

## Schriftliche Abiturprüfung 2007 im dritten Prüfungsfach

### Grundkurs Mathematik (TR)

Mittwoch, 25. April 2007, 9.00 Uhr

---

#### Unterlagen für Lehrerinnen und Lehrer

- Diese Unterlagen sind nicht für die Prüflinge bestimmt -

---

#### Diese Unterlagen enthalten:

- Allgemeines
  - Die Bewertung der Prüfungsleistung
  - Aufgaben mit Lösungsskizzen
  - Einen Protokollbogen zur Auswahl der Aufgaben für die Prüfungsakten Ihrer Schule
  - Einen Rückmeldebogen für die Fachkommission zur Auswahl der Aufgaben
- 

#### Allgemeines

- Wählen Sie gemeinsam mit Ihrer Korreferentin / Ihrem Korreferenten aus den sechs vorgelegten Aufgaben drei zur Bearbeitung aus. Die Aufgaben kommen aus mindestens zwei verschiedenen Themenbereichen, **mindestens eine der Aufgaben ist aus dem Themenbereich Analysis**. Die Aufgabe zur Analytischen Geometrie liegt Ihnen in zwei Versionen vor, je nachdem, welches Koordinatensystem Sie im Unterricht verwendet haben. Kommt es zu keiner Einigung, bestimmt die Vorsitzende / der Vorsitzende des Fachprüfungsausschusses die Auswahl der Aufgaben (§ 10 Abs. 2 Nr. 1 AP-V). Protokollieren Sie (S. 22), welche Aufgaben Sie gewählt haben (Prüferin / Prüfer und Korreferentin / Korreferent und ggf. auch die oder der Vorsitzende des Fachprüfungsausschusses unterschreiben das Protokoll).
- Füllen Sie bitte den Rückmeldebogen (S. 23) für die Fachkommission zur Auswahl der Aufgaben aus und schicken Sie ihn an die dort genannte Adresse.
- Fragen Sie vor Verteilung der Aufgaben an die Prüflinge die Arbeitsfähigkeit der Prüflinge ab und weisen Sie auf die Regelungen des § 5 AP-V (Täuschung und Behinderung) hin.
- Machen Sie die Prüflinge auf die Arbeitshinweise aufmerksam, die am Anfang der Unterlagen für die Prüfungsteilnehmer stehen. Geben Sie den Prüflingen ggf. die nötigen Angaben zur Schulnummer sowie zur genauen Kursbezeichnung.
- Die Bearbeitungszeit beträgt 180 Minuten.
- Erlaubte Hilfsmittel: Nicht programmierbarer wissenschaftlicher Taschenrechner, Formelsammlung, Zeichengerät, Rechtschreiblexikon

## Die Bewertung der Prüfungsleistung

Die Lösungsskizze stellt eine Lösungsvariante dar; andere gleichwertige Lösungen sind entsprechend zu bewerten. Die Bewertungsanteile pro Teilaufgabe sind obligatorisch.

Für die Festlegung der Gesamtleistung werden den erzielten Bewertungseinheiten die entsprechenden Notenstufen gemäß folgender Tabelle zugeordnet.

| Bewertungs-<br>einheiten | KMK Punkte |
|--------------------------|------------|
| bis 19,5                 | 0          |
| 20 bis 26,5              | 1          |
| 27 bis 33,5              | 2          |
| 34 bis 39,5              | 3          |
| 40 bis 44,5              | 4          |
| 45 bis 49                | 5          |
| 49,5 bis 54              | 6          |
| 54,5 bis 59              | 7          |
| 59,5 bis 64              | 8          |
| 64,5 bis 69              | 9          |
| 69,5 bis 74              | 10         |
| 74,5 bis 79              | 11         |
| 79,5 bis 84              | 12         |
| 84,5 bis 89              | 13         |
| 89,5 bis 94              | 14         |
| 94,5 bis 99              | 15         |

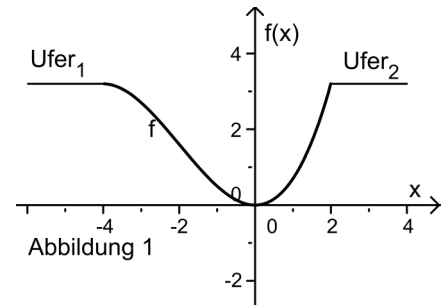
Beachten Sie bei der Rechtschreibkorrektur den Erlass 10/2006. Danach gilt die Toleranzphase für die Bereiche B. *Getrennt- und Zusammenschreibung*, E. *Zeichensetzung* und F. *Worttrennung am Zeilenende* noch bis zum 31. Juli 2007.

**Aufgabe:**

**Wassergraben**

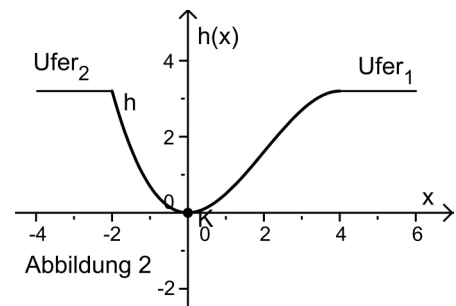
**Analysis 1**

Abbildung 1 zeigt den Querschnitt eines Wassergrabens mit seinen Uferlinien. Seine Böschung verläuft auf einer Seite sanft (knickfrei) von einer horizontal verlaufenden Uferlinie (Ufer<sub>1</sub>) nach unten, auf der anderen Seite mit einem scharfen Knick zur Uferlinie (Ufer<sub>2</sub>). Das Koordinatensystem wurde so gelegt, dass sich der Querschnitt des Grabens zwischen den  $x$ -Werten  $-4$  und  $2$  durch eine ganzrationale Funktion  $f$  dritten Grades beschreiben lässt, die in  $T(0|0)$  ihren Tief- und in  $H(-4|3,2)$  ihren Hochpunkt hat. Eine Einheit auf jeder Achse entspricht jeweils 1 m.



