Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Bildung und Sport

Abschlussprüfung zum Realschulabschluss
Schuljahr 2006/2007

06. Juni 2007

Mathematik

Gesamtschulen und Realschulen

Aufgabensatz - ZWEITTERMIN

Unterlagen für die Lehrerinnen und Lehrer

Diese Unterlagen sind nicht für die Prüflinge bestimmt.

Diese Unterlagen enthalten:

1 Allgemeines

- Weisen Sie bitte die Schülerinnen und Schüler auf die allgemeinen Arbeitshinweise am Anfang der Schülermaterialien hin.
- Die Schülerinnen und Schüler kennzeichnen ihre Unterlagen mit ihrem Namen.
- Die Arbeitszeit beträgt **insgesamt 135 Minuten**. Für den ersten Prüfungsteil (Aufgabe I, ohne Taschenrechner) stehen bis zu 45 Minuten zur Verfügung, für den zweiten Prüfungsteil (3 Aufgaben aus den Aufgaben II, III, IV, V) steht nach Abgabe des bearbeiteten ersten Prüfungsteils der verbleibende Rest der Arbeitszeit zur Verfügung.
- Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar und nicht grafikfähig), Formelblatt, Schreib- und Zeichengeräte, Rechtschreiblexikon.

2 Hinweise für die Auswahl der Aufgaben

Die Prüfungsleitung

- erhält **fünf** Aufgaben (**I, II, III, IV, V).**
  Aufgabe I ist von allen Prüflingen verbindlich zu bearbeiten.
- wählt unter Beteiligung der ersten Fachprüferin bzw. des ersten Fachprüfers aus den Aufgaben **II bis V** weitere **drei** Aufgaben aus.

Der Prüfling

- erhält zunächst **Aufgabe I** zur Bearbeitung ohne Taschenrechnerunterstützung. Diese Aufgabe ist auf den Aufgabenblättern zu bearbeiten.
- erhält bei Abgabe der bearbeiteten Aufgabe I die **drei von der Prüfungsleitung ausgewählten Aufgaben** zur Bearbeitung sowie seinen Taschenrechner. Diese Aufgaben sind auf Extrablättern zu bearbeiten.
- ist verpflichtet, jeweils die Vollständigkeit der vorgelegten Aufgaben vor Bearbeitungsbeginn zu überprüfen (Anzahl der Blätter, Anlagen usw.).

3 Hinweise zum Korrekturverfahren

Die **Erstkorrektur** erfolgt durch die Fachlehrkraft der jeweiligen Klasse /des jeweiligen Kurses entsprechend der „Richtlinie für die Korrektur und Bewertung der Prüfungsarbeiten in den Hauptschul- und Realschulabschlussprüfungen“ sowie dem „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

- Die Erstkorrektur erfolgt in **roter** Farbe.
- Auf der Arbeit werden in Form von Randbemerkungen Korrekturzeichen angebracht. Kennzeichnungen und Anmerkungen, die die Vorzüge und Mängel der Aufgabenlösung verdeutlichen, zählen zu den Korrekturen.
- Bewertung und Benotung erfolgen auf einem gesonderten Blatt (s. Anlagen S. 4 und 5).
- Die Noten werden kurs- bzw. klassenweise in Listen eingetragen.
- Zu den Zeitvorgaben, Warnmeldungen und dem weiteren Verlauf des Verfahrens siehe den „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

Die **Zweitkorrektur** erfolgt durch eine Lehrkraft der gleichen Schule. Der Zweitkorrektor erhält die Prüfungsarbeiten mit den Randbemerkungen der Erstkorrektur sowie den zu den Aufgaben zugehörigen Lösungsvorschlägen, Erwartungshorizonten und Bewertungsschemata. Der Zweitkorrektor kennt lediglich die Korrekturen des Erstkorrektors, nicht jedoch dessen Bewertung und Benotung.

- Die Zweitkorrektur erfolgt in **grüner** Farbe.
- Auf der Arbeit werden in Form von Randbemerkungen Korrekturzeichen angebracht, soweit der Zweitkorrektor von der Erstkorrektur abweichende Korrekturen für nötig hält. Hält der Zweitkorrektor eine Erstkorrektur für unrichtig oder unangemessen, klammert er diese ein. Kennzeichnungen und Anmerkungen, die die Vorzüge und Mängel der Aufgabenlösung verdeutlichen, zählen zu den Korrekturen.
- Bewertung und Benotung erfolgen auf einem gesonderten Blatt (s. Anlagen S. 4 und 5).
- Die Noten werden kurs- bzw. klassenweise in Listen eingetragen.
- Zu den Zeitvorgaben, Warnmeldungen und dem weiteren Verlauf des Verfahrens siehe den „Ablaufplan für die Durchführung der schriftlichen Prüfungen“.

4 Aufgaben, Erwartungshorizonte und Bewertung

Erwartungshorizont:

Kursiv gedruckte Passagen sind Hinweise an die korrigierenden Lehrkräfte. Sie sind nicht Bestandteil der erwarteten Schülerleistung.

Die Lösungsskizzen in den Erwartungshorizonten zu den einzelnen Aufgaben geben Hinweise auf die erwarteten Schülerleistungen. Oft sind aber verschiedene Lösungsvarianten möglich, die in der Skizze nur zum Teil beschrieben werden konnten. Grundsätzlich gilt deshalb, dass alle Varianten, die zu richtigen Lösungen führen, mit voller Punktzahl bewertet werden, unabhängig davon, ob die gewählte Variante in der Lösungsskizze aufgeführt ist oder nicht.

Bewertung:

Die erreichbare Prüfungsleistung beträgt 100 Bewertungseinheiten (BWE), 34 BWE aus der Pflichtaufgabe I sowie jeweils 22 BWE aus drei der Aufgaben II, III, IV, V. Es werden nur ganzzahlige BWE vergeben. Bei der Festlegung der Prüfungsnote gilt die folgende Tabelle.

