Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Bildung und Sport

Abschlussprüfung zum Realschulabschluss
Schuljahr 2005/2006

02. Juni 2006

Mathematik

Gesamtschulen und Realschulen

Aufgabensatz - ZWEITTERMIN

Unterlagen für die Lehrerinnen und Lehrer

Diese Unterlagen sind nicht für die Prüflinge bestimmt.

Diese Unterlagen enthalten:

1 Allgemeines
2 Hinweise für die Auswahl der Aufgaben
3 Hinweise zum Korrekturverfahren
4 Aufgaben, Erwartungshorizonte und die Bewertung für jede Aufgabe

1 Allgemeines

- Weisen Sie bitte die Schülerinnen und Schüler auf die allgemeinen Arbeitshinweise am Anfang der Schülermaterialien hin.
- Die Schülerinnen und Schüler kennzeichnen ihre Unterlagen mit ihrem Namen.
- Die Arbeitszeit beträgt **insgesamt 135 Minuten**. Für den ersten Prüfungsteil (Aufgabe I, ohne Taschenrechner) stehen bis zu 45 Minuten zur Verfügung, für den zweiten Prüfungsteil (3 Aufgaben aus den Aufgaben II, III, IV, V) steht nach Abgabe des bearbeiteten ersten Prüfungsteils der verbleibende Rest der Arbeitszeit zur Verfügung.
- Erlaubte Hilfsmittel: Nichtprogrammierbarer Taschenrechner, Formelblatt, Rechtschreiblexikon.

2 Aufgabenauswahl

Die Prüfungsleitung

- erhält **fünf** Aufgaben (**I, II, III, IV, V).**
  Aufgabe I ist von allen Prüflingen verbindlich zu bearbeiten.
- wählt unter Beteiligung der ersten Fachprüferin bzw. des ersten Fachprüfers aus den Aufgaben **II bis V** weitere **drei** Aufgaben aus.

Der Prüfling

- erhält zunächst **Aufgabe I** zur Bearbeitung ohne Taschenrechnerunterstützung. Diese Aufgabe ist auf den Aufgabenblättern zu bearbeiten.
- erhält bei Abgabe der bearbeiteten Aufgabe I die **drei von der Prüfungsleitung ausgewählten Aufgaben** zur Bearbeitung sowie seinen Taschenrechner. Diese Aufgaben sind auf Extrablättern zu bearbeiten.
- ist verpflichtet, jeweils die Vollständigkeit der vorgelegten Aufgaben vor Bearbeitungsbeginn zu überprüfen (Anzahl der Blätter, Anlagen usw.).

3 Korrekturverfahren

Die **Erstkorrektur** erfolgt durch die Fachlehrkraft der jeweiligen Klasse /des jeweiligen Kurses entsprechend der „Richtlinie für die Korrektur und Bewertung der Prüfungsarbeiten in den Hauptschul- und Realschulabschlussprüfungen“ sowie dem „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

- Die Erstkorrektur erfolgt in **roter** Farbe.
- Auf der Arbeit werden in Form von Randbemerkungen Korrekturzeichen angebracht. Kennzeichnungen und Anmerkungen, die die Vorzüge und Mängel der Aufgabenlösung verdeutlichen, zählen zu den Korrekturen.
- Bewertung und Benotung erfolgen auf einem gesonderten Blatt (s. Anlagen S. 4 und 5).
- Die Noten werden kurs- bzw. klassenweise in Listen eingetragen.
- Zu den Zeitvorgaben, Warnmeldungen und dem weiteren Verlauf des Verfahrens siehe den „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

Die **Zweitkorrektur** erfolgt durch eine Lehrkraft der gleichen Schule. Der Zweitkorrektor erhält die Prüfungsarbeiten mit den Randbemerkungen der Erstkorrektur sowie den zu den Aufgaben zugehörigen Lösungsvorschlägen, Erwartungshorizonten und Bewertungsschemata. Der Zweitkorrektor kennt lediglich die Korrekturen des Erstkorrektors, nicht jedoch dessen Bewertung und Benotung.

- Die Zweitkorrektur erfolgt in **grüner** Farbe.
- Auf der Arbeit werden in Form von Randbemerkungen Korrekturzeichen angebracht, soweit der Zweitkorrektor von der Erstkorrektur abweichende Korrekturen für nötig hält. Hält der Zweitkorrektor eine Erstkorrektur für unrichtig oder unangemessen, klammert er diese ein. Kennzeichnungen und Anmerkungen, die die Vorzüge und Mängel der Aufgabenlösung verdeutlichen, zählen zu den Korrekturen.
- Bewertung und Benotung erfolgen auf einem gesonderten Blatt (s. Anlagen S. 4 und 5).
- Die Noten werden in kurs- bzw. klassenweise in Listen eingetragen.
- Zu den Zeitvorgaben, Warnmeldungen und dem weiteren Verlauf des Verfahrens siehe den „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

4 Aufgaben, Erwartungshorizonte und Bewertungen

Erwartungshorizont:

Kursiv gedruckte Passagen sind Hinweise an die korrigierenden Lehrkräfte. Sie sind nicht Bestandteile der erwarteten Schülerleistung.

Die Lösungsskizzen in den Erwartungshorizonten zu den einzelnen Aufgaben geben Hinweise auf die erwarteten Schülerleistungen. Oft sind aber verschiedene Lösungsvarianten möglich, die in der Skizze nur zum Teil beschrieben werden konnten. Grundsätzlich gilt deshalb, dass alle Varianten, die zu richtigen Lösungen führen, mit voller Punktzahl bewertet werden, unabhängig davon, ob die gewählte Variante in der Lösungsskizze aufgeführt ist oder nicht.

Bewertung:

Die erreichbare Prüfungsleistung beträgt 100 Bewertungseinheiten (BWE), 34 BWE aus der Pflichtaufgabe I sowie jeweils 22 BWE aus drei der Aufgaben II, III, IV, V. Es werden nur ganzzahlige BWE vergeben. Bei der Festlegung der Prüfungsnote gilt die folgende Tabelle.

Bewertungseinheiten	Note
≥ 95	1+
≥ 90	1
≥ 85	1–
≥ 80	2+
≥ 75	2
≥ 70	2–
≥ 65	3+
≥ 60	3

Bewertungseinheiten	Note
≥ 55	3–
≥ 50	4+
≥ 45	4
≥ 40	4–
≥ 33	5+
≥ 26	5
≥ 19	5–
< 19	6

Bewertungskriterien für die Noten „gut“ und „ausreichend“

Die Note 2 („gut“) wird erteilt, wenn annähernd vier Fünftel (mindestens 75 %) der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden sind. Dabei muss die Prüfungsleistung in ihrer Gliederung, in der Gedankenführung, in der Anwendung fachmethodischer Verfahren sowie in der fachsprachlichen Artikulation den Anforderungen voll entsprechen. Ein mit „gut“ beurteiltes Prüfungsergebnis setzt voraus, dass neben Leistungen in den Anforderungsbereichen I und II auch Leistungen im Anforderungsbereich III erbracht werden.

Die Note 4 („ausreichend“) wird erteilt, wenn annähernd die Hälfte (mindestens 45 %) der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden ist. Dazu muss mindestens eine Teilaufgabe, die Anforderungen im Bereich II aufweist, vollständig und weitgehend richtig bearbeitet werden.

Die **Note „ausreichend“** für den **Hauptschulabschluss** wird erteilt, wenn mindestens 30 % der erreichbaren Gesamtleistung erbracht wurden.

Bei erheblichen Mängeln in der sprachlichen Richtigkeit ist die Bewertung der schriftlichen Prüfungsleistung je nach Schwere und Häufigkeit der Verstöße um bis zu einer Note herabzusetzen. Dazu gehören auch Mängel in der Gliederung, Fehler in der Fachsprache, Ungenauigkeiten in Zeichnungen sowie falsche Bezüge zwischen Zeichnungen und Text.

Realschulabschlussprüfung 2006 **Erstkorrektor**

Fach: Mathematik

Aufgaben-nummer ↓	BWE je Teilaufgabe (nicht verwendete Felder bitte durchstreichen)						BWE pro Aufgabe ↓
I	Von 34 BWE wurden erreicht ➔						
II	a	b	c	d	e		
III	a	b	c	d	e	f	
IV	a	b	c	d	e		
V	a	b	c	d	e	f	
	Summe der BWE ➔						

Bewertungstext

Note ➔

Dieser Bogen kann auch aus dem Internet unter **www.hera.bbs.hamburg.de** mit dem Anmeldenamen **abschluss** und dem Passwort **pruefung** zum rechnergestützten Ausfüllen heruntergeladen werden.

Realschulabschlussprüfung 2006 **Zweitkorrektor**

Fach: Mathematik

Aufgaben-nummer ↓	BWE je Teilaufgabe (nicht verwendete Felder bitte durchstreichen)						BWE pro Aufgabe ↓
I	Von 34 BWE wurden erreicht ➔						
II	a	b	c	d	e		
III	a	b	c	d	e	f	
IV	a	b	c	d	e		
V	a	b	c	d	e	f	
	Summe der BWE ➔						

Bewertungstext

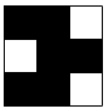
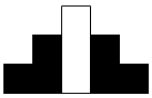
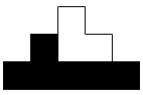
Note ➔

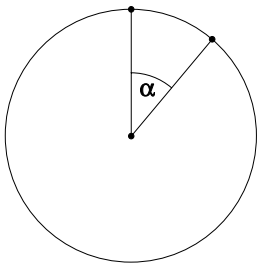
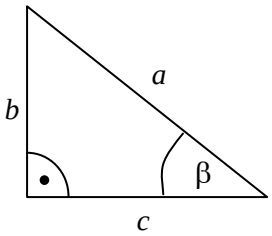
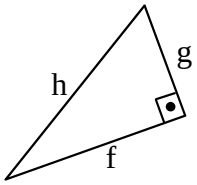
Dieser Bogen kann auch aus dem Internet unter **www.hera.bbs.hamburg.de** mit dem Anmeldenamen **abschluss** und dem Passwort **pruefung** zum rechnergestützten Ausfüllen heruntergeladen werden.