- a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Funktion  $f$  in Abhängigkeit von  $x$ .

In Abbildung 2 blickt man aus der entgegengesetzten Richtung auf den Querschnitt. Zwischen den  $x$ -Werten  $-2$  und  $4$  beschreibt die Funktion  $h$  mit  $h(x) = -0,1 \cdot x^3 + 0,6 \cdot x^2$  für das hier gewählte Koordinatensystem ebenfalls den Querschnitt des Grabens ohne die Uferlinien. Eine Einheit auf jeder Achse entspricht wie in a) jeweils 1 m.



- b) Skizzieren Sie, ausgehend vom Graphen von  $h$ , den Graphen der Ableitungsfunktion  $h'$  in ein neues Koordinatensystem. Begründen Sie den Verlauf des Graphen von  $h'$  aus dem Verlauf des Graphen von  $h$ .
- c) Ein Käfer befindet sich im Punkt  $K(0/0)$ . Er möchte aus dem Graben herauskrabbeln. Er schafft höchstens eine Steigung von  $1,5 = 150\%$ . Kann er aus dem Graben zum Ufer<sub>1</sub> gelangen? Begründen Sie Ihre Antwort.
- d) Ermitteln Sie mit Hilfe einer Stammfunktion den Wert für

$$I = \int_{-2}^4 (3,2 - h(x)) dx = \int_{-2}^4 (3,2 + 0,1 \cdot x^3 - 0,6 \cdot x^2) dx$$

Zur Kontrolle:  $I = 10,8$ .

Erläutern Sie, auch mit Hilfe einer Skizze, die Bedeutung des Integrals.

Der zurzeit noch leere 2 km lange Wassergraben soll geflutet werden.

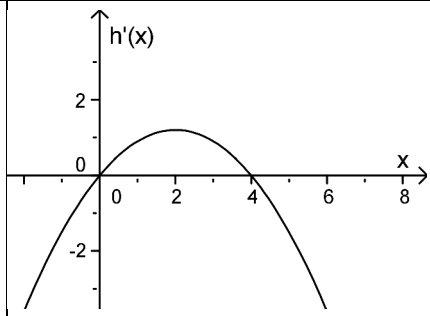
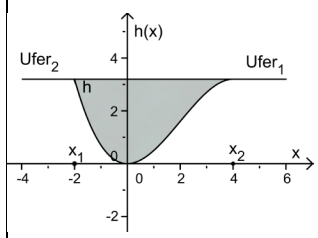
Berechnen Sie das Wasservolumen in  $m^3$ , das der bis zu den Uferlinien gefüllte Graben fassen kann.

**Aufgabe:**

**Wassergraben**

**Analysis 1**

Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

| Lösungsskizze   |   | Bewertung/<br>Zuordnung |     |     |
|---|---|-------------------------|-----|-----|
|   |   | I                       | II  | III |
| $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$<br>$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$<br>T(0/0) ist rel. Tiefpunkt, also $f(0) = 0$ und somit $d = 0$<br>sowie $f'(0) = 0$ und somit $c = 0$<br>H(-4 3,2) ist rel. Hochpunkt, also $f(-4) = 3,2$ und somit $-64a + 16b = 3,2$<br>sowie $f'(-4) = 0$ und somit $48a - 8b = 0$ bzw. $b = 6a$ .<br><br>Durch Einsetzen ergibt sich:<br>$a = \frac{1}{10} = 0,1$ und $b = \frac{3}{5} = 0,6$ und somit $f(x) = \frac{1}{10}x^3 + \frac{3}{5}x^2 = 0,1x^3 + 0,6x^2$ |   | 11                      | 2   |     |
| b)  |  <p>In der Skizze muss die Ableitungsfunktion als nach unten geöffnete Parabel mit korrekt eingezeichneten Nullstellen erkennbar sein. Der Scheitelpunkt muss an der Stelle <math>x_s = 2</math> liegen.<br/>                     Mögliche Begründungen: Die Nullstellen ergeben sich aus den x-Werten von H und T, die Scheitelstelle <math>x_s</math> ist die Wendestelle von h, sie muss zwischen den beiden Nullstellen liegen. Der Graph von h fällt zunächst und steigt dann, also muss die Parabel nach unten geöffnet sein.</p> | 2                       | 4   |     |
| c)  | Mögliche Begründung:<br>Im Wendepunkt ist die Steigung des Graphen von h zwischen Tief- und Hochpunkt am größten. $x_w = 2$ ist Wendestelle (Begründung s. b.) mit einer Steigung von $h'(2) = \frac{6}{5} = 1,2 < 1,5$ . Der Käfer kann es also bis nach oben schaffen.  |                         | 5   | 1   |
| d)  |  $\int_{-2}^4 (3,2 + 0,1 \cdot x^3 - 0,6 \cdot x^2) dx$ $= [3,2x + 0,025 \cdot x^4 - 0,2 \cdot x^3]_{-2}^4 = 6,4 - (-4,4) = 10,8$ <p>Das Integral berechnet die Größe der Querschnittsfläche A des Grabens, eingeschlossen zwischen den beiden Graphen von h und g mit <math>g(x) = 3,2</math>,<br/> <math>A = 10,8</math> in <math>m^2</math>.<br/>                     Der Graben ist 2 km also 2000 m lang, daher fasst er ein Volumen von <math>V = A \cdot 2000 = 21600</math> in <math>m^3</math>.</p>                           |                         | 6   | 2   |
| Insgesamt 33 Bewertungseinheiten, verteilt auf die Anforderungsbereiche   |   | 13                      | 17  | 3   |
| Prozentuale Verteilung der Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche   |   | 39%                     | 52% | 9%  |