Bewertungseinheiten	Bewertung	
	Realschule	Gesamtschule
≥ 95	1+	B 2+
≥ 90	1	B 2
≥ 85	1–	B 2–
≥ 80	2+	B 3+
≥ 75	2	B 3
≥ 70	2–	B 3–
≥ 65	3+	B 4+
≥ 60	3	B 4
≥ 55	3–	B 4–
≥ 50	4+	A 2+
≥ 45	4	A 2
≥ 40	4–	A 2–
≥ 33	5+	A 3
≥ 26	5	A 4
≥ 19	5–	A 5
< 19	6	A 6

Bewertungskriterien für die Noten „gut“ und „ausreichend“:

Die Note 2 („gut“) wird erteilt, wenn annähernd vier Fünftel (mindestens 75 %) der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden sind. Dabei muss die Prüfungsleistung in ihrer Gliederung, in der Gedankenführung, in der Anwendung fachmethodischer Verfahren sowie in der fachsprachlichen Artikulation den Anforderungen voll entsprechen. Ein mit „gut“ beurteiltes Prüfungsergebnis setzt voraus, dass neben Leistungen in den Anforderungsbereichen I und II auch Leistungen im Anforderungsbereich III erbracht werden.

Die Note 4 („ausreichend“) wird erteilt, wenn annähernd die Hälfte (mindestens 45 %) der erwarteten Gesamtleistung erbracht worden ist. Dazu muss mindestens eine Teilaufgabe, die Anforderungen im Bereich II aufweist, vollständig und weitgehend richtig bearbeitet werden.

Bei erheblichen Mängeln in der sprachlichen Richtigkeit ist die Bewertung der schriftlichen Prüfungsleistung je nach Schwere und Häufigkeit der Verstöße um bis zu einer Note herabzusetzen. Dazu gehören auch Mängel in der Gliederung, Fehler in der Fachsprache, Ungenauigkeiten in Zeichnungen sowie falsche Bezüge zwischen Zeichnungen und Text.

Realschulabschlussprüfung 2007 **Erstkorrektor**

Fach: Mathematik

Aufgaben-nummer ↓	BWE je Teilaufgabe (nicht verwendete Felder bitte durchstreichen)						BWE pro Aufgabe ↓
I	Von 34 BWE wurden erreicht ➔						
II	a)	b)	c)	d)	e)	f)	
III	a)	b)	c)	d)	e)		
IV	a)	b)	c)	d)	e)		
V	a)	b)	c)	d)	e)	f)	

Realschulabschlussprüfung 2007 **Zweitkorrektor**

Fach: Mathematik

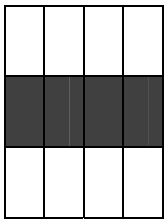
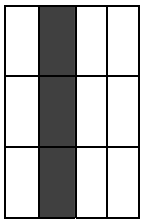
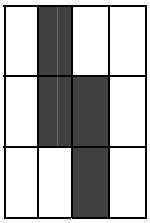
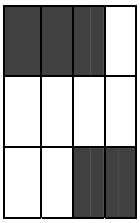
Aufgaben-nummer ↓	BWE je Teilaufgabe (nicht verwendete Felder bitte durchstreichen)						BWE pro Aufgabe ↓
I	Von 34 BWE wurden erreicht ➔						
II	a)	b)	c)	d)	e)	f)	
III	a)	b)	c)	d)	e)		
IV	a)	b)	c)	d)	e)		
V	a)	b)	c)	d)	e)	f)	

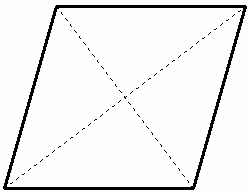
Name: _____ Klasse: _____

Aufgabe I – ohne Taschenrechner

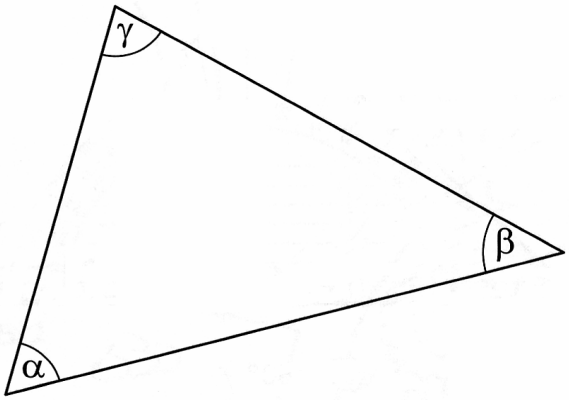
1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig. Überlege und schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte **„Lösung“**. Eine Begründung wird nicht verlangt. (24 P.)

	Aufgabe	**A**	**B**	**C**	**D**	**Lösung**
a)	$10{,}2 \cdot 0{,}1$	1,2	12	1,12	1,02	
b)	$2\frac{1}{4}$ h	214 min	135 min	105 min	80 min	
c)	8,3 t	8 300 kg	830 kg	83 kg	8,300 kg	
d)	203 €	20,30 ct	2 030 ct	20 300 ct	23 000 ct	
e)	$6 \cdot 26 = 3 \cdot \square$ Welche Zahl kommt in das Kästchen?	78	52	39	13	
f)	87 *l*	870 *ml*	8 700 *ml*	87 000 *ml*	870 000 *ml*	
g)	Welche Länge ist die größte?	6,5 cm	65 000 mm	65 dm	0,65 m	
h)	20 % von 45 m^2	9 m^2	18 m^2	20 m^2	25 m^2	
i)	Welche Fläche ist die kleinste?	0,3 m^2	0,030 km^2	0,03 ha	300 dm^2	
j)	Bestimme den Term mit dem gleichen Wert: $3 + 5 \cdot 7 =$	$(8:2) \cdot 12$	$7 \cdot (24:3)$	$(3-1) \cdot 19$	$(54:9) \cdot 6$	
k)	Welche Zahl ist die größte?	6,9807	6,9087	6,970	6,9008	
l)	$\frac{4}{9} - \frac{1}{4} =$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{3}{13}$	$\frac{7}{36}$	
m)	Mit welchem Faktor ändert sich die Fläche eines Kreises, wenn man seinen Radius verdoppelt?	8	6	4	2	

