Der Senator
für Bildung und Wissenschaft

Freie Hansestadt Bremen

Schriftliche Abiturprüfung 2007 im dritten Prüfungsfach

Grundkurs Mathematik (GTR)

Dienstag, 22. Mai 2007, 9.00 Uhr

Unterlagen für Lehrerinnen und Lehrer

- Diese Unterlagen sind nicht für die Prüflinge bestimmt -

Diese Unterlagen enthalten:

- Allgemeines
- Die Bewertung der Prüfungsleistung
- Aufgaben mit Lösungsskizzen
- Einen Protokollbogen zur Auswahl der Aufgaben für die Prüfungsakten Ihrer Schule
- Einen Rückmeldebogen für die Fachkommission zur Auswahl der Aufgaben

---

Allgemeines

- Wählen Sie gemeinsam mit Ihrer Korreferentin / Ihrem Korreferenten aus den vier vorgelegten Aufgaben drei zur Bearbeitung aus. Die Aufgaben kommen aus mindestens zwei verschiedenen Themenbereichen. Kommt es zu keiner Einigung, bestimmt die Vorsitzende / der Vorsitzende des Fachprüfungsausschusses die Auswahl der Aufgaben (§ 10 Abs. 2 Nr. 1 AP-V). Protokollieren Sie (S. 11), welche Aufgaben Sie gewählt haben (Prüferin/Prüfer und Korreferentin/Korreferent und ggf. auch die oder der Vorsitzende des Fachprüfungsausschusses unterschreiben das Protokoll).
- Füllen Sie bitte den Rückmeldebogen (S. 12) für die Fachkommission zur Auswahl der Aufgaben aus und schicken Sie ihn an die dort genannte Adresse.
- Fragen Sie vor Verteilung der Aufgaben an die Prüflinge die Arbeitsfähigkeit der Prüflinge ab und weisen Sie auf die Regelungen des § 5 AP-V (Täuschung und Behinderung) hin.
- Machen Sie die Prüflinge auf die Arbeitshinweise aufmerksam, die am Anfang der Unterlagen für die Prüfungsteilnehmer stehen. Geben Sie den Prüflingen ggf. die nötigen Angaben zur Schulnummer sowie zur genauen Kursbezeichnung.
- Die Bearbeitungszeit beträgt 180 Minuten.
- Erlaubte Hilfsmittel: Graphikfähiger Taschenrechner (GTR), dessen Betriebsfähigkeit die Schülerin / der Schüler gewährleistet, Formelsammlung, Zeichengerät, Rechtschreiblexikon

Die Bewertung der Prüfungsleistung

Die Lösungsskizze stellt eine Lösungsvariante dar; andere gleichwertige Lösungen sind entsprechend zu bewerten. Die Bewertungsanteile pro Teilaufgabe sind obligatorisch.

Für die Festlegung der Gesamtleistung werden den erzielten Bewertungseinheiten die entsprechenden Notenstufen gemäß folgender Tabelle zugeordnet.

Bewertungs-einheiten	KMK Punkte
bis 19,5	0
20 bis 26,5	1
27 bis 33,5	2
34 bis 39,5	3
40 bis 44,5	4
45 bis 49	5
49,5 bis 54	6
54,5 bis 59	7
59,5 bis 64	8
64,5 bis 69	9
69,5 bis 74	10
74,5 bis 79	11
79,5 bis 84	12
84,5 bis 89	13
89,5 bis 94	14
94,5 bis 99	15

Beachten Sie bei der Rechtschreibkorrektur den Erlass 10/2006. Danach gilt die Toleranzphase für die Bereiche B. *Getrennt- und Zusammenschreibung,* E. *Zeichensetzung* und F. *Worttrennung am Zeilenende* noch bis zum 31. Juli 2007.

Aufgabe: **Wassergraben** **Analysis 1**

Abbildung 1 zeigt den Querschnitt eines Wassergrabens mit seinen Uferlinien. Seine Böschung verläuft auf einer Seite sanft (knickfrei) von einem horizontal verlaufenden Ufer nach unten, auf der anderen Seite mit einem scharfen Knick zur Uferlinie.
Das Koordinatensystem wurde so gelegt, dass sich der Querschnitt des Grabens zwischen den x-Werten -4 und 2 durch eine ganzrationale Funktion f dritten Grades beschreiben lässt, die in $T(0\,|\,0)$ ihren Tief- und in $H(-4\,|\,3,2)$ ihren Hochpunkt hat. Eine Einheit auf jeder Achse entspricht jeweils 1 m.