Aufgabe I – verbindlich – ohne Taschenrechner zu bearbeiten

Name: _____ **Klasse:** _____

1. Notiere jeweils den Buchstaben der korrekten Lösung in der letzten Spalte:

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
1)	$4,2 \cdot 0,1 =$	$0,042$	$0,42$	$42,0$	420	
2)	Welche Länge ist die größte?	0,3 km	30 cm	300 dm	30 000 mm	
3)	$1\frac{3}{4}$ h =	1 h 30 min	1 h 34 min	1 h 45 min	1 h 40 min	
4)	48 t =	4,8 kg	480 kg	4 800 kg	48 000 kg	
5)	$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} =$	$\frac{1}{12}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$	
6)	20 % von 700 € =	140 €	35 €	350 €	14 €	
7)	Welche Geschwindigkeit ist die kleinste?	$40\,\frac{m}{s}$	$100\,\frac{km}{h}$	$110\,\frac{km}{h}$	$30\,\frac{m}{s}$	
8)	$\frac{2}{5} =$	25 %	20 %	40 %	2,5 %	
9)	Welche der angegebenen Zahlen ist ohne Rest durch 6 teilbar?	13 503	75 879	48 892	35 514	
10)	$0,5\,m^3 =$	$0,5\,l$	$5\,l$	$50\,l$	$500\,l$	
11)	Welche Zahl ist die größte?	$-0,00350$	$-0,035$	$-0,0305$	$-0,35$	
12)	Ein Markenprodukt wurde um 40 % im Preis reduziert. Es kostete ursprünglich 110 €. Wie teuer ist es jetzt?	44 €	60 €	66 €	70 €	
13)	Bei welcher Figur ist **<u>nicht</u>** $\frac{1}{3}$ der Fläche weiß eingefärbt?					

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
14)	$3{,}4 \cdot 10^4 =$	340 000	3 400 000	34 000	34 000 000	
15)	Bestimme den Term mit dem gleichen Wert wie $3 + 7 \cdot 5$	$3 \cdot 7 + 5$	$2 + 9 \cdot 4$	$5 \cdot 3 + 7$	$12 + 3 \cdot 3$	
16)	Um welchen Faktor ändert sich die Oberfläche eines Würfels, wenn man seine Kantenlänge verdoppelt?	12	8	6	4	
17)	Um welchen Faktor ändert sich der Umfang eines Kreises, wenn der Durchmesser vervierfacht wird?	4	12	8	16	
18)	Der Winkel α hat die Größe 45°. Welcher prozentuale Anteil der Kreisfläche wird durch den Kreissektor beschrieben? 	45 %	12,5 %	10 %	8 %	
19)	 sin β =	$\frac{a}{c}$	$\frac{b}{c}$	$\frac{c}{a}$	$\frac{b}{a}$	
20)	 Welche Gleichung gilt?	$g^2 + h^2 = f^2$	$g = \sqrt{h^2 - f^2}$	$f^2 - g^2 = h^2$	$f = \sqrt{g^2 - h^2}$	

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
21)	Bei einem Spiel wird mit einem normalen Spielwürfel geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei einmaligem Würfeln eine ungerade Augenzahl zu bekommen?	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	
22)	Vier Plättchen befinden sich in einer Urne. Sie tragen die Buchstaben **A**, **M**, **S** und **U**. Es wird ohne Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der gezogenen Reihenfolge das Wort „MAUS“ gebildet wird?	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	

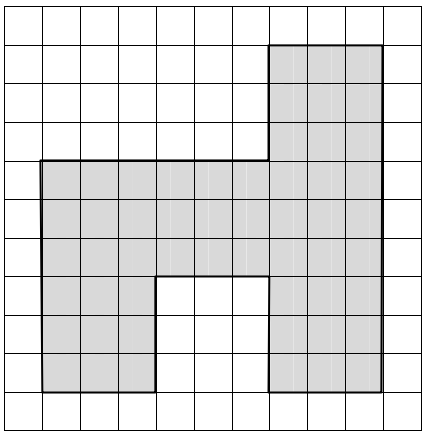
2. Bestimme jeweils alle Lösungen der folgenden Gleichungen.
   Hinweis: Sieh genau hin. Es sind kaum schriftliche Berechnungen erforderlich.

   a) $x^2 - 16 = 0$ _____

   b) $(x-5)\cdot(x+0{,}9)\cdot x = 0$ _____

   c) $\frac{1}{4x-5} = \frac{1}{11}$ _____

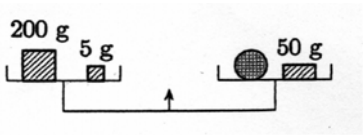
3. Bestimme den Flächeninhalt *A* der abgebildeten Figur.



Ein kleines Quadrat hat die Seitenlänge 1 cm.

A = _____

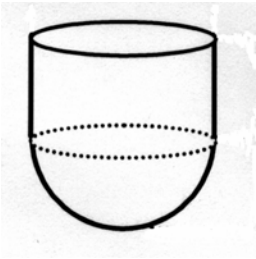
4. Die Waage befindet sich im Gleichgewicht (siehe Abbildung rechts). Wie viel wiegt die Kugel?



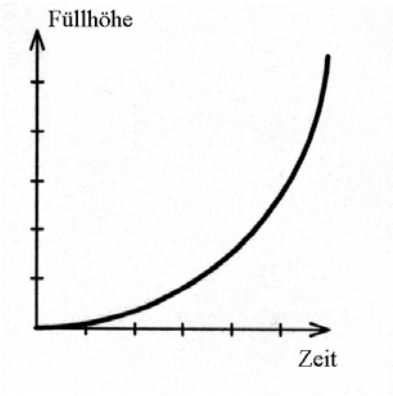
Die Kugel wiegt _____.

5. Das abgebildete Gefäß wird gleichmäßig mit Wasser gefüllt.

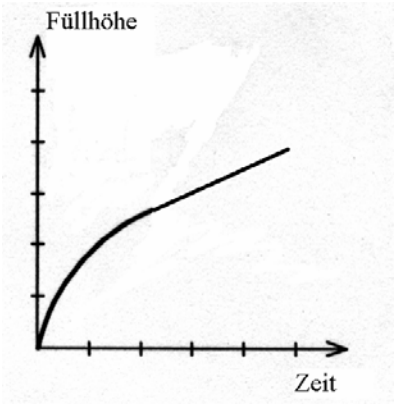
   Gib an, welcher Füllgraph passt, und begründe.



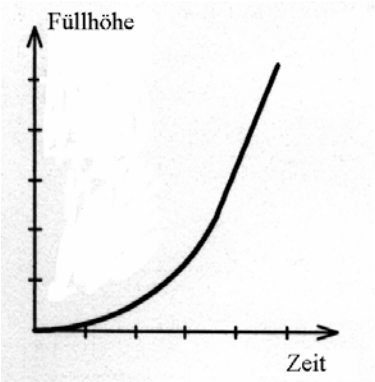
Füllgraph **1**



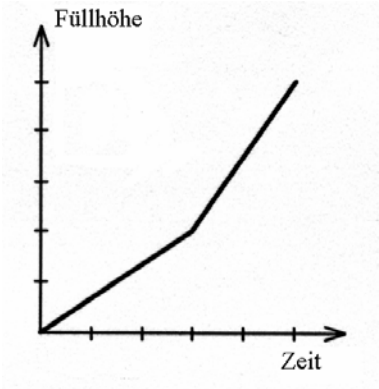
Füllgraph **2**



Füllgraph **3**



Füllgraph **4**



Zum Gefäß passt Füllgraph Nr. _____.

Begründung:

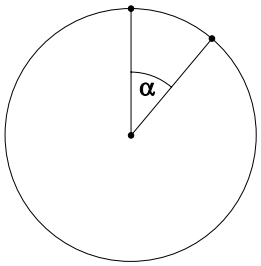
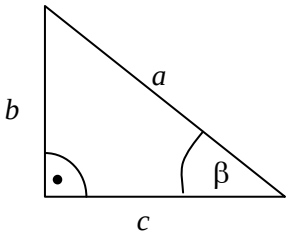
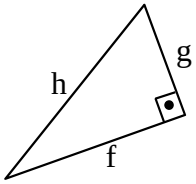
_____

_____

_____

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze			Zuordnung, Bewertung		
	Aufgabe	**Lösung**	**Buchstabe**	I	II	III
1)	$4,2 \cdot 0,1 =$	$0,42$	**B**	1		
2)	Welche Länge ist die größte?	0,3 km	**A**	1		
3)	$1\frac{3}{4}$ h =	1 h 45 min	**C**	1		
4)	48 t =	48 000 kg	**D**	1		
5)	$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} =$	$\frac{7}{12}$	**B**	1		
6)	20 % von 700 € =	140 €	**A**	1		
7)	Welche Geschwindigkeit ist die kleinste?	$100\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$	**B**	1		
8)	$\frac{2}{5} =$	40 %	**C**	1		
9)	Welche der angegebenen Zahlen ist ohne Rest durch 6 teilbar?	35 514	**D**	1		
10)	$0,5\,m^3 =$	500 l	**D**	1		
11)	Welche Zahl ist die größte?	$-0,00350$	**A**		1	
12)	Ein Markenprodukt wurde um 40 % im Preis reduziert. Es kostete ursprünglich 110 €. Wie teuer ist es jetzt?	66 €	**C**		1	
13)	Bei welcher Figur ist **<u>nicht</u>** $\frac{1}{3}$ der Fläche weiß eingefärbt?		**B**		1	
14)	$3,4 \cdot 10^4 =$	34 000	**C**		1	
15)	Bestimme den Term mit dem gleichen Wert wie $3 + 7 \cdot 5$	$2 + 9 \cdot 4$	**B**		1	
16)	Um welchen Faktor ändert sich die Oberfläche eines Würfels, wenn man seine Kantenlänge verdoppelt?	4	**D**		1	