**Aufgabe:**

**Verbrauch von Chromvorräten**

**Analysis 2**

Im Jahr 1970 wurden 1,847 Millionen Tonnen der Chromvorräte der Erde verbraucht. Im folgenden Jahr wuchs der jährliche Verbrauch um 2,6%. 1970 ging man davon aus, dass sich der Jahres-Chrom-Verbrauch  $f(x)$  durch eine Exponentialfunktion modellieren lässt:

$$f(x) = a \cdot e^{k \cdot x}, \quad x \geq 0$$

$f(x)$  gibt den Chromverbrauch in Millionen Tonnen pro Jahr an,  $x$  steht für die Anzahl der Jahre ab 1970.

- a) Berechnen Sie, auf wie viele Millionen Tonnen pro Jahr der Verbrauch nach einem Jahr angestiegen ist. Bestimmen Sie aus den gegebenen Daten die Konstanten  $a$  und  $k$ . Runden Sie  $k$  auf fünf Nachkommastellen.

Verwenden Sie für die weiteren Aufgabenteile zur Prognose des Jahres-Chrom-Verbrauchs ab 1970 die Funktion  $f$  mit

$$f(x) = 1,85 \cdot e^{0,0257 \cdot x}, \quad x \geq 0$$

- b) Berechnen Sie das Jahr, in dem sich nach diesem Modell der Verbrauch pro Jahr verdoppelt hätte.
- c) Nach einer Veröffentlichung des Deutschen Instituts für Wirtschaftsforschung lag der Chrom-Verbrauch im Jahr 1993 bei 3,3 Millionen Tonnen pro Jahr. Geben Sie an, ob dieser Wert noch mit den Prognosen von 1970 verträglich ist.
- d) Bestimmen Sie eine Stammfunktion von  $f$ .

Berechnen Sie das Integral  $\int_0^5 f(x) dx$ . Erläutern Sie, welche Größe durch dieses Integral für die Chromindustrie näherungsweise angegeben wird.

- e) Um 1970 wurden die Chromvorräte der Erde auf 775 Millionen Tonnen geschätzt. Berechnen Sie das Jahr, in dem diese Chromreserven vollständig aufgebraucht wären.
- f) In den achtziger Jahren wurden neue Chromvorräte entdeckt. Im Jahr 1993 ging man von einem Vorrat von ca. 1500 Millionen Tonnen aus. Erläutern Sie, was mit

$$R(t) = 1500 - \int_0^t (3,3 \cdot e^{0,0257 \cdot x}) dx \quad \text{für } t \geq 0$$

berechnet wird.  $t$  steht für die Anzahl der Jahre nach 1993. Beachten Sie dazu Aufgabenteil c). Es gilt  $R(98,8) \approx 0$ . Interpretieren Sie diese Gleichung im Sachzusammenhang.

**Aufgabe:**

**Verbrauch von Chromvorräten**

**Analysis 2**

Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

| Lösungsskizze   |   | Bewertung/<br>Zuordnung |           |          |
|---|---|-------------------------|-----------|----------|
|   |   | I                       | II        | III      |
|   | Jahresverbrauch 1971: $1,026 \cdot 1,847 = 1,895$ (Mio. Tonnen pro Jahr).<br>$a = 1,847$ und $k = \ln 1,026 \approx 0,02567$ .  | 5                       |           |          |
| b)  | Verdopplungszeit: $x = \frac{\ln 2}{0,0257} \approx 27$ (Jahre), also 1997.   | 3                       |           |          |
| c)  | Man berechnet $f(23) \approx 3,341$ Mio. Tonnen als Jahres-Chrom-Verbrauch nach dem Modell und vergleicht den Wert mit den gegebenen 3,3 Mio. Tonnen. Die Vorhersage stimmt erstaunlich gut mit der Realität überein.   | 4                       |           |          |
| d)  | Z. B. $F(x) = \frac{1,85}{0,0257} \cdot e^{0,0257 \cdot x} \approx 71,984 \cdot e^{0,0257 \cdot x}$ .<br>$\int_0^5 f(x) dx \approx [71,984 \cdot e^{0,0257 \cdot x}]_0^5 \approx 9,871$<br>Der Gesamtverbrauch ist die Summe der jährlichen Verbrauchswerte. Er wird näherungsweise mit dem Integral berechnet. Das Integral von 0 bis 5 überstreicht insgesamt 5 Zeiteinheiten und entspricht somit einem Gesamtverbrauch über 5 volle Jahre zwischen 1970 und 1975. 9,871 Mio. Tonnen Chrom werden in den 5 Jahren insgesamt verbraucht.                                    | 2                       | 5         |          |
| e)  | Der Gesamtverbrauch an Chrom seit 1970 ( $t_0 = 0$ ) bis zum Jahr $1970+t$ berechnet sich als Integral von 0 (auch von $-0,5$ ) bis $t$ (auch $t+0,5$ ) über $f$ :<br>$F(t) = \int_0^t f(x) dx = 71,984 \cdot e^{0,0257 \cdot t} - 71,984$<br>$F(t) = 775 \Leftrightarrow t \approx 96$ , die Reserven würden unter den gemachten Annahmen nur bis ca. 2066 reichen.  |                         | 7         |          |
| f)  | $t_0 = 0$ entspricht dem Jahr 1993: In $R(t)$ geht man für den Jahres-Chrom-Verbrauch weiterhin von einem unveränderten exponentiellen Wachstum aus. 1993 wurden nach c) $f(23) \approx 3,3$ Mio. Tonnen pro Jahr verbraucht. Dies ist der Anfangswert für die zu integrierende Funktion. $R(t)$ berechnet die unter den gemachten Annahmen im Jahre $1993+t$ noch vorhandenen Chromvorräte. $R(98,8) \approx 0$ bedeutet, dass nach ca. 99 Jahren, also 2092, die 1993 bekannten Vorräte verbraucht wären, wenn die Modellierung von 1970 bis dahin die Realität beschreibt. |                         | 4         | 3        |
| Insgesamt 33 Bewertungseinheiten, verteilt auf die Anforderungsbereiche     |   | <b>14</b>               | <b>16</b> | <b>3</b> |
| Prozentuale Verteilung der Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche |   | 42%                     | 49%       | 9%       |

