der Punkte A, B und C an.

d) Wähle aus den folgenden Gleichungen (1) bis (4) diejenige aus, die die Parabel beschreibt. Begründe deine Wahl. Begründe ebenso, warum die anderen Gleichungen nicht infrage kommen.

(1)	(2)	(3)	(4)
$y=-\frac{1}{30}x^2+15$	$y=-\frac{1}{30}x^2+10$	$y=-\frac{1}{15}x^2+15$	$y=\frac{1}{15}x^2+15$

e) Über dem Eingangsbereich ist in 5 m Höhe eine Zwischendecke eingezogen worden (siehe Abbildung und Skizze). Berechne die Breite der Zwischendecke.

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Grundfläche der Halle: $A = 45 \cdot 30 = 1\,350$ Die Halle hat eine Grundfläche von 1 350 m^2.	2		
b)	Anteil der Eisfläche: 60% von 1 350 m^2: $\frac{60}{100} \cdot 1\,350 = 810$ Die Eisfläche hat einen Flächeninhalt 810 m^2.	2		
c)	Die Koordinaten ergeben sich unmittelbar aus den Abmessungen der Halle: $A\,(-15 \mid 0)$; $B(15 \mid 0)$; $C(0 \mid 15)$	3		
d)	• Sowohl $y = -\frac{1}{30}x^2 + 15$ als auch $y = -\frac{1}{15}x^2 + 15$ kommen zunächst infrage. Die Gleichungen beschreiben nach unten geöffnete Parabeln mit dem y-Achsenabschnitt 15 (der der Höhe der Halle entspricht). • $y = -\frac{1}{30}x^2 + 10$ kommt nicht infrage, denn die Halle ist 15 m hoch, nicht 10 m. • $y = \frac{1}{15}x^2 + 15$ kommt ebenfalls nicht infrage, denn diese Gleichung beschreibt eine nach oben geöffnete Parabel. • $y = -\frac{1}{30}x^2 + 15$ scheidet aus, denn die Nullstellen der entsprechenden Parabel sind nicht -15 bzw. 15. Nachweis durch Rechnung: Entweder durch Einsetzen: oder durch Nullstellenbestimmung: $y = -\frac{1}{30} \cdot 15^2 + 15$ $y = -\frac{225}{30} + 15$ $y = 7{,}5 \neq 15$ $-\frac{1}{30}x^2 + 15 = 0 \quad \mid \cdot(-30)$ $x^2 - 450 = 0 \quad \mid +450$ $x^2 = 450 \quad \mid$ Wurzel $x_{1/2} = \pm\sqrt{450} \neq \pm 15$ • $y = -\frac{1}{15}x^2 + 15$ ist die richtige Gleichung. Setzt man $x = 15$, erhält man $y = -\frac{1}{15} \cdot 15^2 + 15 = -15 + 15 = 0$.		9	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
e)	Zu lösen ist die Gleichung $-\frac{1}{15}x^2+15=5 \quad \vert -15$ $-\frac{1}{15}x^2=-10 \quad \vert \cdot(-15)$ $x^2=150 \quad \vert$ Wurzel ziehen $x_{1/2}=\pm\sqrt{150}$ $x_{1/2}\approx\pm 12{,}247...$ Die Zwischendecke hat also eine Breite von etwa $2\cdot 12{,}25\text{ m}=24{,}50\text{ m}$.		2	4
	Insgesamt 22 BWE	7	11	4