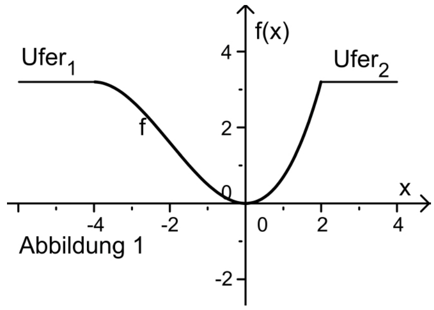


Abbildung 1

a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Funktion f in Abhängigkeit von x.

In Abbildung 2 blickt man aus der entgegen gesetzten Richtung auf den Querschnitt. Zwischen den x-Werten -2 und 4 beschreibt die Funktion h mit $h(x) = -0{,}1 \cdot x^3 + 0{,}6 \cdot x^2$ für das hier gewählte Koordinatensystem ebenfalls den Querschnitt des Grabens ohne die Uferlinien. Eine Einheit auf jeder Achse entspricht wie in a) jeweils 1 m.

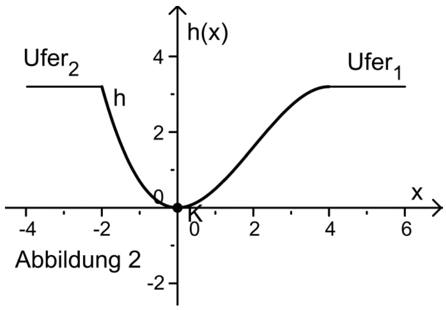


Abbildung 2

b) Skizzieren Sie den Graphen der Ableitungsfunktion h' in ein neues Koordinatensystem. Begründen Sie, ausgehend vom Graphen von h, den Verlauf des Graphen von h'.

c) Ein Käfer befindet sich im Punkt $K(0/0)$. Er möchte aus dem Graben hinauskrabbeln. Er schafft höchstens eine Steigung von $0{,}9 = 90\%$. Kann er aus dem Graben zum Ufer$_1$ gelangen? Begründen Sie Ihre Antwort und bestimmen Sie gegebenenfalls den Punkt, bis zu dem der Käfer gelangen kann.

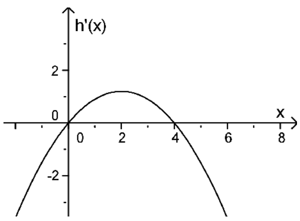
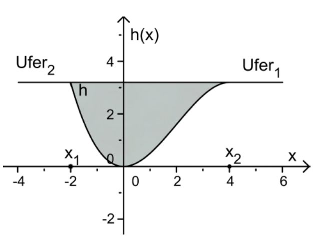
d) Berechnen Sie

$$\int_{-2}^{4} \big(3{,}2 - h(x)\big)\,dx = \int_{-2}^{4} \big(3{,}2 + 0{,}1 \cdot x^3 - 0{,}6 \cdot x^2\big)\,dx$$

Erläutern Sie, auch mit Hilfe einer Skizze, die Bedeutung des Integrals.
Der zurzeit noch leere 2 km lange Wassergraben soll geflutet werden.
Berechnen Sie das Wasservolumen in m^3, das der bis zu den Uferlinien gefüllte Graben fassen kann.