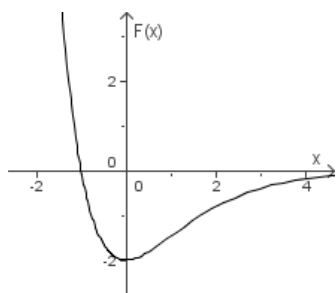
**Aufgabe:**

**Funktionsuntersuchung**

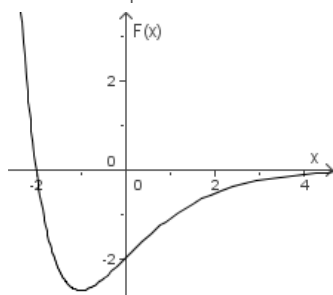
**Analysis 3**

Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = (x+1) \cdot e^{-x}$  und deren Ableitungsfunktion  $f'$  mit  $f'(x) = -x \cdot e^{-x}$ .

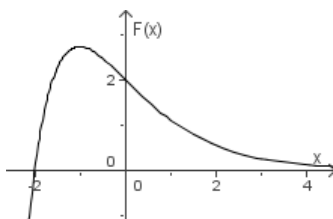
- a) Berechnen Sie Nullstellen und Extrempunkte der Funktion  $f$ .
- b) Begründen Sie, dass der Graph von  $f$  genau einen Wendepunkt besitzt.
- c) Zeichnen Sie den Graphen von  $f$ .
- d) Zeigen Sie, dass  $F$  mit  $F(x) = (-x-2) \cdot e^{-x}$  eine Stammfunktion von  $f$  ist. Einer der folgenden drei Graphen stellt diese Stammfunktion dar. Entscheiden und begründen Sie, welcher das ist.



Graph 1



Graph 2



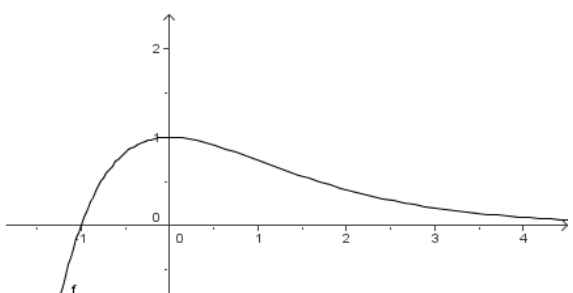
Graph 3

- e) Für  $x \leq 0$  schließt der Graph von  $f$  mit der  $x$ -Achse und der  $y$ -Achse eine Fläche ein. Zeichnen Sie die Fläche in der Zeichnung aus c) ein. Berechnen Sie die Maßzahl  $A$  dieser Fläche (Ergebnis auf zwei Nachkommastellen runden).
- f) Begründen Sie, dass die Fläche rechts von der  $y$ -Achse zwischen dem Graphen von  $f$  und der  $x$ -Achse nicht größer werden kann als 2 Flächeneinheiten.

**Aufgabe: Funktionsuntersuchung**

**Analysis 3**

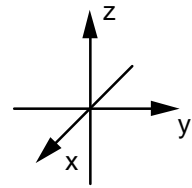
Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