	Aufgabe	**A**	**B**	**C**	**D**	**Lösung**
n)	Welche der angegebenen Zahlen ist ohne Rest durch 3 teilbar?	4 265	4 473	4 121	4 723	
o)	Bei welcher Figur ist $\frac{1}{4}$ der Fläche schwarz eingefärbt?					
p)	Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei einmaligem Werfen eines (normalen) Spielwürfels eine ungerade Zahl zu erhalten?	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	
q)	Formuliere als Gleichung: Subtrahiert man vom 8-fachen einer Zahl das 7-fache einer anderen Zahl, so erhält man 87.	$7y+8x=87$	$8x-7x=87$	$8y-7y=87$	$8x-7y=87$	
r)	$\frac{7}{20}=$	25 %	30 %	35 %	40%	
s)	Ein Wanderer legte in 12 min einen Weg von 800 m zurück. Welche Durchschnittsgeschwindigkeit hat der Wanderer auf dieser Strecke?	$3{,}6\ \frac{km}{h}$	$4{,}8\ \frac{km}{h}$	$4\ \frac{km}{h}$	$9{,}6\ \frac{km}{h}$	
t)	Ein T-Shirt kostete 30 €. Es ist um 20 % teurer geworden. Wie viel muss man nun dafür bezahlen?	36 €	32 €	50 €	60 €	
u)	In einer Urne befinden sich 3 Plättchen. Sie tragen jeweils einen der Buchstaben S, V oder H. Es wird ohne Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der gezogenen Reihenfolge das Wort „HSV“ gebildet wird?	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	

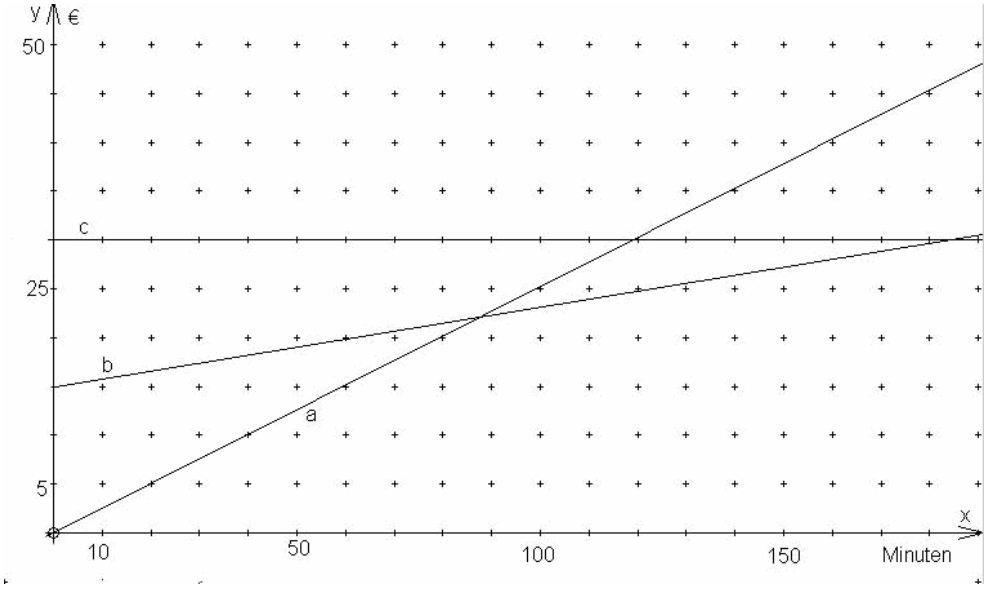
	Aufgabe	**A**	**B**	**C**	**D**	**Lösung**
v)	$\sqrt{27} \cdot \sqrt{3} =$	81	9	30	33	
w)	$2^6 : 2^4 =$	4^{10}	2^{10}	1^{10}	2^2	
x)	 Welche der folgenden Aussagen ist für diese Raute richtig?	Gegenüberliegende Seiten sind nicht parallel zueinander.	Benachbarte Seiten stehen senkrecht aufeinander.	Benachbarte Seiten sind immer gleich lang.	Die Diagonalen sind gleich lang.	

2. Miss die Winkel in der untenstehenden Figur. (2 P.)



α = _____ β = _____ γ = _____

3. Die grafische Darstellung beschreibt drei verschiedene Telefontarife für monatliche Abrechnung.



a) Gib an, welcher Tarif am günstigsten ist, wenn insgesamt 80 min telefoniert wurde, und wie viel dafür bezahlt werden muss. (2 P.)

b) Gib an, ab welcher Gesprächsdauer der Tarif **b** günstiger als der Tarif **a** ist. (1 P.)

c) Gib an, was das Besondere an Tarif **c** ist. (1 P.)

4. Bestimme jeweils alle Lösungen der folgenden Gleichungen in der Grundmenge $\mathbb{R}$. (4 P.)

a) $-3x + 14 = 40 - 5x$

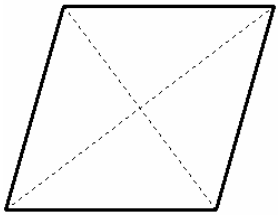
b) $x^2 + 5 = 41$

c) $x^2 - 10x + 25 = 0$

d) $5^x = \frac{1}{125}$

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze			Zuordnung, Bewertung		
	Aufgabe	**Lösung**	**Buchstabe**	I	II	III
1a)	$10{,}2 \cdot 0{,}1$	1,02	**D**	1		
b)	$2\frac{1}{4}$ h	135 min	**B**	1		
c)	8,3 t	8 300 kg	**A**	1		
d)	203 €	20 300 ct	**C**	1		
e)	$6 \cdot 26 = 3 \cdot \square$ Welche Zahl kommt in das Kästchen?	52	**B**	1		
f)	87 *l*	87 000 *ml*	**C**		1	
g)	Welche Länge ist die größte?	65 000 mm	**B**		1	
h)	20 % von 45 m^2	9 m^2	**A**		1	
i)	Welche Fläche ist die kleinste?	0,3 m^2	**A**	1		
j)	Bestimme den Term mit dem gleichen Wert: $3 + 5 \cdot 7 =$	$(3-1) \cdot 19$	**C**	1		
k)	Welche Zahl ist die größte?	6,9807	**A**		1	
l)	$\frac{4}{9} - \frac{1}{4} =$	$\frac{7}{36}$	**D**		1	
m)	Mit welchem Faktor ändert sich die Fläche eines Kreises, wenn man seinen Radius verdoppelt?	4	**C**		1	
n)	Welche der angegebenen Zahlen ist ohne Rest durch 3 teilbar?	4 473	**B**		1	
o)	Bei welcher Figur ist $\frac{1}{4}$ der Fläche schwarz eingefärbt?		**B**	1		