Aufgabe: **Wassergraben** **Analysis 1**

Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

	Lösungsskizze	Bewertung/ Zuordnung I	II	III
a)	$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ $T(0/0)$ ist rel. Tiefpunkt, also $f(0) = 0$ und somit $d = 0$ sowie $f'(0) = 0$ und somit $c = 0$ $H(-4 \mid 3,2)$ ist rel. Hochpunkt, also $f(-4) = 3,2$ und somit $-64a + 16b = 3,2$ sowie $f'(-4) = 0$ und somit $48a - 8b = 0$ bzw. $b = 6a$. Durch Einsetzen ergibt sich: $a = \frac{1}{10} = 0,1$ und $b = \frac{3}{5} = 0,6$ und somit $f(x) = \frac{1}{10}x^3 + \frac{3}{5}x^2 = 0,1x^3 + 0,6x^2$	11	2	
b)	 In der Skizze muss die Ableitungsfunktion als nach unten geöffnete Parabel mit korrekt eingezeichneten Nullstellen erkennbar sein. Der Scheitelpunkt muss an der Stelle $x_s = 2$ liegen. Mögliche Begründungen: Die Nullstellen ergeben sich aus den x-Werten von H und T, die Scheitelstelle x_s ist die Wendestelle von h, sie muss zwischen den beiden Nullstellen liegen. Der Graph von h fällt zunächst und steigt dann, also muss die Parabel nach unten geöffnet sein.	2	4	
c)	Mögliche Begründung: Im Wendepunkt ist die Steigung des Graphen von h zwischen Tief- und Hochpunkt am größten. $x_w = 2$ ist Wendestelle (Begründung s. b)) mit einer Steigung von $h'(2) = 1,2 > 0,9$. Der Käfer kann also nicht bis nach oben gelangen. Die Lösung der Gleichung $h'(x) = 0,9$ kann mit dem Solver ermittelt werden. Für $x < 2$ ergibt sich $h'(1) = 0,9$. (Die mit CAS ermittelte zweite Lösung $x = 3$ scheidet aus, da $x < 2$ gelten muss.) Der Käfer kommt bereits im Punkt $P(1/h(1)) = P(1/0,5)$ nicht mehr weiter.		7	1
d)	 $\int_{-2}^{4} \left(3,2 + 0,1 \cdot x^3 - 0,6 \cdot x^2\right) dx = 10,8$ Das Integral berechnet die Größe der Querschnittsfläche A des Grabens, eingeschlossen zwischen den beiden Graphen von h und g mit $g(x) = 3,2$, $A = 10,8$ m². Der Graben ist 2 km also 2000 m lang, daher fasst er ein Volumen von $V = A \cdot 2000 = 21600$ m³.		4	2
	Insgesamt 33 Bewertungseinheiten, verteilt auf die Anforderungsbereiche	**13**	**17**	**3**
	Prozentuale Verteilung der Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche	39%	52%	9%

Aufgabe: **Verbrauch von Chromvorräten** **Analysis 2**

Im Jahr 1970 wurden $1{,}847$ Millionen Tonnen der Chromvorräte der Erde verbraucht. Im folgenden Jahr wuchs der jährliche Verbrauch um $2{,}6\%$. 1970 ging man davon aus, dass sich der Jahres-Chrom-Verbrauch $f(x)$ durch eine Exponentialfunktion modellieren lässt:

$$f(x) = a \cdot e^{k \cdot x},\ x \geq 0$$

$f(x)$ gibt den Chromverbrauch in Millionen Tonnen pro Jahr an, x steht für die Anzahl der Jahre ab 1970.

a) Berechnen Sie, auf wie viele Millionen Tonnen pro Jahr der Verbrauch nach einem Jahr angestiegen ist. Bestimmen Sie aus den gegebenen Daten die Konstanten a und k. Runden Sie k auf fünf Nachkommastellen.

Verwenden Sie für die weiteren Aufgabenteile zur Prognose des Jahres-Chrom-Verbrauchs ab 1970 die Funktion f mit

$$f(x) = 1{,}85 \cdot e^{0{,}0257 \cdot x},\ x \geq 0$$

b) Berechnen Sie das Jahr, in dem sich nach diesem Modell der Verbrauch pro Jahr verdoppelt hätte.

c) Nach einer Veröffentlichung des Deutschen Instituts für Wirtschaftsforschung lag der Chrom-Verbrauch im Jahr 1993 bei $3{,}3$ Millionen Tonnen pro Jahr. Geben Sie an, ob dieser Wert noch mit den Prognosen von 1970 verträglich ist.

d) Bestimmen Sie eine Stammfunktion von f.
Berechnen Sie das Integral $\int_0^5 f(x)\,dx$. Erläutern Sie, welche Größe durch dieses Integral für die Chromindustrie näherungsweise angegeben wird.