| Lösungsskizze   |     | Bewertung/<br>Zuordnung |    |     |
|---|-----|-------------------------|----|-----|
|   |     | I                       | II | III |
| <p>Nullstellen: <math>f(x_N) = 0 \Leftrightarrow x_N = -1</math>; <math>f</math> besitzt nur die Nullstelle <math>x_N = -1</math></p> <p><math>f''(x) = (x-1) \cdot e^{-x}</math></p> <p>Extrempunkte: <math>f'(x_E) = 0</math> und <math>f''(x_E) \neq 0</math> ist eine hinreichende Bedingung für relative Extremstellen:</p> <p><math>f'(x_E) = 0 \Leftrightarrow -x_E = 0 \Leftrightarrow x_E = 0</math>; <math>f''(0) = -1</math></p> <p><math>f'(0) = 0</math> und <math>f''(0) &lt; 0 \Rightarrow x_E = 0</math> ist Maximalstelle, zusammen mit <math>f(0) = 1</math> folgt <math>H(0/1)</math> ist Hochpunkt.</p> | 4   | 5                       |    |     |
| <p><math>f''</math> besitzt genau eine Nullstelle bei <math>x_W = 1</math>, folglich kann höchstens ein Wendepunkt existieren. Absicherung als Wendestelle z.B. über:</p> <p><math>f'''(x) = (2-x) \cdot e^{-x}</math> ist an dieser Stelle verschieden von Null.</p>   |     | 4                       | 1  |     |
|   | 5   |                         |    |     |
| <p>Zu zeigen ist: <math>F'(x) = f(x)</math>. Z. B.: <math>F</math> besitzt <math>-2</math> als Nullstelle, damit entfällt Graph 1. Graph 3 entfällt, da <math>F(0) = -2</math>. Nur Graph 2 kann <math>F</math> darstellen.</p>   | 1   | 4                       |    |     |
| <p>Schraffur oder ähnliche Markierung der Fläche.</p> $\int_{-1}^0 f(x) dx = [F(x)]_{-1}^0 = F(0) - F(-1) = -2 - (-e) \approx 0,72$   | 3   | 1                       |    |     |
| <p>Z. B. <math>\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t f(x) dx = \lim_{t \rightarrow \infty} [(-x-2)e^{-x}]_0^t = \lim_{t \rightarrow \infty} ((-t-2)e^{-t} - (-2)) = 2</math>, die Annäherung geschieht von unten, oder</p> $\int_0^t f(x) dx = [(-x-2)e^{-x}]_0^t = 2 + (-t-2)e^{-t} < 2 \text{ für alle } t \geq 0.$  |     | 3                       | 2  |     |
| <p>Insgesamt 33 Bewertungseinheiten, verteilt auf die Anforderungsbereiche</p> <p>Prozentuale Verteilung der Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche</p>   | 13  | 17                      | 3  |     |
|   | 39% | 52%                     | 9% |     |



**Aufgabe:**            **Ägyptische Pyramide**            **Analytische Geometrie (x)**

**Material:**            kariertes Papier mit vorgedrucktem Koordinatensystem



Eine ägyptische Pyramide kann durch die Eckpunkte  $A(0/0/0)$ ,  $B(60/0/0)$ ,  $C(60/60/0)$ ,  $D(0/60/0)$  und  $S(30/30/42)$  beschrieben werden. (Alle Koordinatenangaben entsprechen Meterangaben.)

- a) Zeichnen Sie diese Pyramide in das Koordinatensystem ein.
- b) Geben Sie den Mittelpunkt  $F$  der Strecke  $\overline{AD}$  an.

In der Pyramide verläuft ein Gang von Punkt  $F$  nach  $G(50/30/14)$ .

Die Gerade  $g$  wird durch diese beiden Punkte festgelegt.

Bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden  $g$ .

Zeichnen Sie die Punkte  $F$  und  $G$  sowie den Gang in das Koordinatensystem ein.

Bestimmen Sie die Länge des Ganges.

- c) Ein weiterer Gang beginnt im Punkt  $H(15/60/0)$  und folgt dem Vektor  $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

Zeichnen Sie die Gerade  $h$  in das Koordinatensystem ein, die diesen weiteren Gang beschreibt.

Geben Sie eine Geradengleichung für  $h$  an.

Ermitteln Sie, ob sich die beiden Gänge (aus b) und c)) treffen.

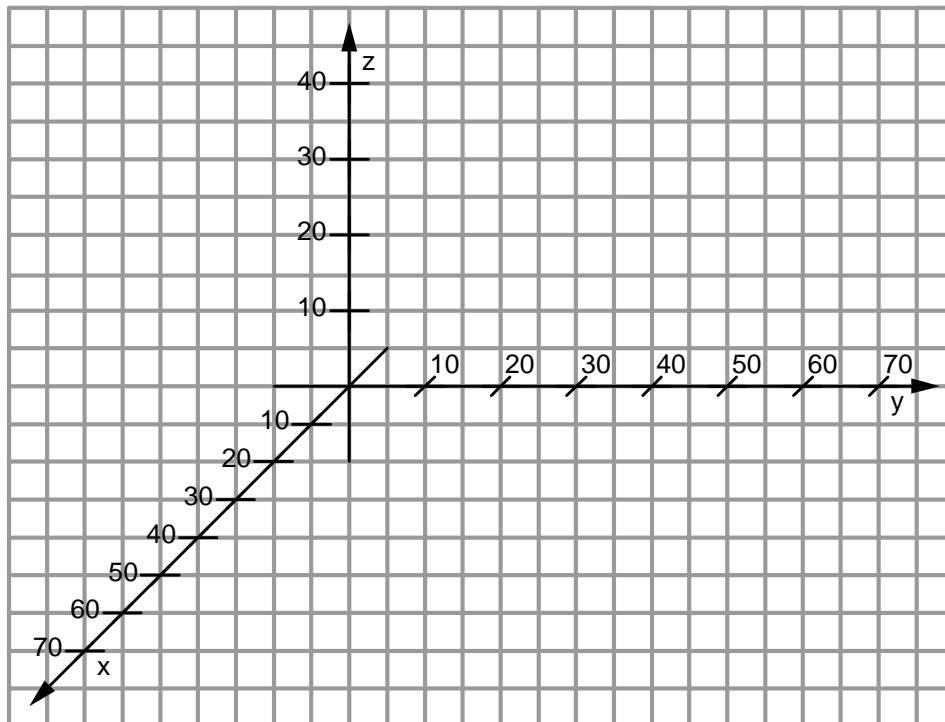
Hinweis: Eine mögliche Geradengleichung der Gerade  $g$  aus Aufgabenteil b) ist:

$$g: \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 75 \\ 30 \\ 21 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 25 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix}$$

- d) Die Seitenfläche der Pyramide durch die Punkte  $C$ ,  $D$  und  $S$  liegt in einer Ebene  $E$ .  
Bestimmen Sie eine Gleichung dieser Ebene in Normalenform.  
Bestimmen Sie den Winkel dieser Ebene  $E$  zur Grundfläche der Pyramide.