	Lösungsskizze			Zuordnung, Bewertung		
	Aufgabe	**Lösung**	**Buchstabe**	I	II	III
p)	Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei einmaligem Werfen eines (normalen) Würfels eine ungerade Zahl zu erhalten?	$\frac{1}{2}$	**A**		1	
q)	Formuliere als Gleichung: Subtrahiert man vom 8-fachen einer Zahl das 7-fache einer anderen Zahl, so erhält man 87.	$8x - 7y = 87$	**D**		1	
r)	$\frac{7}{20} =$	35 %	**C**		1	
s)	Ein Wanderer legte in 12 min einen Weg von 800 m zurück. Welche Durchschnittsgeschwindigkeit hat der Wanderer auf dieser Strecke?	$4\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$	**C**		1	
t)	Ein T-Shirt kostete 30 €. Es ist um 20 % teurer geworden. Wie viel muss man nun dafür bezahlen?	36 €	**A**		1	
u)	In einer Urne befinden sich 3 Plättchen. Sie tragen jeweils einen der Buchstaben S, V oder H. Es wird ohne Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in der gezogenen Reihenfolge das Wort „HSV“ gebildet wird?	$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{6}$	**D**			1
v)	$\sqrt{27} \cdot \sqrt{3} =$	9	**B**		1	
w)	$2^6 : 2^4 =$	2^2	**D**		1	
x)	 Welche der folgenden Aussagen ist für diese Raute richtig?	Benachbarte Seiten sind immer gleich lang.	**C**		1	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
2.	Die Größe der Winkel beträgt: $\alpha = 60^0$; $\beta = 43^0$; $\gamma = 77^0$. Erlaubte Abweichung: $\pm 1^0$. *Bewertung: Ein Winkel falsch, 1 Punkt, mehr als ein Winkel falsch 0 Punkte.*	2		
3.	a) Tarif a ist am günstigsten, er kostet 20 € bei 80 min. b) Ab 87 Minuten ist Tarif b günstiger. *Erlaubte Abweichung:* ± 2 min . c) Bei Tarif c ist es unerheblich, wie lange man telefoniert (Flatrate).		2 1 1	
4.	a) $-3x + 14 = 40 - 5x$ $2x + 14 = 40$ $2x = 26$ $x = 13$ Die Gleichung hat die Lösung $x = 13$ *oder* Die Gleichung hat die Lösungsmenge $L = \{13\}$.		1	
	b) $x^2 + 5 = 41$ $x^2 = 36$ $x_1 = 6$ $x_2 = -6$ Die Gleichung hat die Lösungen $x_1 = 6$ und $x_2 = -6$ *oder* Die Gleichung hat die Lösungsmenge $L = \{-6\,;6\}$.		1	
	c) $x^2 - 10x + 25 = 0$ $x_{1,2} = 5 \pm \sqrt{25 - 25}$ $x = 5$ Die Gleichung hat die Lösung $x = 5$ *oder* Die Gleichung hat die Lösungsmenge $L = \{5\}$.			1
	d) $5^3 = 125$. Da $5^{-3} = \frac{1}{125}$, gilt $x = -3$. Die Gleichung hat die Lösung $x = -3$ *oder* Die Gleichung hat die Lösungsmenge $L = \{-3\}$.			1
	Insgesamt 34 BWE	10	21	3

Aufgabe II – Idee der Zahl und des Messens

Rund um das Fußballfeld (22 P.)

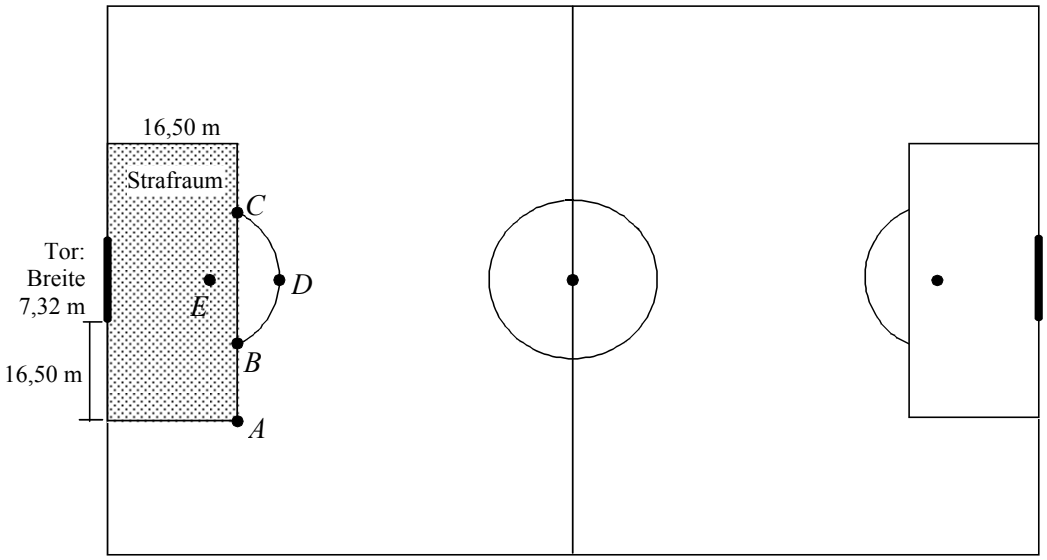
Für die Größe eines Fußballfeldes gibt es eine Regel:

„Für internationale Spiele soll die Länge mindestens 100 m und höchstens 110 m betragen. Die Breite soll mindestens 64 m und höchstens 75 m betragen.“

a) Berechne
- die kleinstmögliche Fläche eines Fußballfeldes,
- die größtmögliche Fläche eines Fußballfeldes.

b) Berechne, um wie viel Prozent die größtmögliche Fläche des Fußballfeldes größer ist als die kleinstmögliche Fläche.