	Lösungsskizze			Zuordnung, Bewertung		
	Aufgabe	**Lösung**	**Buchstabe**	I	II	III
17)	Um welchen Faktor ändert sich der Umfang eines Kreises, wenn der Durchmesser vervierfacht wird?	4	**A**		1	
18)	Der Winkel α hat die Größe 45°. Welcher prozentuale Anteil der Kreisfläche wird durch den Kreissektor beschrieben? 	12,5 %	**B**		1	
19)	 sin β =	$\frac{b}{a}$	**D**		1	
20)	 Welche Gleichung ist gültig?	$g=\sqrt{h^2-f^2}$	**B**		1	
21)	Bei einem Spiel wird mit einem normalen Spielwürfel geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei einmaligem Würfeln eine ungerade Augenzahl zu bekommen?	$\frac{1}{2}$	**A**		1	
22)	Vier Plättchen befinden sich in einer Urne. Sie tragen die Buchstaben **A**, **M**, **S** und **U**. Es wird ohne Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der gezogenen Reihenfolge das Wort „MAUS“ gebildet wird?	$\frac{1}{24}\left[=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\right]$ *Begründung (in Klammer) ist nicht erforderlich!*	**B**		1	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
2.	a) $x^2 - 16 = 0$ hat die Lösungen 4 bzw. –4 oder $L = \{-4, 4\}$.		1	
	b) $(x-5)\cdot(x+0{,}9)\cdot x = 0$ hat die Lösungen 0 ; –0,9 ; 5 oder $L = \{0; -0{,}9; 5\}$. *1 Fehler 1 Punkt, mehr als 1 Fehler 0 Punkte.*		2	
	c) $\frac{1}{4x-5} = \frac{1}{11}$ hat die Lösung 4 oder $L = \{4\}$		2	
3.	Durch entsprechendes Verschieben von Teilflächen erhält man ein Rechteck mit den Seitenlängen 9 cm bzw. 6 cm. Der Flächeninhalt beträgt also 54 cm^2. *Natürlich sind auch andere Überlegungen zulässig, die zur richtigen Lösung führen.*		2	
4.	Es gilt: 200 + 5 = x + 50, also x = 155. Die Kugel wiegt 155 g. *Die Gleichung muss nicht angegeben werden. Die Lösung lässt sich auch direkt ablesen.*		2	
5.	Nr. 2 ist der richtige Graph. Der (stets positive) Anstieg des Graphen nimmt zunächst ab und geht dann in einen linearen Teil über (zylindrischer Teil des Gefäßes).			3
	Insgesamt 34 BWE	10	21	3

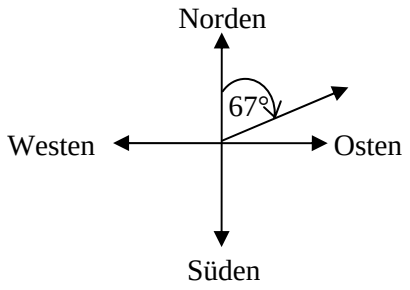
Aufgabe II – Idee der Zahl und des Messens

Auf hoher See

Der Kurs eines Schiffes wird als Winkel zwischen Nordrichtung und (rechtsdrehend) der Fahrtrichtung angegeben.

Kurs 0° bedeutet, das Schiff fährt genau nach Norden.
Kurs 90° bedeutet, das Schiff fährt genau nach Osten.

Im Beispiel (siehe Abbildung rechts) fährt das Schiff Kurs 67°.



a) In der Anlage 1 sind die Fahrtrichtungen von zwei Schiffen dargestellt. Miss jeweils die Winkel und gib den Kurs der Schiffe an.

b) Zeichne in der Anlage 1 die Fahrtrichtungen von zwei Schiffen mit folgenden Kursen:

- Kurs 270°
- Kurs 210°

Gib in der Anlage 1 den Winkel an, der dem Kurs Südost entspricht.

c) Die Strecke, die ein Schiff zurücklegt, wird in Seemeilen (sm) angegeben.

$$1 \text{ sm} = 1{,}852 \text{ km}$$

Ein Schiff legt in einer Stunde 15 sm zurück. Berechne, wie viele Seemeilen das Schiff in $8\frac{1}{2}$ Stunden zurücklegt. Gib dein Ergebnis auch in Kilometern an.

d) Ein Küstenmotorschiff fährt auf der Nordsee mit Kurs 106° und legt dabei 12 Seemeilen pro Stunde zurück. Die Navigationsanlage ist ausgefallen, so dass andere Mittel der Positionsbestimmung herangezogen werden müssen.

Lege die Anlage 2 neben dieses Aufgabenblatt:

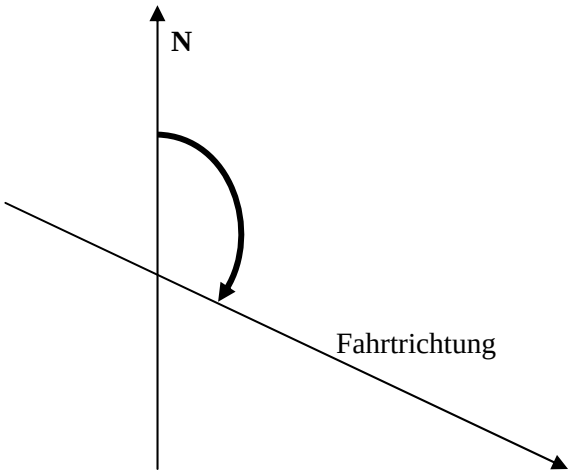
Der Kapitän peilt um 21.30 Uhr in Position *A* den Leuchtturm *L* auf der Insel Helgoland unter einem Winkel von 69° zur Nordrichtung an. Um 21.52 Uhr beträgt der Peilwinkel in Position *B* 25°.
Bestimme die Entfernung des Schiffes vom Leuchtturm zum Zeitpunkt der zweiten Messung.
Hinweis: Bestimme zunächst die Winkel im Dreieck ABL.
[Zur Kontrolle $|BL| \approx 3{,}8 \text{ sm}$.]

e) Das Schiff fährt mit gleich bleibender Geschwindigkeit in gleicher Richtung weiter. Bestimme, um welche Uhrzeit das Leuchtfeuer genau in Nordrichtung angepeilt wird.
Hinweis: Vervollständige dazu die Skizze auf Anlage 2.

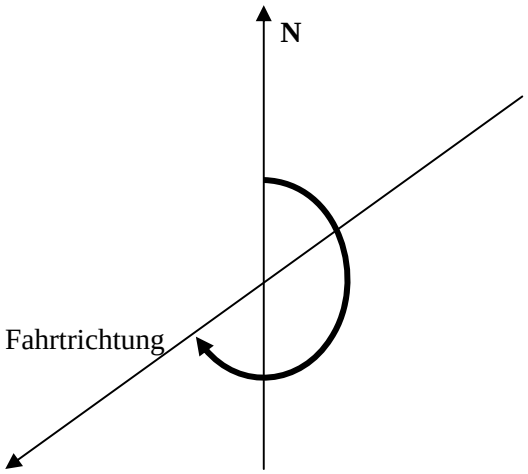
Anlage 1 zur Aufgabe „Auf hoher See“

Name: _____ **Klasse:** _____

Zu II a:



Kurs des Schiffes: _____



Kurs des Schiffes: _____

Zu II b:

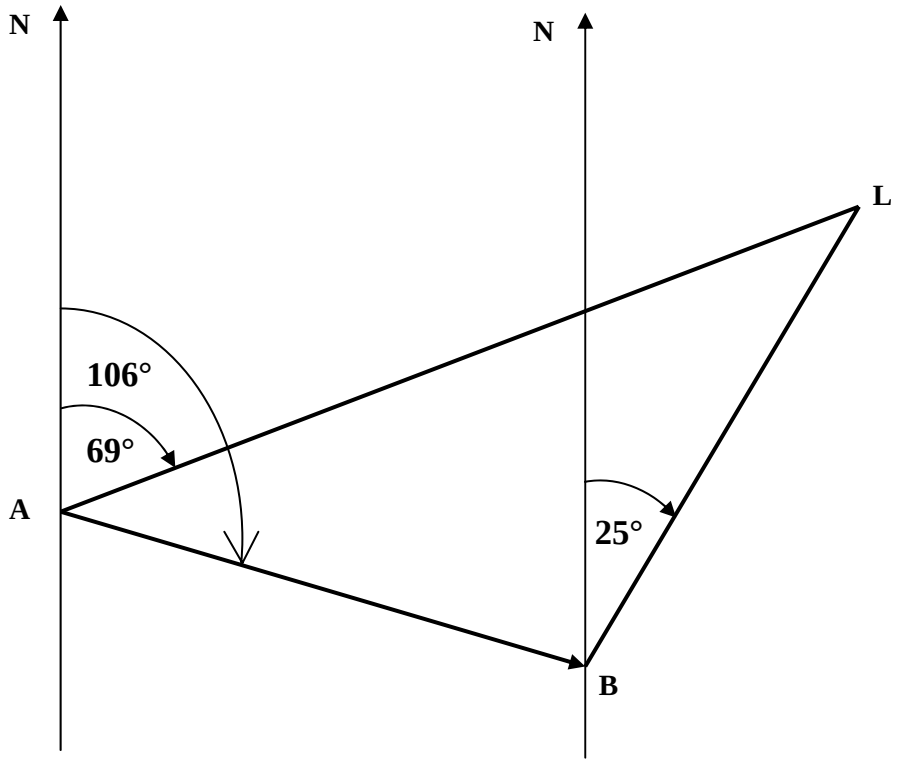
Zeichne die Fahrtrichtung eines Schiffes mit dem Kurs 270°.	Zeichne die Fahrtrichtung eines Schiffes mit dem Kurs 210°.