e) Um 1970 wurden die Chromvorräte der Erde auf 775 Millionen Tonnen geschätzt. Berechnen Sie das Jahr, in dem diese Chromreserven vollständig aufgebraucht wären.

f) In den achtziger Jahren wurden neue Chromvorräte entdeckt. Im Jahr 1993 ging man von einem Vorrat von ca. 1500 Millionen Tonnen aus. Erläutern Sie, was mit

$$R(t) = 1500 - \int_0^t (3{,}3 \cdot e^{0{,}0257 \cdot x})\,dx \ \text{ für } t \geq 0$$

berechnet wird. t steht für die Anzahl der Jahre nach 1993. Beachten Sie dazu Aufgabenteil c).
Es gilt $R(98{,}8) \approx 0$. Interpretieren Sie diese Gleichung im Sachzusammenhang.

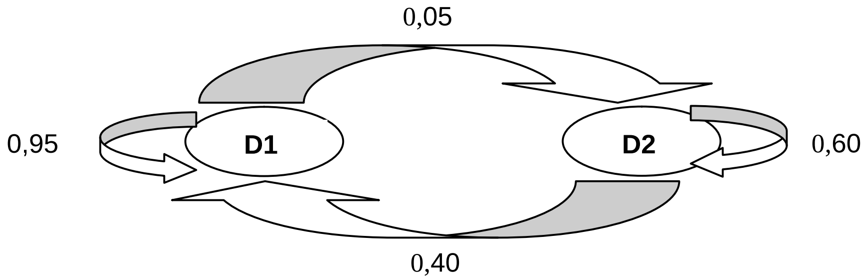
Aufgabe: **Verbrauch von Chromvorräten** **Analysis 2**

Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

	Lösungsskizze	Bewertung/ Zuordnung I	II	III
a)	Jahresverbrauch 1971: $1{,}026 \cdot 1{,}847 = 1{,}895$ (Mio. Tonnen pro Jahr). $a = 1{,}847$ und $k = \ln 1{,}026 \approx 0{,}02567$.	5		
b)	Verdopplungszeit: $x = \frac{\ln 2}{0{,}0257} \approx 27$ (Jahre), also 1997.	3		
c)	Man berechnet $f(23) \approx 3{,}341$ Mio. Tonnen als Jahres-Chrom-Verbrauch nach dem Modell und vergleicht den Wert mit den gegebenen $3{,}3$ Mio. Tonnen. Die Vorhersage stimmt erstaunlich gut mit der Realität überein.	4		
d)	Z. B. $F(x) = \frac{1{,}85}{0{,}0257} \cdot e^{0{,}0257 \cdot x} \approx 71{,}984 \cdot e^{0{,}0257 \cdot x}$. $\int_0^5 f(x)\,dx \approx \left[71{,}984 \cdot e^{0{,}0257 \cdot x}\right]_0^5 \approx 9{,}871$ Der Gesamtverbrauch ist die Summe der jährlichen Verbrauche. Er wird näherungsweise mit dem Integral berechnet. Das Integral von 0 bis 5 überstreicht insgesamt 5 Zeiteinheiten und entspricht somit einem Gesamtverbrauch über 5 volle Jahre zwischen 1970 und 1975. $9{,}871$ Mio. Tonnen Chrom werden in den 5 Jahren insgesamt verbraucht.	2	5	
e)	Der Gesamtverbrauch an Chrom seit 1970 ($t_0 = 0$) bis zum Jahr 1970+t berechnet sich als Integral von 0 (auch von $-0{,}5$) bis t (auch $t + 0{,}5$) über f: $F(t) = \int_0^t f(x)\,dx = 71{,}984 \cdot e^{0{,}0257 \cdot t} - 71{,}984$ $F(t) = 775 \Leftrightarrow t \approx 96$, die Reserven würden unter den gemachten Annahmen nur bis ca. 2066 reichen.		7	
f)	$t_0 = 0$ entspricht dem Jahr 1993: In $R(t)$ geht man für den Jahres-Chrom-Verbrauch weiterhin von einem unveränderten exponentiellen Wachstum aus. 1993 wurden nach c) $f(23) \approx 3{,}3$ Mio. Tonnen pro Jahr verbraucht. Dies ist der Anfangswert für die zu integrierende Funktion. $R(t)$ berechnet die unter den gemachten Annahmen im Jahre 1993+t noch vorhandenen Chromvorräte. $R(98{,}8) \approx 0$ bedeutet, dass nach ca. 99 Jahren, also 2092, die 1993 bekannten Vorräte verbraucht wären, wenn die Modellierung von 1970 bis dahin die Realität beschreibt.		4	3
	Insgesamt 33 Bewertungseinheiten, verteilt auf die Anforderungsbereiche	**14**	**16**	**3**
	Prozentuale Verteilung der Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche	42%	49%	9%