**Material zur Aufgabe: Ägyptische Pyramide**

**Analytische Geometrie (x)**



**Aufgabe: Ägyptische Pyramide**

**Analytische Geometrie (x)**

Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

| Lösungsskizze  | Bewertung/<br>Zuordnung |    |     |
|--|-------------------------|----|-----|
|  | I                       | II | III |
| <p>Die in den anderen Aufgabeteilen geforderten Zeichnungen gehen hier in die Punktebewertung mit ein.</p>   | 4                       | 2  |     |
| <p>Mittelpunkt: <math>\overrightarrow{OF} = \frac{1}{2} \left( \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 60 \\ 0 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 0 \\ 30 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow F(0/30/0);</math></p> <p>Geradengleichung: <math>g: \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 30 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \left[ \begin{pmatrix} 50 \\ 30 \\ 14 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 30 \\ 0 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 0 \\ 30 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 50 \\ 0 \\ 14 \end{pmatrix};</math></p> <p>Länge des Ganges: <math>d = \left  \begin{pmatrix} 50 \\ 0 \\ 14 \end{pmatrix} \right  = 2\sqrt{674} \approx 51,92 \text{ Meter.}</math></p> | 4                       | 4  |     |

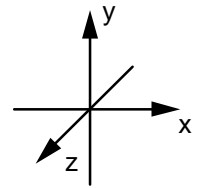
**Aufgabe:** **Ägyptische Pyramide** **Analytische Geometrie (x)**

Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

|  |     |     |    |
|--|-----|-----|----|
| <p>Die Gleichsetzung von <math>h: x = \begin{pmatrix} 15 \\ 60 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}</math> und <math>g</math> liefert:</p> $\begin{aligned} 50r - 2s &= 15 \\ 3s &= 30 \\ 14r - s &= 0 \end{aligned}$ <p>Aus den unteren beiden Gleichungen folgt <math>s = 10</math> und <math>r = \frac{5}{7}</math>, und damit ein Widerspruch zur ersten Gleichung: <math>50 \cdot \frac{5}{7} - 2 \cdot 10 = \frac{110}{7} \approx 15,71 \neq 15</math>.</p> <p>Die Geraden <math>g</math> und <math>h</math> schneiden sich nicht, d.h. die Gänge treffen sich nicht.</p>   | 4   | 4   |    |
| <p><math>\vec{DC} = \begin{pmatrix} 60 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}</math>, <math>\vec{DS} = \begin{pmatrix} 30 \\ -30 \\ 42 \end{pmatrix}</math>; ein Normalenvektor ist: <math>\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>Es gilt <math>\vec{OD} * \vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 60 \\ 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} = 420</math>; Normalenform: <math>E: \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} * \vec{r} - 420 = 0</math>.</p> <p>Neigungswinkel: <math>\cos(\alpha) = \frac{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix}} = \frac{5}{\sqrt{74}} \approx 0,5812 \Rightarrow \alpha \approx 54,46^\circ</math></p> | 2   | 6   | 3  |
| <p>Insgesamt 33 Bewertungseinheiten, verteilt auf die Anforderungsbereiche</p> <p>Prozentuale Verteilung der Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche</p>  | 14  | 16  | 3  |
|  | 42% | 48% | 9% |

**Aufgabe:**            **Ägyptische Pyramide**            **Analytische Geometrie (z)**

**Material:**            kariertes Papier mit vorgedrucktem Koordinatensystem



Eine ägyptische Pyramide kann durch die Eckpunkte  $A(0/0/0)$ ,  $B(0/0/60)$ ,  $C(60/0/60)$ ,  $D(60/0/0)$  und  $S(30/42/30)$  beschrieben werden. (Alle Koordinatenangaben entsprechen Meterangaben.)

- a) Zeichnen Sie diese Pyramide in das Koordinatensystem ein.
- b) Geben Sie den Mittelpunkt  $F$  der Strecke  $\overline{AD}$  an.  
In der Pyramide verläuft ein Gang von Punkt  $F$  nach  $G(30/14/50)$ .  
Die Gerade  $g$  wird durch diese beiden Punkte festgelegt.  
Bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden  $g$ .  
Zeichnen Sie die Punkte  $F$  und  $G$  sowie den Gang in das Koordinatensystem ein.  
Bestimmen Sie die Länge des Ganges.

- c) Ein weiterer Gang beginnt im Punkt  $H(60/0/15)$  und folgt dem Vektor  $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

Zeichnen Sie die Gerade  $h$  in das Koordinatensystem ein, die diesen weiteren Gang beschreibt.  
Geben Sie eine Geradengleichung für  $h$  an.

Ermitteln Sie, ob sich die beiden Gänge (aus b) und c)) treffen.