Kurs Südost entspricht einem Winkel von _____.

Anlage 2 zur Aufgabe „Auf hoher See“

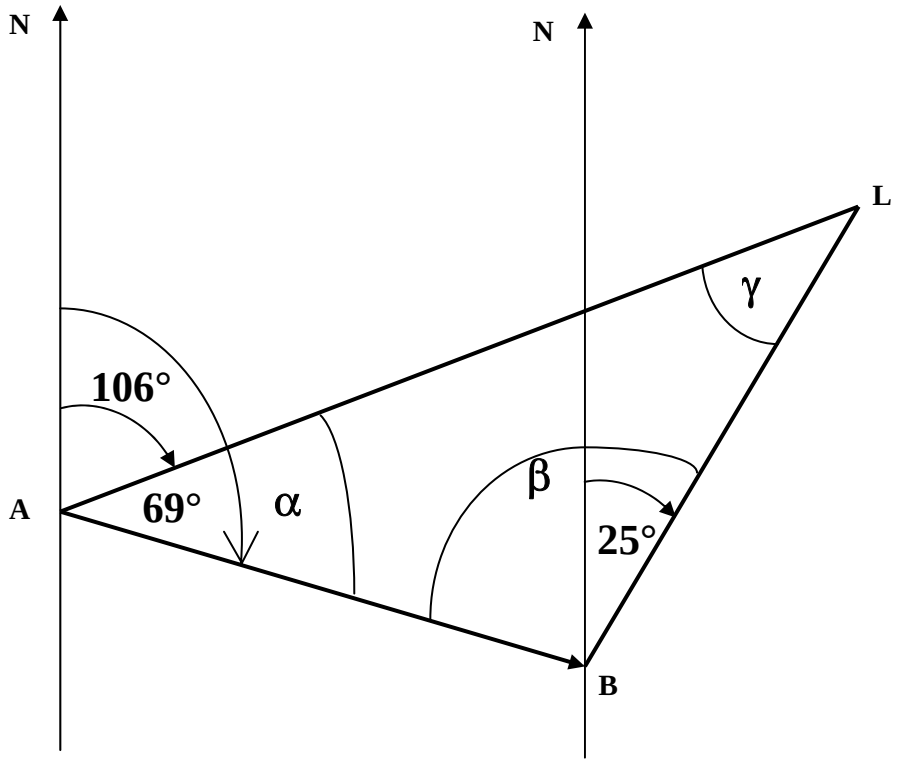
Name: _____ **Klasse:** _____

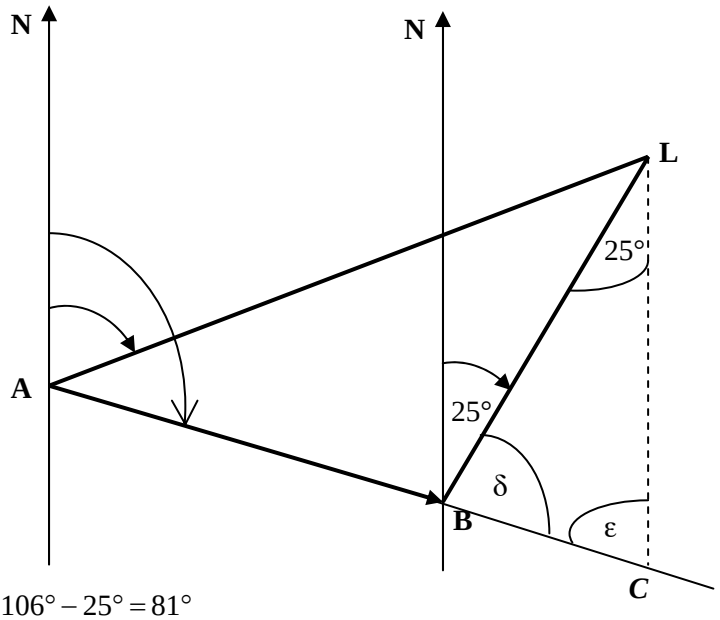
Zu II d:



Skizze nicht maßstabsgetreu!

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Kurs 115° Kurs (180° + 55°) = Kurs 235° *Toleranz jeweils* $\pm 1°$ *. Zu beachten sind mögliche Kopierverzerrungen!*	1 1		
b)	Richtiges und sauberes Zeichnen von Kurs 270° (=Kurs Westen) von Kurs 210° (*Toleranz jeweils* $\pm 1°$). Kurs Südost entspricht einem Winkel von 135°.	1 1 1		
c)	Das Schiff legt in 8,5 h eine Strecke von $15 \cdot 8{,}5$ sm = 127,5 sm bzw. $127{,}5 \cdot 1{,}852$ km = 236,13 km ≈ 236 km zurück.	2		
d)	 <u>2. Berechnung der Winkel α, β, γ im Peildreieck *ABL*:</u> $\alpha = 106° - 69° = 37°$ Der Winkel β setzt sich zusammen aus dem Nebenwinkel von 106° sowie 25°. Also gilt: $\beta = (180° - 106°) + 25° = 99°$.		1 2	

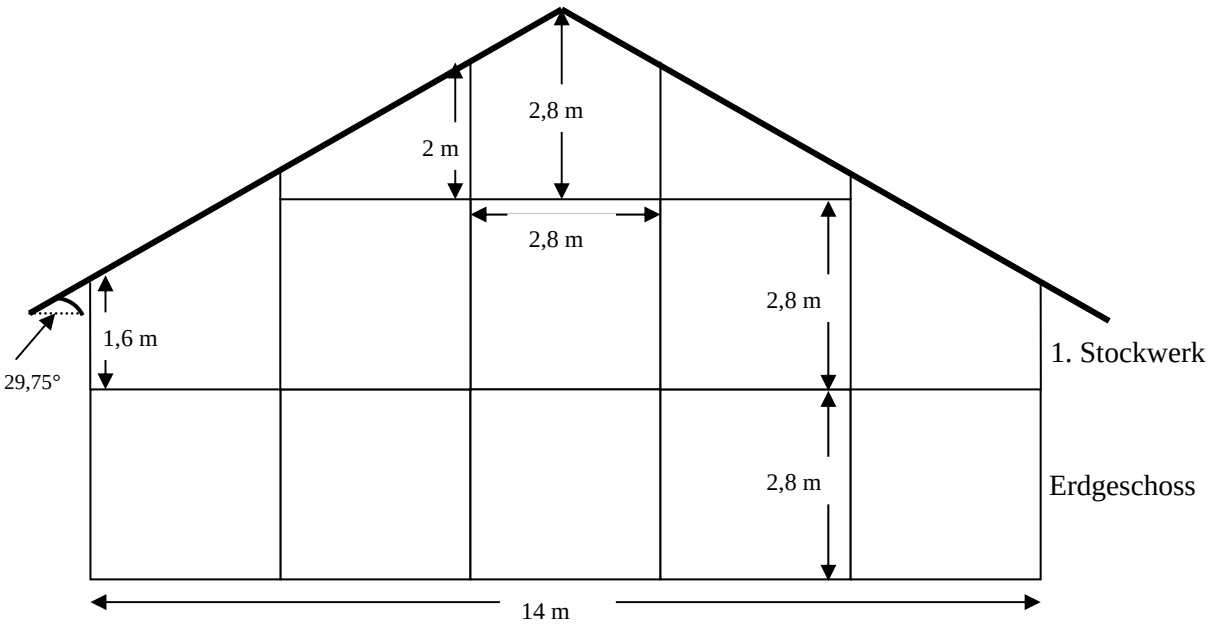
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Wegen des Winkelsummensatzes im Dreieck gilt: $\gamma = 180° - (37° + 99°) = 44°$. <u>3. Berechnung der Fahrtstrecke $\lvert AB \rvert$</u>: Das Schiff fährt zwischen beiden Peilungen 22 Minuten mit einer Geschwindigkeit von 12 Seemeilen pro Stunde: $12 \cdot \frac{22}{60} = 4{,}4$. Das Schiff hat eine Strecke von 4,4 Seemeilen zurückgelegt. *Das sind etwa 8,15 km.* Nun kann die Entfernung zwischen Schiff und Leuchtturm bei der zweiten Peilung über den Sinussatz berechnet werden: $\frac{\lvert BL \rvert}{\sin 37°} = \frac{4{,}4}{\sin 44°}$ $\lvert BL \rvert = \frac{4{,}4 \cdot \sin 37°}{\sin 44°}$ $\lvert BL \rvert = 3{,}8119...$ Bei der 2. Peilung ist das Schiff ca. 3,8 sm vom Leuchtturm entfernt. *Das sind ca. 7 km.* *Die Umrechnung in km ist erlaubt, aber nicht erforderlich.*		1 1 3	
e)	 Es gilt $\delta = 106° - 25° = 81°$ und $\varepsilon = 180° - 106° = 74°$, da Nebenwinkel von 106°. Der Winkel *BLC* hat als Wechselwinkel ebenfalls die Größe 25°.		1 1 1 1	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Nach dem Sinussatz gilt $\frac{\lvert BC\rvert}{\sin 25°} = \frac{\lvert BL\rvert}{\sin 74°}$ $\lvert BC\rvert = \frac{\lvert BL\rvert \cdot \sin 25°}{\sin 74°}$ $\lvert BC\rvert = 1{,}6759...$ *Sollte mit* $\lvert BL\rvert = 3{,}8$ *gerechnet werden, erhält man den Wert 1,671.* Berechnung der Fahrzeit: $\frac{60 \cdot \lvert BC\rvert}{12} = 8{,}379...$ *(bzw. nach dem eben gegebenen Hinweis 8,355).* Nach ca. 8,4 Minuten Fahrt, also gegen 22 Uhr, wird der Leuchtturm genau im Norden angepeilt.			3
	Insgesamt 22 BWE	7	12	3