Aufgabe: **Diskothekenbesucher** **Lineare Algebra**

In einer Kleinstadt gibt es nur zwei Diskotheken, die jedes Wochenende von den Jugendlichen des Ortes besucht werden. Man hat festgestellt, dass das Wechselverhalten der Jugendlichen zwischen den beiden Diskotheken D1 und D2 von Woche zu Woche durch das folgende Diagramm beschrieben werden kann.



Runden Sie bei Ihren Rechnungen auf 3 Nachkommastellen.

a) Erstellen Sie die Übergangsmatrix S mit Hilfe des Übergangsdiagramms.

Weisen Sie nach, dass gilt: $S^2 = \begin{pmatrix} 0{,}923 & 0{,}620 \\ 0{,}078 & 0{,}380 \end{pmatrix}$.

Erläutern Sie die Entstehung von S^2 und interpretieren Sie die Bedeutung des Wertes $0{,}620$.

An einem bestimmten Wochenende (am Wochenende 0) waren 90% der Jugendlichen in Diskothek 1 (D1) und die restlichen 10% in der Diskothek 2 (D2).

b) Berechnen Sie die Besucherverteilungen am $3.,5.,7.,8.$ Wochenende, gehen Sie dabei davon aus, dass sich das Wechselverhalten der Besucher nicht ändert. Die Ergebnisse legen eine Vermutung über die langfristige Verteilung der Jugendlichen auf die beiden Diskotheken nahe. Beschreiben Sie Ihre Vermutung.

c) Zeigen Sie, dass es eine stationäre Besucherverteilung gibt und berechnen Sie diese. Geben Sie die Anteile in Bruchform an.

d) Gegeben ist die Matrix G mit $G = \begin{pmatrix} \frac{8}{9} & \frac{8}{9} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \end{pmatrix}$. Überprüfen Sie die Wirkung der Matrix G auf einen beliebigen Vektor $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ mit $x_1 + x_2 = 1$ und beschreiben Sie, was die Matrix G in diesem Zusammenhang leistet.
Berechnen Sie $S * G$ und interpretieren Sie das Ergebnis.