Hinweis: Eine mögliche Geradengleichung der Gerade  $g$  aus Aufgabenteil b) ist:

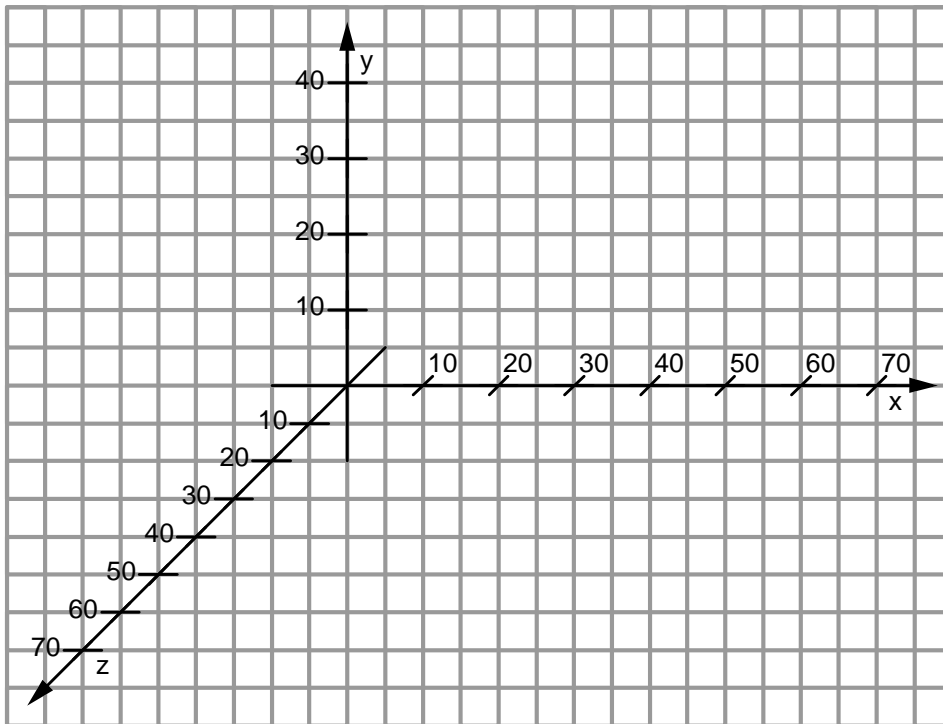
$$g: \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 30 \\ 21 \\ 75 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 25 \end{pmatrix}$$

- d) Die Seitenfläche der Pyramide durch die Punkte  $C$ ,  $D$  und  $S$  liegt in einer Ebene  $E$ .  
Bestimmen Sie eine Gleichung dieser Ebene in Normalenform.  
Bestimmen Sie den Winkel dieser Ebene  $E$  zur Grundfläche der Pyramide.

**Material zur Aufgabe:**

**Ägyptische Pyramide**

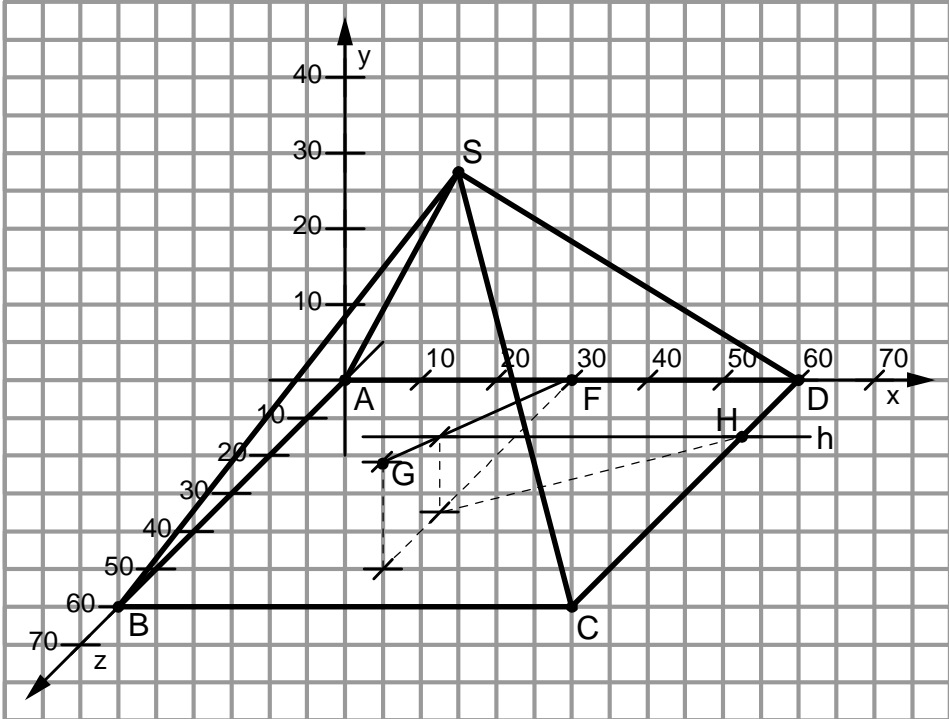
**Analytische Geometrie (z)**



**Aufgabe:** Ägyptische Pyramide

**Analytische Geometrie (z)**

Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

| Lösungsskizze  | Bewertung/<br>Zuordnung |    |     |
|--|-------------------------|----|-----|
|  | I                       | II | III |
|  <p>Die in den anderen Aufgabenteilen geforderten Zeichnungen gehen hier in die Punktebewertung mit ein.</p>  | 4                       | 2  |     |
| <p>b)</p> <p>Mittelpunkt: <math>\vec{OF} = \frac{1}{2} \left( \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 60 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 30 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow F(30/0/0);</math></p> <p>Geradengleichung: <math>g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 30 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \left[ \begin{pmatrix} 30 \\ 14 \\ 50 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 30 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 30 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 14 \\ 50 \end{pmatrix};</math></p> <p>Länge des Ganges: <math>d = \left  \begin{pmatrix} 0 \\ 14 \\ 50 \end{pmatrix} \right  = 2\sqrt{674} \approx 51,92 \text{ Meter.}</math></p> | 4                       | 4  |     |