Aufgabe III – Idee von Raum und Form

Glashaus

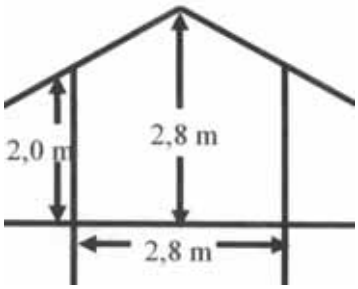
Ein Haus soll an der Frontseite mit Glasflächen verkleidet werden, die wie folgt unterteilt sind:



a) Berechne die Höhe des Hauses.

b) Gib die Anzahl aller quadratischen Glasscheiben an.
Berechne ihren Gesamtflächeninhalt.

c) In der nebenstehenden Abbildung siehst du einen Ausschnitt aus dem oberen Teil des Hauses.
Berechne den Flächeninhalt der fünfeckigen Glasscheibe.

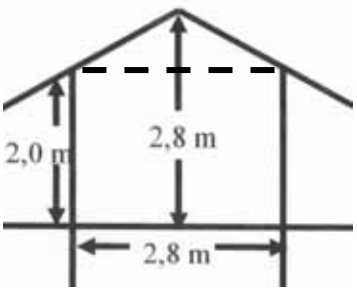
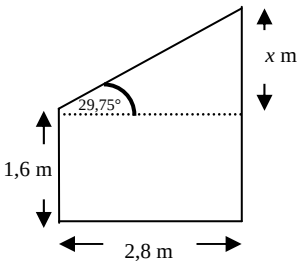


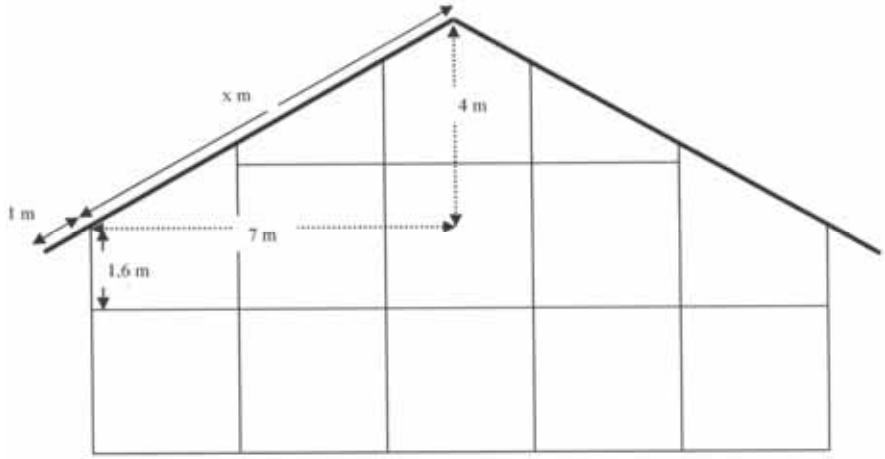
d) Im 1. Stockwerk des Hauses siehst du links und rechts zwei trapezförmige Glasscheiben.
Zeichne eine Skizze eines dieser Trapeze. Trage die Maße ein, die bekannt sind.
Berechne den Flächeninhalt dieses Trapezes.

e) Eine Seite des Daches soll mit Sonnenkollektoren bestückt werden. Dazu benötigt man den Flächeninhalt <u>einer</u> Dachfläche. Die Länge des Hauses beträgt 16 m. Das Dach steht an allen Seiten jeweils 1 m über. Berechne den Flächeninhalt dieser Dachfläche.

f) Mindestens 30 % dieser Dachfläche sollen mit Sonnenkollektoren bestückt werden. Ein Bauteil mit Kollektoren hat die Maße 1005 mm (Länge) und 605 mm (Breite).
Berechne, wie viele Bauteile mit Sonnenkollektoren gekauft werden müssen.

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	2,8 + 2,8 + 2,8 = 8,40. Die Höhe des Hauses beträgt 8,40 m.	1		
b)	Es sind 8 quadratische Flächen mit einer Seitenlänge von jeweils 2,80 m. $A = 8 \cdot 2{,}8^2 = 62{,}72$. Der Gesamtflächeninhalt der quadratischen Glasflächen beträgt 62,72 m^2.	1 1		
c)	Die fünfeckige Glasfläche unter dem Dachgiebel kann man in ein Dreieck und in ein Rechteck unterteilen.  Flächeninhalt des Dreiecks: $A_D = \frac{2{,}8 \cdot 0{,}8}{2} = 1{,}12$. Flächeninhalt des Rechtecks: $A_R = 2{,}8 \cdot 2 = 5{,}6$. Die fünfeckige Glasscheibe hat einen Flächeninhalt von 6,72 m². <u>Alternativ:</u> Aufteilung der Fläche in 2 Trapeze: $A = 2 \cdot \frac{2{,}8 + 2}{2} \cdot 1{,}4 = 6{,}72$.	3	2	
d)	<u>Skizze:</u>  		2	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	<u>Berechnung der Länge *x*:</u> $\tan 29{,}75° = \frac{x}{2{,}8}$ $x = 2{,}8 \cdot \tan 29{,}75°$ $x = 1{,}600...$ <u>Berechnung des Flächeninhalts des Trapezes:</u> $A = \frac{3{,}2 + 1{,}6}{2} \cdot 2{,}8 = 6{,}72$. Der Flächeninhalt des Trapezes beträgt 6,72 m². *Es ist auch möglich, den Flächeninhalt des Dreiecks sowie den Flächeninhalt des Rechtecks zu berechnen. Weiterhin ist es möglich, die Aufgabe ohne Verwendung des gegebenen Winkels zu lösen, zum Beispiel über Steigungsdreiecke.* *Teilpunkte werden vergeben, wenn für x ein falscher Wert in die Trapezformel eingesetzt wird.*		4	
e)	Die Breite des Daches ist mit 16 m +1 m + 1 m = 18 m bekannt. Die Länge *x* + 1 der Dachschräge ist zu berechnen, z.B. mit Hilfe des Satzes von Pythagoras.  1. Kathete des rechtwinkligen Dreiecks: $2{,}8\text{ m} + 2{,}8\text{ m} + 1{,}4\text{ m} = 7\text{ m}$. 2. Kathete des rechtwinkligen Dreiecks: $2{,}8\text{ m} + 1{,}2\text{ m} = 4\text{ m}$. $x^2 = 7^2 + 4^2$ $x = 8{,}062...$ Berechnung des Flächeninhalts einer Dachseite: $A = (8{,}06 + 1) \cdot (16 + 2) = 163{,}08$ Der Flächeninhalt einer Dachseite beträgt 163,08 m².	2	3	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
f)	Ein Lösungsweg könnte sein: (1) 30 % von 163,08 m² = 48,924 m². (2) 1 Bauteil hat den Flächeninhalt $1{,}005 \cdot 0{,}605\,\text{m}^2 = 0{,}608025\,\text{m}^2$. (3) Anzahl der Bauteile: $\frac{48{,}924}{0{,}608025} = 80{,}463...$. Es müssen 81 Bauteile mit Sonnenkollektoren gekauft werden.			3
	Insgesamt 22 BWE	8	11	3

Aufgabe IV – Idee des funktionalen Zusammenhangs

Alsterschifffahrt

Auszug aus dem Fahrplan:

täglich									
Jungfernstieg	ab	10.15	11.15	12.15	13.15	14.15	15.15	16.15	17.15
Atlantic/ Vofü/ Meridien		10.21	11.21	12.21	13.21	14.21	15.21	16.21	17.21
Rabenstraße		10.29	11.29	12.29	13.29	14.29	15.29	16.29	17.29
Uhlenhorster Fährhaus		10.33	11.33	12.33	13.33	14.33	15.33	16.33	17.33
Fährdamm		10.36	11.36	12.36	13.36	14.36	15.36	16.36	17.36
Mühlenkamp		10.43	11.43	12.43	13.43	14.43	15.43	16.43	17.43
Krugkoppelbrücke		10.50	11.50	12.50	13.50	14.50	15.50	16.50	17.50
Streekbrücke		10.56	11.56	12.56	13.56	14.56	15.56	16.56	17.56
Winterhuder Fährhaus	an	11.07	12.07	13.07	14.07	15.07	16.07	17.07	18.07