Aufgabe: **Diskothekenbesucher** **Lineare Algebra**

Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

	Lösungsskizze	Bewertung/ Zuordnung I	II	III
a)	$S=\begin{pmatrix}0{,}95 & 0{,}4\\0{,}05 & 0{,}6\end{pmatrix}$; dann erhält man S^2 mit der Matrix-Matrix-Multiplikation, z.B. für das erste Element der Matrix S^2: $0{,}95\cdot 0{,}95+0{,}4\cdot 0{,}05=0{,}9225\approx 0{,}923$. Der Wert $0{,}620$ in S^2 gibt den Anteil der gesamten D2-Besucher an, die in einem zweiwöchigen Rhythmus zur Diskothek D1 wechseln.	3	4	
b)	$\vec{a}_3=\begin{pmatrix}0{,}891\\0{,}109\end{pmatrix}$; $\vec{a}_5=\begin{pmatrix}0{,}889\\0{,}111\end{pmatrix}$; $\vec{a}_7=\begin{pmatrix}0{,}889\\0{,}111\end{pmatrix}$; $\vec{a}_8=\begin{pmatrix}0{,}889\\0{,}111\end{pmatrix}$ mit $\vec{a}_0=\begin{pmatrix}0{,}90\\0{,}10\end{pmatrix}$ und $S*\vec{a}_0=\vec{a}_1$, $S*\vec{a}_1=\vec{a}_2$ usw. oder mit Hilfe von Produkten von Potenzen von S mit $\vec{a}_0$. Vermutungen könnten z.B. sein: Einpendeln auf eine stationäre Verteilung von $88{,}9\%$ der Jugendlichen bei D1 und $11{,}1\%$ bei D2. Stabilisierung der Besucheranteile mit $\lim\limits_{n\to\infty}(S^n*\vec{a}_0)=\begin{pmatrix}\frac{8}{9}\\\frac{1}{9}\end{pmatrix}$. Es existiert eine Grenzmatrix $G=\lim\limits_{n\to\infty}S^n$ mit $G*\vec{a}_0=\vec{v}$, $\vec{v}$ stationäre Verteilung.	5	4	
c)	Z.B. führt $0{,}40\cdot v_2=0{,}05\cdot v_1=0{,}05\cdot(1-v_2)$ zu $v_2=\frac{1}{9}$ und $v_1=\frac{8}{9}$ für $\vec{v}=\begin{pmatrix}v_1\\v_2\end{pmatrix}$. Oder über den Ansatz: $S*\vec{v}=\vec{v}$ und $v_1+v_2=1 \Leftrightarrow 0{,}05\cdot(1-v_2)-0{,}4\cdot v_2=0$ und $v_1+v_2=1 \Leftrightarrow v_2=\frac{1}{9}$ und $v_1=\frac{8}{9}$.	3	5	
d)	$G*\vec{x}=\begin{pmatrix}\frac{8}{9} & \frac{8}{9}\\\frac{1}{9} & \frac{1}{9}\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{8}{9}x_1+\frac{8}{9}x_2\\\frac{1}{9}x_1+\frac{1}{9}x_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{8}{9}(x_1+x_2)\\\frac{1}{9}(x_1+x_2)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{8}{9}\\\frac{1}{9}\end{pmatrix}=\vec{v}$, da $x_1+x_2=1$. Also ergibt sich aus $G*\vec{x}$ mit $x_1+x_2=1$ immer die stationäre Verteilung von S. Die Berechnung ergibt, dass $S*G=G$, G ist Grenzmatrix: $G=\lim\limits_{n\to\infty}S^n$.	2	4	3
	Insgesamt 33 Bewertungseinheiten, verteilt auf die Anforderungsbereiche	**13**	**17**	**3**
	Prozentuale Verteilung der Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche	39%	52%	9%

Aufgabe: **Jugendliche Raucher** **Stochastik**

Im Jahr 2006 wurden die Deutschen bei einer repräsentativen Erhebung des statistischen Bundesamts nach ihren Rauchgewohnheiten befragt. Erfasst wurden Personen ab 15 Jahren. Interessant ist, dass das „Einstiegsalter" beim Rauchen sinkt. In Bremen betrug der Anteil der Raucher und Raucherinnen unter den 15jährigen 32% (drittgrößter Anteil in den Bundesländern nach Mecklenburg-Vorpommern und Berlin).

a) Eine Bremer Zeitungsreporterin befragt 8 Jugendliche im Alter von 15 Jahren, ob sie Raucher bzw. Raucherin sind. Erläutern Sie**,** unter welchen Annahmen man diese Befragung als einen mehrstufigen Bernoulli-Versuch auffassen kann.

Gehen Sie bei den folgenden Aufgabenteilen von einem mehrstufigen Bernoulli-Versuch aus.

b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass unter den 8 befragten Jugendlichen

- genau 3 Raucher / Raucherinnen
- 3 Raucher / Raucherinnen oder weniger
- mehr als 3 Raucher / Raucherinnen

ermittelt werden.