Skizze ist nicht maßstabsgetreu!



c) Bei einem Elfmeter (Strafstoß) müssen alle Spieler – ausgenommen der Torwart und der Elfmeterschütze – außerhalb des Strafraums (markierte Fläche) stehen und mindestens 9,15 m vom Elfmeterpunkt E entfernt sein. Deshalb wird am Strafraum ein Teilkreis gezogen.
Gib an, wie weit der Spieler am Punkt D von der Mitte des Tores entfernt ist.

d) Zum Kreiden des Teilkreises ist es für den Platzwart wichtig, die Länge der Strecke $\overline{AB}$ (von der Strafraumkante bis zum Schnittpunkt mit dem Kreis) zu kennen.
Bestimme dazu zuerst die Länge der Strecke $\overline{BC}$ (*zur Kontrolle* $|BC| = 14{,}62$ m).
Berechne anschließend die Länge der Strecke $\overline{AB}$.

e) Für abprallende Bälle nach einem Elfmeter ist es für die übrigen Spieler wichtig, möglichst dicht am Tor zu stehen.
Entscheide, ob es vom Punkt B oder vom Punkt D (siehe Skizze) dichter zum Mittelpunkt der Torlinie ist.

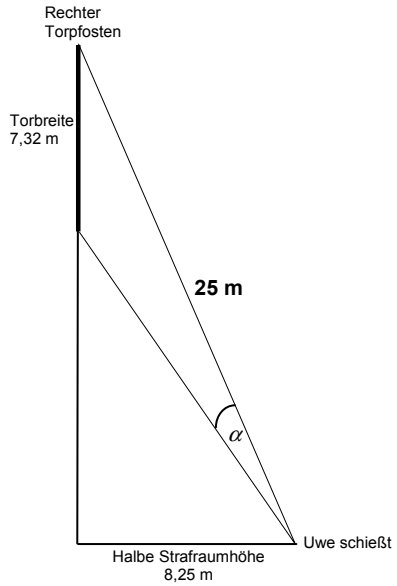
f) Am Tag nach einem verlorenen Spiel bespricht der Trainer einen Fehler des Stürmers Uwe:

„Uwe, du hast unter einem zu spitzen Winkel auf halber Strafraumhöhe unnötig auf das Tor geschossen. Der Ball ging aus schätzungsweise 25 m Entfernung knapp am rechten Torpfosten vorbei. Du hättest den Ball abgeben sollen!“

Der Trainer fertigt eine Skizze an.

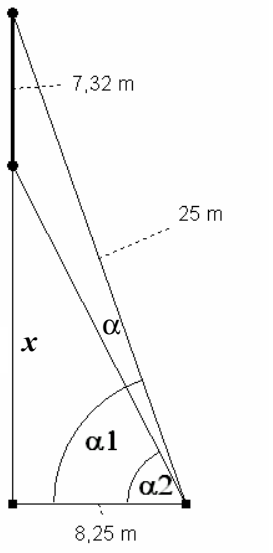
Bestimme, welche Gradzahl er beim „spitzen Winkel“ α eintragen muss.

Skizze ist nicht maßstabsgerecht!



Erwartungshorizont

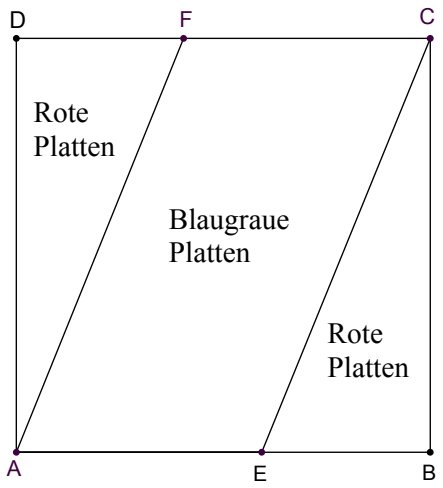
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Kleinstmögliche Fläche: $100 \cdot 64\ \text{m}^2 = 6\ 400\ \text{m}^2$ Größtmögliche Fläche: $110 \cdot 75\ \text{m}^2 = 8\ 250\ \text{m}^2$	4		
b)	$\frac{8250}{6400} = 1{,}2890625$. Die größtmögliche Fläche ist um ca. 29 % größer als die kleinstmögliche Fläche.		2	
c)	11 + 9,15 = 20,15. Der Spieler ist am Punkt *D* 20,15 m von der Mitte des Tores entfernt.	1		
d)	Länge der Strecke $\overline{BC}$: Der Abstand des Elfmeterpunkts *E* zur zum Tor parallelen Strafraumgrenze beträgt: $16{,}50\ \text{m} - 11\ \text{m} = 5{,}50\ \text{m}$. Der Elfmeterpunkt *E*, der Mittelpunkt von $\overline{BC}$ und der Punkt *B* (oder auch *C*) bilden ein rechtwinkliges Dreieck. Nach dem Satz des Pythagoras gilt: $\left(\frac{\lvert BC\rvert}{2}\right)^2 + 5{,}50^2 = 9{,}15^2$ $\lvert BC\rvert = 2 \cdot \sqrt{9{,}15^2 - 5{,}50^2}$ $\lvert BC\rvert = 14{,}6249...$ Die Länge der Teilstrecke $\overline{BC}$ beträgt ca. 14,62 m. Die Länge der Strecke $\overline{AB}$ ist die Hälfte der Differenz aus Strafraumbreite und der berechneten Länge von $\overline{BC}$. Also gilt für die Länge der Strecke $\overline{AB}$: $\lvert AB\rvert = \frac{(2 \cdot 16{,}5 + 7{,}32) - 14{,}62}{2} = 12{,}85$. Die Länge von der Strafraumecke *A* zum Beginn des Kreissektors *B* beträgt ungefähr 12,9 m.	2	5	
e)	*M* sei der Mittelpunkt der Torlinie. Man betrachte das Dreieck MEB . Die beiden Seiten $\overline{ME}$ und $\overline{EB}$ sind zusammen genau so lang wie die Strecke $\overline{MD}$. $\overline{MB}$ ist als Dreiecksseite aber immer kürzer als die Summe der anderen beiden Dreiecksseiten. Also ist der Abstand von *B* zur Tormitte kürzer als der Abstand von *D* zur Tormitte. *Zweite (umständlichere) Lösung:* Die Strecke vom Mittelpunkt der Torlinie *M* zum Punkt *D* ist 20,15 m lang (siehe Aufgabe c).		4	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Nach dem Satz von Pythagoras gilt für die Länge der Strecke $\overline{MB}$: $\lvert MB \rvert^2 = \left(\frac{14,62}{2}\right)^2 + 16,5^2$. Also folgt: $\lvert MB \rvert = \sqrt{\left(\frac{14,62}{2}\right)^2 + 16,5^2} \approx 18,05$. Die Strecke $\overline{MB}$ ist kürzer als die Strecke $\overline{MD}$. Es ist deshalb günstiger, beim Strafstoß am Punkt *B* zu stehen.			
f)	Gesucht ist der Winkel $\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$. Es gilt: $\cos \alpha_1 = \frac{8,25}{25}$ $\alpha_1 = 70,73...°$ Weiterhin gilt: $\tan \alpha_2 = \frac{x - 7,32}{8,25}$ $x^2 + 8,25^2 = 25^2$ $x = 23,599..$ $\tan \alpha_2 = \frac{23,599 - 7,32}{8,25}$ $\alpha_2 = 63,125...$ $\alpha_1 - \alpha_2 \approx 70,73° - 63,13° = 7,6°$ Also beträgt der Schusswinkel α nur etwa 7,6°. 			4
	Insgesamt 22 BWE	7	11	4