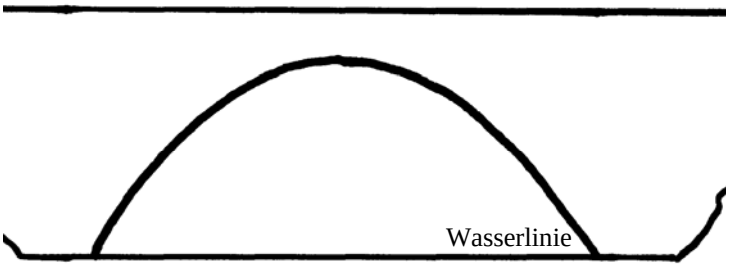
Auszug aus der Fahrpreistabelle:

	Erwachsene	Kinder
Für jede Teilstrecke zwischen 2 Haltestellen	€ 1,30	€ 0,65
ab 5. Anleger	€ 6,50	€ 3,25
Hin- und Rückfahrt	€ 8,50	€ 4,25

a) Herr Schmidt will vom „Jungfernstieg“ bis zum „Winterhuder Fährhaus“ fahren.
Gib die Fahrzeit des Schiffes an. Gib den Fahrpreis an.

b) Das Ehepaar Calisgüven steht mit seinen beiden Kindern Fadime und Aytuk am Jungfernstieg. Sie wollen zum „Uhlenhorster Fährhaus“ fahren.
- Berechne den Fahrpreis für die Familie.
- Gib die ungefähre Fahrzeit des Schiffes an.
- Die gesamte Fahrstrecke des Schiffes vom Anleger „Jungfernstieg“ bis zum Anleger „Uhlenhorster Fährhaus“ beträgt etwa 3,6 km.
  Berechne die Durchschnittsgeschwindigkeit des Schiffes.

c) Es soll eine neue Fahrtroute eingerichtet werden. Dabei muss das Alsterschiff unter einer Brücke hindurchfahren. Der Brückenbogen hat die Form einer Parabel.



Denk dir ein Koordinatensystem, bei dem die *x*-Achse auf der Wasserlinie verläuft und die *y*-Achse durch den Scheitelpunkt der Parabel geht.
Bestimme von den folgenden Gleichungen diejenige, die den Verlauf des Brückenbogens beschreiben <u>könnte</u>. Begründe.

(1) $y = \frac{1}{40}x^2 + 5$ (2) $y = -\frac{1}{40}x^2 + 5$ (3) $y = -\frac{1}{40}x^2 - 5$

Begründe, warum die beiden anderen Gleichungen nicht infrage kommen.

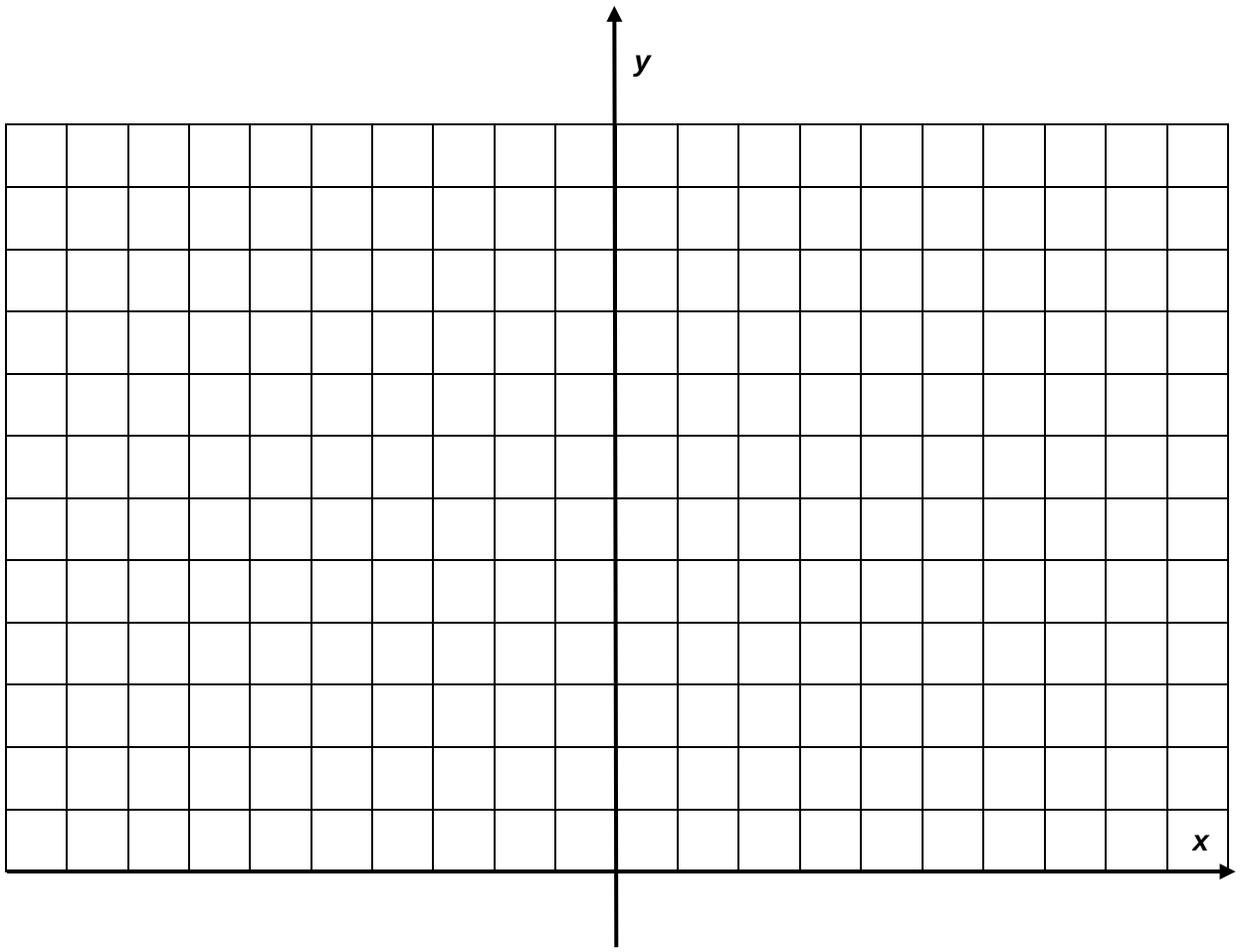
d) Der Brückenbogen überspannt auf Höhe der Wasserlinie eine Entfernung von 12 m. Der höchste Punkt des Brückenbogens liegt 4,05 m über der Wasserlinie. Bestimme die Gleichung, die den Verlauf des Brückenbogens beschreibt, und stelle die zugehörige Parabel im Koordinatensystem in der Anlage dar.
Hinweis:
Solltest zu keinem Ergebnis kommen, dann verwende die folgende Gleichung für die Zeichnung:
$y = -\frac{1}{5}x^2 + 4{,}5$.

e) Das Schiff „Goldbek“ ist 4,96 m breit und über der Wasserlinie 2,50 m hoch.

Überprüfe durch Rechnung, ob das Schiff unter der Brücke hindurchfahren kann.
Hinweis: Solltest du in Aufgabe d) keine Gleichung bestimmt haben, dann verwende wieder die Gleichung $y = -\frac{1}{5}x^2 + 4{,}5$.