Fachleute vertreten die Meinung, dass das ab dem Schuljahr 2006/2007 an Bremer Schulen eingeführte Rauchverbot dazu beiträgt, den Anteil der jugendlichen Raucher zu verringern. Nach einem Jahr „rauchfreier Schule" soll an Hand einer Zufallsstichprobe vom Umfang 100 unter den 15jährigen getestet werden, ob die Maßnahme zu einer signifikanten Senkung der Raucherquote in dieser Altersgruppe geführt hat.

c) Bestimmen Sie für den Fall, dass die Maßnahme nicht zu einer Senkung der Raucherquote geführt hat, die Wahrscheinlichkeit dafür, unter den 100 Befragten 25 oder weniger Raucherinnen/Raucher zu haben.

d) Wenn 25 oder weniger Raucher/Raucherinnen bei der Befragung unter den 100 angetroffen werden, soll folgende Hypothese H_0 verworfen werden:
„Das Rauchverbot an Schulen hat bei den 15jährigen keinen Einfluss auf den Anteil der Raucherinnen und Raucher."
Wenn man H_0 verwirft, kann man einen Fehler machen (Fehler 1. Art / α-Fehler). Erläutern Sie diesen Fehler auf das Beispiel bezogen.
Begründen Sie, dass bei dieser Entscheidungsregel die Wahrscheinlichkeit des Fehlers 1.Art (α-Fehler) nicht mehr als 10% beträgt und das Signifikanzniveau 10% ist.

e) Ermitteln Sie eine Entscheidungsregel, bei der das Signifikanzniveau 5% ist.

f) Auch wenn man H_0 nicht verwirft, kann man einen Fehler machen (Fehler 2. Art / β-Fehler). Erläutern Sie diesen Fehler ebenfalls auf das Beispiel bezogen.
Bestimmen Sie für die Entscheidungsregel von d) die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art, falls der Anteil der jugendlichen Raucher tatsächlich auf 25% gesenkt werden konnte.
Entscheiden Sie, ob der Fehler 2. Art bei einem Signifikanzniveau von 5% oder einem Signifikanzniveau von 10% größer ist. Begründen Sie ihre Entscheidung.

Aufgabe: **Jugendliche Raucher** **Stochastik**

Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

	Lösungsskizze	Bewertung/ Zuordnung I	II	III
a)	Z.B.: Die Befragung einer Person entspricht einer Stufe des Zufallsversuchs. Man unterteilt die Befragten in Raucher und Nichtraucher und hat damit die für eine Binomialverteilung benötigten 2 Ausgänge. Falls die Befragten „repräsentativ" ausgewählt werden, kann die Wahrscheinlichkeit, dass eine befragte Person Raucher ist, wegen des im Verhältnis zur Grundgesamtheit kleinen Stichprobenumfangs als unabhängig von dem Ausfall der vorherigen Befragung angesehen werden – Einschränkungen der stochastischen Unabhängigkeit sind gegeben, wenn z.B. in einer „Raucherecke" befragt würde.	1	3	
b)	X: Anzahl der Raucher; $n=8$; $p=0,32$ $P(X=3)=\binom{8}{3}\cdot 0,32^3\cdot 0,68^5\approx 26,7\%$ $P(X\le 3)=\sum_{k=0}^{3}\binom{8}{k}\cdot 0,32^k\cdot 0,68^{8-k}\approx 76,8\%; P(X\ge 4)=1-P(X\le 3)\approx 23,2\%$ Die Wahrscheinlichkeit, genau 3 Raucher unter den Befragten zu haben, beträgt ca. 27%, höchstens 3 Raucher dabei zu haben, ca. 77%, die Wahrscheinlichkeit, mehr als 3 Raucher unter den Befragten anzutreffen, beträgt ca. 23%.	7	2	
c)	$n=100$, X und p wie oben, mit Hilfe der Tabelle oder des Rechners ergibt sich: $P(X\le 25)\approx 0,0796$	2		
d)	α-Fehler: Man glaubt zu Unrecht, dass die Raucherquote gesenkt wurde, also ist $p_0=0,32$ bei der Bestimmung des α-Fehlers. $n=100$, X und p wie oben, mit Hilfe der Tabelle oder des Rechners ergibt sich: $P(X\le 25)\approx 0,0796<10\%$ (bzw. Verweis auf die Berechnung unter c)) und $P(X\le 26)\approx 0,1180>10\%$.	3	1	
e)	n, X und p wie oben in c), mit Hilfe der Tabelle oder des Rechners ergibt sich: $P(X\le 23)\approx 0,031<5\%; P(X\le 24)>5\%$ Entscheidungsregel: Wenn 23 oder weniger Raucherinnen / Raucher unter den 100 Befragten sind, nehmen wir an, dass der Anteil der Raucher unter den 15jährigen durch das Rauchverbot an Schulen gesunken ist und so H_0 widerlegt ist.		5	
f)	Fehler 2.Art: Man nimmt an, dass der Anteil der Raucher nicht gesenkt wurde (da $X\ge 26$), obwohl er tatsächlich gesunken ist ($p_1<32\%$). Für $X\ge 26$ und $p_1=0,25$ ergibt sich mit Tabelle oder Rechner für die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2.Art $P(X\ge 26)\approx 0,4465$. Der Fehler 2.Art ist bei $\alpha=10\%$ geringer, weil der Verwerfungsbereich für die Hypothese H_0 bei $\alpha=10\%$ größer als bei $\alpha=5\%$ ist und damit der Bereich, in dem der Fehler 2.Art auftreten kann, kleiner wird.		6	3
	Insgesamt 33 Bewertungseinheiten, verteilt auf die Anforderungsbereiche	**13**	**17**	**3**
	Prozentuale Verteilung der Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche	39%	52%	9%