Aufgabe III – Idee von Raum und Form

Gartenterrasse (22 P.)

Die Familie Harms ist soeben in ihr neues Heim eingezogen. Zur Anlage ihres Gartens möchte sie ihre quadratische Terrasse mit einer Seitenlänge von 5 m mit roten und blaugrauen Platten auslegen in der Form, wie es im Plan abgebildet ist.



a) Für die Strecken $\overline{DF}$ und $\overline{EB}$ hat Herr Harms zunächst eine Länge von 1,50 m festgelegt.
Berechne jeweils die Größe der Fläche, die mit roten bzw. blaugrauen Platten ausgelegt wird.
Gib jeweils den prozentualen Anteil an der Gesamtfläche der Terrasse an.

b) Für die jeweiligen Sorten müssen folgende Preise bezahlt werden:
rote Platten: 62 € / m²
blaugraue Platten: 42 € / m².
Berechne die Kosten für das benötigte Material, wenn für den Verschnitt an den Ecken und Kanten 10 % dazugerechnet werden müssen.

Für die blaugrauen Platten gibt es einen Restposten bestehend aus 100 Platten in den Maßen 40 cm x 40 cm als Sonderangebot. Die Platten sind 5 cm dick.

c) Herr Harms kauft die 100 Platten und möchte sie mit seinem Auto nach Hause transportieren. Er darf höchstens 450 kg in sein Auto laden. Die Platten bestehen aus Granit, und Granit wiegt 2,9 g pro cm³. Berechne, wie oft Herr Harms fahren muss.

d) Da diese Platten nicht für die ursprünglich geplante Fläche reichen, muss Herr Harms neu planen. Die Fläche für die blaugrauen Platten muss verkleinert werden. Bestimme, auf welches Maß die Strecke $\overline{AE}$ mindestens verkürzt werden muss.
Hinweis: Auch hier sind wieder 10 % Verschnitt einzuplanen.

e) Zur Einweihung der Terrasse möchte Familie Harms ein kleines Gartenfest feiern. Dazu soll auf der Terrasse ein Partyzelt aufgebaut werden. Das Zelt hat eine quadratische Grundfläche, ein pyramidenförmiges Dach und ist auf einer Seite offen (s. Abbildung).

Bestimme, wie viel m² Zeltplane zum Bau des Zeltes mindestens benötigt werden.

Abmessungen:
Grundfläche: 4 m x 4 m
Seitenhöhe: 2 m
Mittelhöhe: 2,80 m

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Fläche mit roten Platten: $A_{rot} = 2 \cdot \frac{1{,}5 \cdot 5}{2}\,\text{m}^2 = 7{,}5\,\text{m}^2$. Anteil in Prozent: $\frac{7{,}5}{25} = 0{,}3 = 30\,\%$. Fläche mit blaugrauen Platten: 70 %. Fläche in m²: $A_{blaugrau} = 0{,}7 \cdot 25\,\text{m}^2 = 17{,}5\,\text{m}^2$. *oder* $A_{blaugrau} = 3{,}5 \cdot 5\,\text{m}^2 = 17{,}5\,\text{m}^2$. *Anteil in Prozent:* $\frac{17{,}5}{25} = 0{,}7 = 70\,\%$ *oder 100 % – 30 % = 70 %.*	1 2 1		
b)	Preis für die roten Platten: $7{,}5 \cdot 1{,}1 \cdot 62\,€ = 511{,}50\,€$. Preis für die blaugrauen Platten: $17{,}5 \cdot 1{,}1 \cdot 42\,€ = 808{,}50\,€$. Gesamtkosten = 511,50 € + 808,50 € = 1 320,-- €.	1 1 1		
c)	Gewicht einer Platte: $(40 \cdot 40 \cdot 5) \cdot 2{,}9\,\text{g} = 23\,200\,\text{g} = 23{,}2\,\text{kg}$. Zulässige Platten pro Ladung: $450 : 23{,}2 = 19{,}39655...$ Er kann höchstens 19 Platten laden. Da $100 : 19 = 5{,}2...$, muss er also 6 mal fahren. *Der nachfolgende Weg ist <u>keine</u> korrekte Modellierung. Da die Platten jedoch relativ klein sind, sollten in diesem Falle bei rechnerischer Korrektheit 2 P. gegeben werden.* Gewicht der 100 Platten: $100 \cdot 40 \cdot 40 \cdot 5 \cdot 2{,}9\,\text{g} = 2\,320\,000\,\text{g} = 2\,320\,\text{kg}$. Anzahl der Fahrten: $\frac{2320}{450} = 5{,}15...$ Er muss also 6-mal fahren.		3	
d)	Mit den 100 Platten lässt sich *zunächst* eine Fläche von $100 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4\,\text{m}^2 = 16\,\text{m}^2$ auslegen. Da der Verschnitt berücksichtigt werden muss, entspricht dies 110 %. Tatsächlich können also nur $\frac{16 \cdot 100}{110}\,\text{m}^2 = 14{,}545...\,\text{m}^2$, also ca. 14,55 m² ausgelegt werden. Die Länge der Strecke $\overline{AE}$ darf also maximal $\frac{14{,}55}{5}\,\text{m} = 2{,}91\,\text{m}$ betragen. Die Strecken $\overline{DF}$ *bzw.* $\overline{EB}$ *müssen also mindestens 2,09 m betragen.*		2 2	2