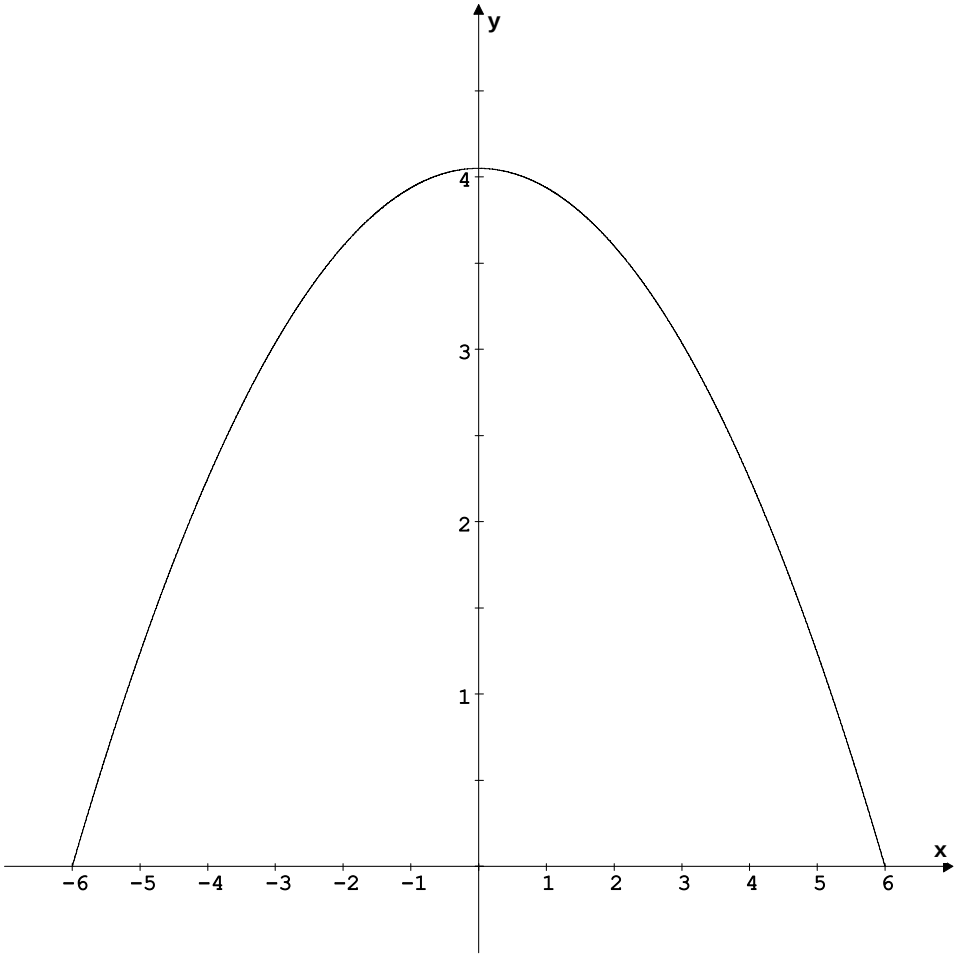
Anlage zur Aufgabe „Alsterschifffahrt“

Name: _____ **Klasse:** _____



Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Die Fahrt beginnt um 10.15 Uhr und endet um 11.07 Uhr. Die Fahrzeit des Schiffes beträgt also 52 min. Da sich zwischen Start und Ziel sechs Haltepunkte befinden, gilt der günstigere Fahrpreis (ab 5. Anleger) von 6,50 €.	2		
b)	• Die Fahrt geht über 3 Teilstrecken. Der Fahrpreis für 2 Erwachsene und 2 Kinder beträgt damit $3\cdot\left(2\cdot(1{,}30+0{,}65)\right)=6\cdot 1{,}95=11{,}70$. Der gesamte Fahrpreis beträgt 11,70 €.	3		
	• Die Fahrt beginnt um 10.15 Uhr und endet um 10.33 Uhr. Das entspricht einer Fahrzeit von 18 min.	2		
	• Berechnung der Durchschnittsgeschwindigkeit des Schiffes: $\frac{3{,}6\cdot 60}{18}=12$. Die Durchschnittsgeschwindigkeit des Schiffes beträgt $12\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$.	2		
c)	Die Gleichung $y=\frac{1}{40}x^2+5$ beschreibt (wegen $\frac{1}{40}>0$) eine nach oben geöffnete Parabel und kommt daher nicht infrage. Die Gleichung $y=-\frac{1}{40}x^2+5$ beschreibt eine nach unten offene Parabel mit positivem *y*-Achsenabschnitt und kommt daher prinzipiell infrage. Die Gleichung $y=-\frac{1}{40}x^2-5$ beschreibt zwar eine nach unten geöffnete Parabel. Der Scheitelpunkt liegt aber unterhalb der *x*-Achse, so dass die Gleichung in diesem Zusammenhang nicht infrage kommt.		3	
d)	Die Parabelgleichung ist von der Form $y=a\cdot x^2+c$. An der Stelle $x = 0$ gilt: $y=a\cdot 0^2+c=4{,}05$. Daraus folgt: $c=4{,}05$. Die Parabel hat die Nullstellen -6 und 6. Eingesetzt in die Parabelgleichung: $0=a\cdot 6^2+4{,}05$ $a\cdot 6^2=-4{,}05$ $a=\frac{-4{,}05}{6^2}$ $a=-\frac{9}{80}$ Die Parabel hat die Gleichung $y=-\frac{9}{80}x^2+4{,}05$.		4	

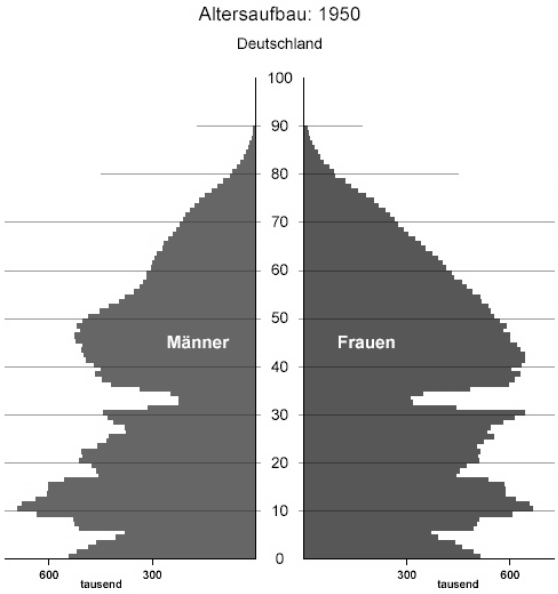
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Grafische Darstellung: 	2		
e)	Das Schiff ist 4,96 m breit. Gesucht ist die „Höhe“ des Parabelpunktes an der Stelle $x = \frac{4{,}96}{2} = 2{,}48$. $f(2{,}48) = -\frac{9}{80} \cdot 2{,}48^2 + 4{,}05$ $= 3{,}35808$ Wegen 2,50 m < 3,36 m reicht die Brückenhöhe für die Durchfahrt des Schiffes aus. Oder: „Spannweite“ der Brücke in 2,50 m Höhe: $-\frac{9}{80} \cdot x^2 + 4{,}05 = 2{,}5$ $\frac{9}{80} \cdot x^2 = 1{,}55$ $x = \pm 3{,}711...$			

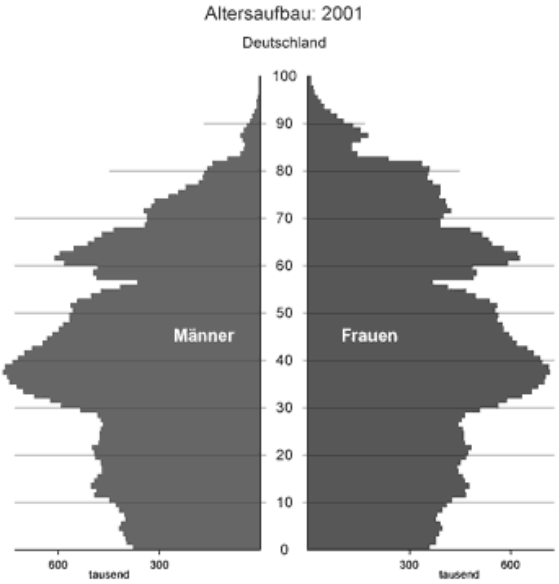
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	In 2,50 m Höhe hat die Brücke eine Spannweite von ca. 7,42 m. Bei einer Breite des Schiffes von knapp 5 m reicht dies für die Durchfahrt. *<u>Ersatzgleichung:</u>* $f(2,48) = -\frac{1}{5} \cdot 2,48^2 + 4,5$ $= 3,26992$ Wegen 2,50 m < 3,27 m reicht die Brückenhöhe für die Durchfahrt des Schiffes aus. Oder: „Spannweite“ der Brücke in 2,50 m Höhe: $-\frac{1}{5} \cdot x^2 + 4,5 = 2,5$ $\frac{1}{5} \cdot x^2 = 2$ $x = \pm 3,162...$ In 2,50 m Höhe hat die Brücke eine Spannweite von ca. 6,30 m. Bei einer Breite des Schiffes von knapp 5 m reicht dies für die Durchfahrt. Es wird allerdings sehr knapp.			4
	Insgesamt 22 BWE	11	7	4

Aufgabe V – Idee der Wahrscheinlichkeit

Bevölkerungsbaum

Schau dir die beiden folgenden Grafiken an.
Die senkrechte Zahlenleiste in der Mitte gibt das jeweilige Alter an, von 0 bis 100 Jahren.
Die waagerechte Zahlenleiste gibt die Anzahl von Männern und Frauen in Deutschland [in 1000 Personen] für jeden Jahrgang an.
Die gleichen Darstellungen findest du zum besseren Ablesen in vergrößertem Format in der Anlage.





[Quelle: " Statistisches Bundesamt Deutschland"]

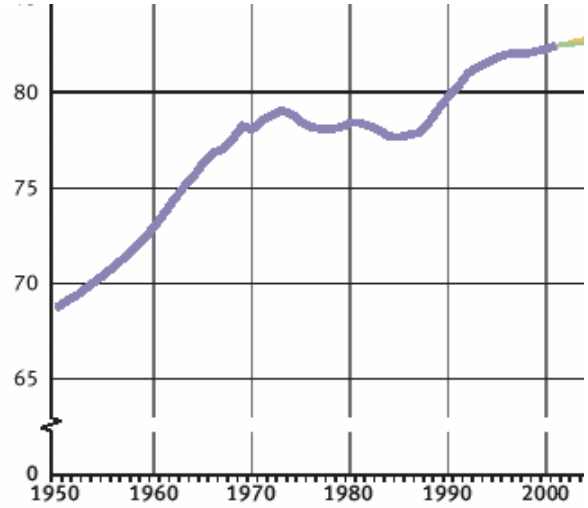
a) Gib ungefähr an, wie viele 20-jährige Frauen 1950 in Deutschland lebten.

b) Gib ungefähr an, wie viele 30-jährige Menschen 2001 in Deutschland lebten.

c) Bestimme, wie viele „Twens“ (Menschen im Alter von 20 bis 29) 2001 ungefähr in Deutschland lebten.

d) Untersuche und begründe, ob die beiden Wahrscheinlichkeiten, dass in Deutschland bei einer Geburt ein Junge bzw. ein Mädchen zur Welt kommt, gleich groß sind.