Protokollbogen zur Auswahl der Aufgaben für die Prüfungsakten der Schule

Auswahl der Aufgaben:

- Fach: **Mathematik** (GTR)
- Schule: ______________________________
- Schulinterne Kursbezeichnung: ______________
- **Fachlehrerin / Fachlehrer** (Name, Vorname):

Aufgabe	Wahl
Analysis 1	
Analysis 2	
Lineare Algebra	
Wahrscheinlichkeitsrechnung	

____

Ich wähle für die Bearbeitung durch die Prüflinge die drei angekreuzten Aufgaben aus.

Bremen / Bremerhaven, den 22.5.2007

____
(Unterschrift Fachlehrerin / Fachlehrer)

- **Korreferentin / Korreferent** (Name, Vorname):

____

Ich schließe mich der Auswahl der drei Aufgaben durch die Fachlehrerin / den Fachlehrer an / nicht an (bitte Unzutreffendes streichen). Im Falle der Nichtzustimmung füge ich eine kurze schriftliche Begründung und eine alternative Wahl auf der Rückseite des Protokolls bei.

Bremen / Bremerhaven, den 22.5.2007

____
(Unterschrift Korreferentin / Korreferent)

- **Auswahl durch die Vorsitzende / den Vorsitzenden des Fachprüfungsausschusses** (im Falle der Nichtübereinstimmung zwischen Fachprüferin/Fachprüfer und Korreferentin / Korreferenten)

Ich wähle die drei angekreuzten Aufgaben zur Bearbeitung durch die Prüflinge aus und füge eine kurze schriftliche Begründung auf der Rückseite des Protokolls bei.

Bremen / Bremerhaven, den 22.5.2007

____
(Unterschrift Vorsitzende(r) Fachprüfungsausschuss)

Aufgabe	Wahl
Analysis 1	
Analysis 2	
Lineare Algebra	
Wahrscheinlichkeitsrechnung	

Rückmeldebogen für die Fachkommission Mathematik zur Auswahl der Aufgaben

Auswahl der Aufgaben:

- Fach: **Mathematik** (GTR)
- Schule: ____________________
- Schulinterne Kursbezeichnung: ____________________
- Anzahl der Schülerinnen und Schüler: ____________________
- Der Fachprüfungsausschuss hat für die Bearbeitung durch die Prüflinge die drei rechts angekreuzten Aufgaben ausgewählt.

Aufgabe	**Wahl**
Analysis 1	
Analysis 2	
Lineare Algebra	
Wahrscheinlichkeitsrechnung	

Bremen / Bremerhaven, den 22.5.2007

____
(Unterschrift)

Schicken Sie diesen Bogen bitte möglichst umgehend per FAX an folgende Adresse:

Landesinstitut für Schule, Herrn Löwer

FAX 0421-361-6451

Die Rückmeldebögen werden im LIS gesammelt und dann den Fachkommissionen zur Verfügung gestellt. Sie sind eine Grundlage für Auswertungsgespräche der Fachkommissionen mit den Schulen und der Erstellung neuer Aufgaben.