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
e)	Das Zelt ist auf 3 Seitenflächen geschlossen: $A_S = 3 \cdot 4 \cdot 2\ \text{m}^2 = 24\ \text{m}^2$. Mantelfläche der „Pyramide“: $A_P = 2 \cdot 4 \cdot h_s$ $h_s^2 = 2^2 + 0{,}8^2$ $h_s = \sqrt{4{,}64}$ $h_s = 2{,}154...$ $A_P = 17{,}232...$ Es werden mindestens 41,23 m^2 Zeltplane benötigt. *Andere Lösungsideen, welche jeweils zum richtigen Ergebnis führen, sind gleichwertig.*		2 2 1 1	
	Insgesamt 22 BWE	7	13	2

Aufgabe IV – Idee des funktionalen Zusammenhangs

Europapassage (22 P.)

Am 5. Oktober 2006 wurde in der Hamburger Innenstadt die Europapassage eröffnet.

a) Die Passage erstreckt sich über mehrere Stockwerke. Insgesamt gibt es 30 000 m² öffentlich genutzte Fläche. Davon werden 14 % von Gaststätten belegt. Gib an, wie viele Quadratmeter das sind.

b) Die Passage ist 160 m lang. Am Anfang und am Ende der Passage befindet sich je ein Bogen. Dazwischen sind weitere 19 Bögen, die in gleichmäßigen Abständen stehen. Berechne den Abstand zwischen zwei Bögen.

c) Das Parkhaus der Europapassage hat 700 Stellplätze. Laut einer Prognose der Betreibergesellschaft soll der Anteil der dauerhaft vermieteten Stellplätze 24 % betragen und pro Stellplatz 65 € im Monat kosten. Der verbleibende Rest wird durch die sogenannte „Laufkundschaft“ genutzt, von der man annimmt, dass sie durchschnittlich 4,50 € pro Tag und Stellplatz an Parkgebühren bezahlt. Berechne die durchschnittlichen Einnahmen für einen Monat (30 Tage).

d) Die Bögen haben die Form einer Parabel. Denke dir ein geeignetes Koordinatensystem unterlegt (siehe Anlage). Eine der Funktionen f_1, f_2 bzw. f_3 beschreibt den Verlauf der vorderen Parabel. Entscheide, welche es ist, und begründe, warum die beiden anderen nicht infrage kommen:

$$f_1(x) = -1{,}2 \cdot x^2 - 18{,}5$$
$$f_2(x) = 1{,}2 \cdot x^2 + 18{,}5$$
$$f_3(x) = -1{,}2 \cdot x^2 + 18{,}5$$

e) Bestimme die Gesamthöhe $|HT|$ der Passage, wenn der Punkt T 4,25 m tiefer liegt als die Punkte A bzw. B (siehe Anlage).

Bestimme den Abstand der Punkte A und B voneinander (siehe Anlage).

Anlage zur Aufgabe „Europapassage“

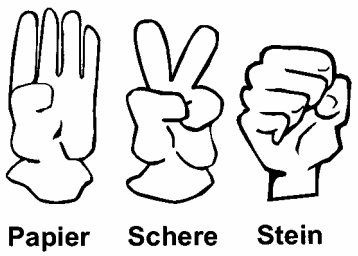
Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung I	II	III
a)	$30\,000 \cdot \frac{14}{100} = 4\,200$. Gaststätten belegen 4 200 m².	2		
b)	Bei (19 + 2 =) 21 Bögen ergeben sich 20 Zwischenräume. Also gilt: $160 : 20 = 8$. Der Abstand zwischen den Säulen beträgt 8 m.	1	1 1	
c)	Monatliche Einnahmen bei den vermieteten Stellplätzen: $0{,}24 \cdot 700 \cdot 65\ € = 10\,920\ €$. Monatliche Einnahmen durch „Laufkundschaft“: $0{,}76 \cdot 700 \cdot 30 \cdot 4{,}50\ € = 71\,820\ €$. Gesamteinnahmen: $10\,920\ € + 71\,820\ € = 82\,740\ €$. Die Gesamteinnahmen für das Parkhaus betragen im Monat durchschnittlich 82 740 €.	2 1 1	2	
d)	Die Funktion f_1 kommt nicht infrage, da die Parabel die y-Achse oberhalb der x-Achse schneidet [*oder: da der Scheitelpunkt der zugehörigen Parabel unterhalb der x-Achse liegt. Er müsste aber oberhalb liegen*]. Die Funktion f_2 kommt ebenfalls nicht infrage, da der Koeffizient des quadratischen Glieds positiv ist, die Parabel aber nach unten geöffnet ist. Die Funktion f_3 kommt infrage, da der Koeffizient des quadratischen Glieds negativ ist (–1,2) und das absolute Glied positiv ist [*oder: da der Graph von f_3 eine nach unten geöffnete Parabel ist und der Scheitelpunkt oberhalb der x-Achse liegt*]. *Andere Begründungen sind möglich.*		2 2 2	
e)	$\lvert HT \rvert$ = 18,5 m + 4,25 m = 22,75 m. Zur Bestimmung des Abstands $\lvert AB \rvert$ sind die Nullstellen der Parabel zu berechnen: $-1{,}2x^2 + 18{,}5 = 0$ $x^2 = 15{,}41\overline{6}$ $x_1 = -3{,}926...$ $x_2 = 3{,}926...$ Damit beträgt der Abstand der beiden Punkte etwa $2 \cdot 3{,}926\ \text{m} \approx 7{,}85\ \text{m}$.			5
	Insgesamt 22 BWE	7	10	5

Aufgabe V – Idee der Wahrscheinlichkeit

Knobeln (22 P.)

Zwei Spieler halten in jeder Runde jeweils die rechte Hand auf dem Rücken und formen dort ihre Hand auf eine der drei nebenstehenden Weisen. Auf „Los“ zeigen beide gleichzeitig, welche der drei Möglichkeiten sie gewählt haben.