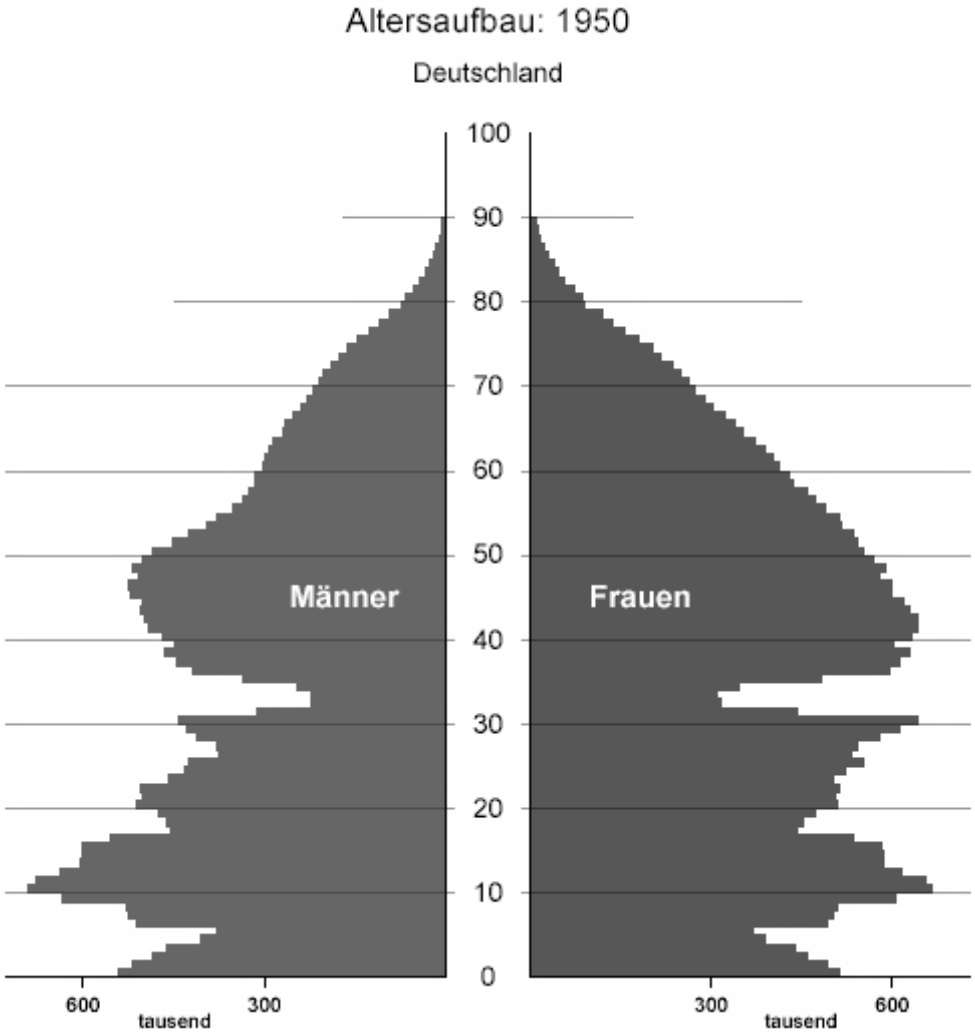
In der Grafik rechts siehst du die Entwicklung **in Millionen** der Anzahl aller Einwohner in Deutschland vom Jahr 1950 bis zum Jahr 2001.

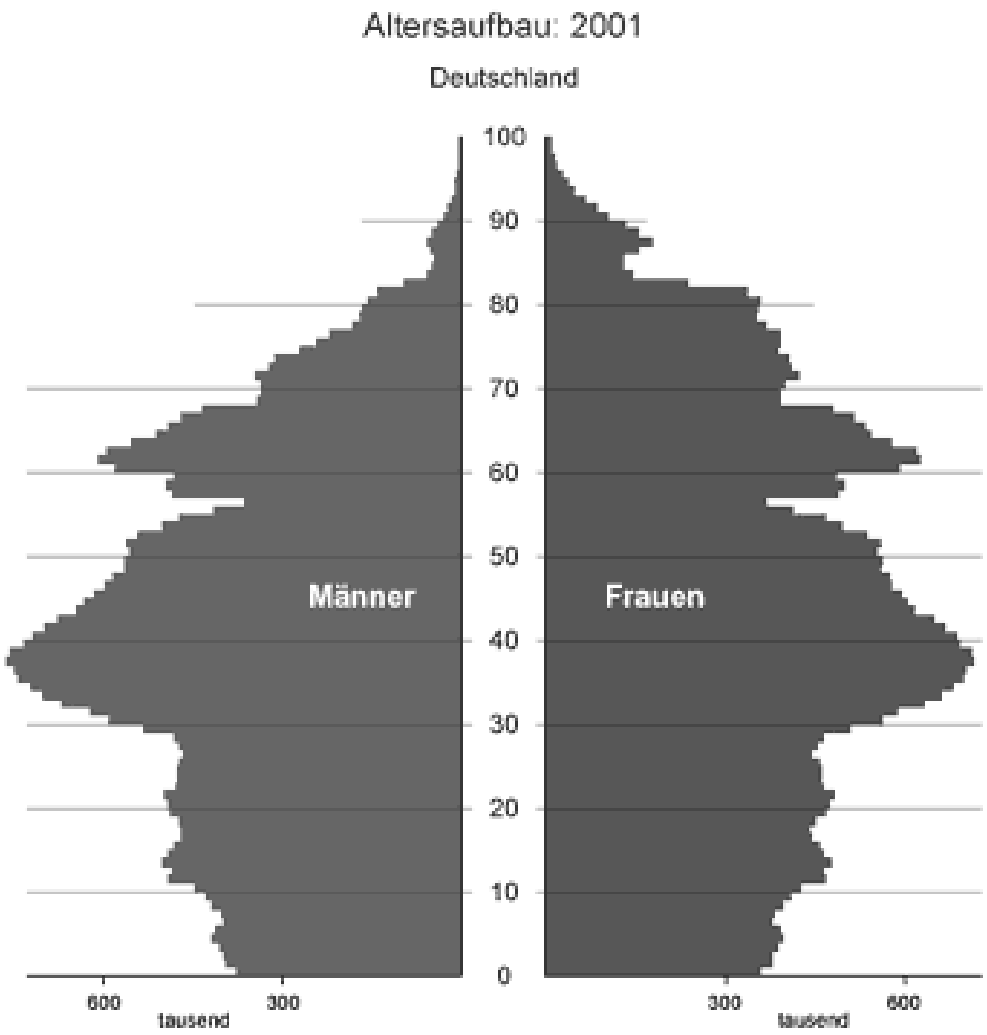


e) Berechne, um wie viel Prozent die Einwohnerzahl von 1950 bis 2001 zugenommen hat.

f) Untersuche und begründe, ob sich die folgenden Aussagen mit Hilfe der drei Grafiken belegen oder widerlegen lassen:
   - Der prozentuale Anteil der 80-jährigen an der Gesamtbevölkerung war 2001 höher als 1950.
   - Von 1950 bis 2001 sind in Deutschland mehr Menschen geboren worden als gestorben.

Anlage zu Aufgabe V „Bevölkerungsbaum“





Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Durch Ablesen an der Grafik links erhält man, dass in Deutschland 1950 ungefähr 510 000 Frauen im Alter von 20 Jahren lebten. *Toleranz: ± 10 000.*	2		
b)	Durch Ablesen an der Grafik rechts erhält man, dass in Deutschland 2001 ungefähr 560 000 Frauen und 580 000 Männer im Alter von 30 Jahren, also insgesamt ungefähr 1 140 000 Menschen im Alter von 30 Jahren lebten. *Toleranz bei den Teilergebnissen für Männer und Frauen: ± 10 000.*	3		
c)	Durch Betrachten der rechten Grafik erkennt man, dass in Deutschland 2001 die Twens in allen Altersjahrgängen ungefähr gleichstark vertreten sind, nämlich jeweils ca. 440 000 Frauen und 450 000 Männer, also pro Jahrgang ca. 990 000 Menschen. Die Twens bestehen aus 10 solcher Jahrgänge, also gab es 2001 ungefähr 10 Millionen Twens in Deutschland.		4	
d)	Sowohl 1950 als auch 2001 ist die Anzahl der männlichen „0-jährigen“ (Säuglinge) annähernd gleich der Anzahl der weiblichen „0-jährigen“. (1950 lässt sich vielleicht ein kleiner Jungenüberschuss konstatieren). Die sehr geringen Unterschiede sprechen nicht gegen einen Unterschied in den Geburtswahrscheinlichkeiten für Jungen bzw. Mädchen.	2	2	
e)	Die Einwohnerzahl in Deutschland hat von ca. 69 Millionen im Jahre 1950 auf ca. 85 Millionen im Jahre 2001 zugenommen. Zuwachs in Prozent: $\frac{16}{69} = 23{,}18...$, also ungefähr 23 %.	2		
f)	• Im Jahr 1950 gab es (vgl. Grafik oben links) ca. 75 000 Männer und ca. 90 000 Frauen im Alter von 80 Jahren, also ca. 165 000 80-jährige Menschen. Wenn man unterstellt, dass die beiden Grafiken oben und die Grafik unten rechts sich auf den gleichen Datenbestand beziehen, dann betrug 1950 der Anteil der 80-jährigen an der Gesamtbevölkerung (vgl. e)) ca. $\frac{0{,}165}{69} = 0{,}00239... \approx 0{,}24$ %. Im Jahr 2001 gab es (vgl. rechte Grafik oben) ca. 150 000 80-jährige Männer und ca. 350 000 80-jährige Frauen, also ca. 500 000 80-jährige Menschen, damit betrug der Anteil der 80-jährigen an der Gesamtbevölkerung (vgl. e)) ca. $\frac{0{,}5}{85} = 0{,}007... \approx 0{,}7$ %. *Der Wert hat sich also fast verdreifacht.*			

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	• Über die Frage, ob von 1950 bis 2001 in Deutschland mehr Menschen geboren als gestorben sind, lässt sich mit Hilfe der gegebenen Informationen keine sinnvolle Aussage machen, dazu müssten noch Ein- und Auswanderungsstatistiken herangezogen werden.		2	6
	Insgesamt 22 BWE	8	8	6