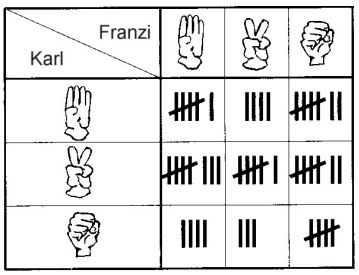
Es gelten folgende Vereinbarungen:

- Schere schlägt Papier (da sie Papier schneidet)
- Papier schlägt Stein (da es den Stein eingewickelt)
- Stein schlägt Schere (da er die Schere stumpf macht)

Zeigen beide Hände dasselbe, so ist das Spiel unentschieden.

a) Bestimme die Anzahl aller möglichen Paarungen.

b) An einem Nachmittag haben Karl und Franzi das Spiel über zahlreiche Runden durchgeführt und dabei eine Strichliste geführt (siehe nebenstehende Abbildung). Entscheide und begründe, wer am häufigsten gewonnen hat.



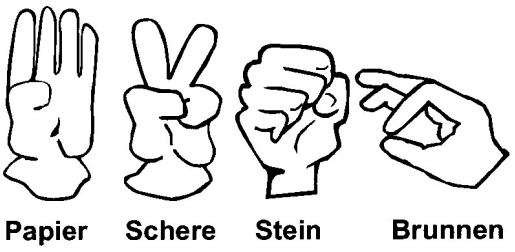
c) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass eine Spielrunde unentschieden endet, wenn beide Spieler ihre Wahl rein zufällig treffen.

Ein Glücksspiel zwischen zwei Personen wird dann als **fair** bezeichnet, wenn auf lange Sicht beide Spieler gleich häufig gewinnen.

d) Beurteile, ob Knobeln ein faires Spiel ist, wenn beide Spieler ihre Wahl rein zufällig treffen.

Das obige Spiel kann durch „Brunnen“ erweitert werden. Dann gelten folgende weitere Vereinbarungen:

- Stein und Schere verlieren gegen den Brunnen, beide versinken im Brunnenwasser.
- Papier gewinnt gegen den Brunnen, denn Papier schwimmt im Brunnenwasser.



e) In der Anlage findest du eine Tabelle für alle möglichen Spielausgänge. Schreibe jeweils in die Felder, ob Franzi gewinnt (F), ob Karl gewinnt (K) oder ob das Spiel unentschieden ausgeht (0). Begründe dann, dass es keinen Sinn macht Stein zu wählen, wenn man das Ziel hat zu gewinnen.

f) Karl sagt zu Franzi, dass durch die Erweiterung mit „Brunnen“ das Spiel nicht mehr fair sei. Gibst du ihm Recht? Begründe deine Antwort.

Anlage 1 zur Aufgabe „Knobeln“, Aufgabenteil e)

Name: _____

Franzi / Karl				
				
				
				
				

Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Da jeder Spieler 3 Möglichkeiten zur Wahl hat und jede mit jeder kombinierbar ist, gibt es $3 \cdot 3 = 9$ Kombinationen aus diesen Möglichkeiten. (Diese sind in der Tabelle zu b) durch die neun Felder repräsentiert.)	2		
b)	Die Auswertung des Spielprotokolls ergibt folgendes: Karls gewonnene Spielrunden mit Papier gegen Stein: 7 Karls gewonnene Spielrunden mit Schere gegen Papier: 8 Karls gewonnene Spielrunden mit Stein gegen Schere: 3 Insgesamt hat **Karl** also 8 + 3 + 7 = **18 Spielrunden** gewonnen. Franzis gewonnene Spielrunden mit Schere gegen Papier: 4 Franzis gewonnene Spielrunden mit Stein gegen Schere: 7 Franzis gewonnene Spielrunden mit Papier gegen Stein: 4 Insgesamt hat **Franzi** also 4 + 7 + 4 = **15 Spielrunden** gewonnen. Karl hat demnach das Spiel gewonnen, da er mehr Spielrunden für sich entscheiden konnte.	6		
c)	Die neun Paarungen (vgl.a)), bzw. die neun Felder in der Tabelle zu b) treten mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf. Drei dieser Paarungen bzw. Felder beschreiben ein „Unentschieden“, dies tritt also mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ auf.		2	
d)	In drei von den neun Paarungen (Feldern) gewinnt Karl und in drei von den neun Paarungen (Feldern) gewinnt Franzi, also beide mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{3}$. Auf lange Sicht gewinnen Karl und Franzi also beide gleich oft und ein Drittel der Spielrunden wird unentschieden ausgehen. Das Spiel ist fair! Eine andere Argumentation erwähnt einfach die Symmetrie des Spieles in Bezug auf die beiden Spieler und kommt dann sofort zu dem Ergebnis, dass das Spiel fair ist (*übrigens mit diesem Argument auch dann, wenn man alle möglichen Gewinnstrategien der Spieler zulässt*).		4	

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
e)				

Franzi / Karl				
	**0**	**F**	**K**	**K**
	**K**	**0**	**F**	**F**
	**F**	**K**	**0**	**F**
	**F**	**K**	**K**	**0**

Wenn ein Spieler Stein wählt, hätte er doch lieber Brunnen wählen sollen, denn – wie die ausgefüllte Tabelle zeigt – bei jeder möglichen Aktion des Gegners ist er entweder genau so gut oder besser dran, deshalb macht Stein keinen Sinn. — III: 4

f) Auch dieses Spiel ist fair! Es gibt verschiedene Begründungen:

1. Man zählt in der obigen Tabelle 6 mal „K“ und 6 mal „F“, somit beide Ergebnisse gleich oft. Wenn man also unterstellt, dass beide Spieler ihre Wahl „rein zufällig“ mit jeweils gleicher Wahrscheinlichkeit auswählen, so folgt, dass das Spiel nach wie vor fair ist.
2. Wenn man unterstellt, dass kein Spieler „Stein“ wählt (vgl. f), dann ist das Spiel äquivalent zu dem ursprünglichen Spiel und somit nach e) fair.
3. Man könnte auch wieder direkt mit dem Symmetrieargument (beide Spieler sind in der gleichen Situation) auf die Fairness des Spiel schließen. (*und mit diesem Argument ist das Spiel auch dann fair, wenn man alle möglichen Gewinnstrategien der Spieler zulässt*). — II: 2; III: 2

		I	II	III
	Insgesamt 22 BWE	8	8	6