**Aufgabe:** **Ägyptische Pyramide** **Analytische Geometrie (z)**

Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

|   |  |     |     |    |
|---|--|-----|-----|----|
| c)  | <p>Die Gleichsetzung von <math>h: x = \begin{pmatrix} 60 \\ 0 \\ 15 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}</math> und <math>g</math> liefert: <math>3s = 30</math><br/> <math>14r - s = 0</math><br/> <math>50r - 2s = 15</math></p> <p>Aus den oberen beiden Gleichungen folgt <math>s = 10</math> und <math>r = \frac{5}{7}</math>, und damit ein Widerspruch zur dritten Gleichung: <math>50 \cdot \frac{5}{7} - 2 \cdot 10 = \frac{110}{7} \approx 15,71 \neq 15</math>.</p> <p>Die Geraden <math>g</math> und <math>h</math> schneiden sich nicht, d.h. die Gänge treffen sich nicht.</p>   | 4   | 4   |    |
| d)  | <p><math>\vec{DC} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 60 \end{pmatrix}</math>, <math>\vec{DS} = \begin{pmatrix} -30 \\ 42 \\ 30 \end{pmatrix}</math>; ein Normalenvektor ist: <math>\mathbf{n} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}</math>.</p> <p>Es gilt <math>\vec{OD} * \mathbf{n} = \begin{pmatrix} 60 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} = 420</math>; Normalenform: <math>E: \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} * x - 420 = 0</math>.</p> <p>Neigungswinkel: <math>\cos(\alpha) = \frac{\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}} = \frac{5}{\sqrt{74}} \approx 0,5812 \Rightarrow \alpha \approx 54,46^\circ</math></p> | 2   | 6   | 3  |
| Insgesamt 33 Bewertungseinheiten, verteilt auf die Anforderungsbereiche     |  | 14  | 16  | 3  |
| Prozentuale Verteilung der Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche |  | 42% | 48% | 9% |

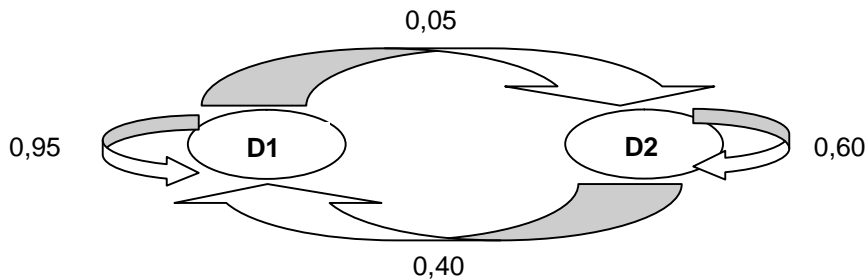


**Aufgabe:**

**Diskothekenbesucher**

**Lineare Algebra**

In einer Kleinstadt gibt es nur zwei Diskotheken, die jedes Wochenende von den Jugendlichen des Ortes besucht werden. Man hat festgestellt, dass das Wechselverhalten der Jugendlichen zwischen den beiden Diskotheken D1 und D2 von Woche zu Woche durch das folgende Diagramm beschrieben werden kann.



Runden Sie bei Ihren Rechnungen auf 3 Nachkommastellen.

- a) Erstellen Sie die Übergangsmatrix  $S$  mit Hilfe des Übergangendiagramms.

Weisen Sie nach, dass gilt:  $S^2 = \begin{pmatrix} 0,923 & 0,620 \\ 0,078 & 0,380 \end{pmatrix}$ .

Erläutern Sie die Entstehung von  $S^2$  und interpretieren Sie die Bedeutung des Wertes 0,620.

An einem bestimmten Wochenende (am Wochenende 0) waren 90% der Jugendlichen in Diskothek 1 (D1) und die restlichen 10% in der Diskothek 2 (D2).

- b) Berechnen Sie die Besucherverteilungen an den folgenden 2 Wochenenden, gehen Sie dabei davon aus, dass sich das Wechselverhalten der Diskothekenbesucher nicht ändert.

Es gilt  $S^7 * \begin{pmatrix} 0,9 \\ 0,1 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0,889 \\ 0,111 \end{pmatrix}$  und  $S^8 * \begin{pmatrix} 0,9 \\ 0,1 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0,889 \\ 0,111 \end{pmatrix}$ . Interpretieren Sie beide Vektoren.

Die Ergebnisse legen eine Vermutung über die langfristige Verteilung der Jugendlichen auf die beiden Diskotheken nahe. Beschreiben Sie Ihre Vermutung.

- c) Zeigen Sie, dass es eine stationäre Besucherverteilung gibt und berechnen Sie diese. Geben Sie die Anteile in Bruchform an.

- d) Gegeben ist die Matrix  $G$  mit  $G = \begin{pmatrix} \frac{8}{9} & \frac{8}{9} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \end{pmatrix}$ . Überprüfen Sie die Wirkung der Matrix  $G$  auf einen

beliebigen Vektor  $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$  mit  $x_1 + x_2 = 1$  und beschreiben Sie, was die Matrix  $G$  in diesem

Zusammenhang leistet.

Berechnen Sie  $S * G$  und interpretieren Sie das Ergebnis.

**Aufgabe:**

**Diskotheckenbesucher**

**Lineare Algebra**

Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

| Lösungsskizze   | Bewertung/<br>Zuordnung |           |          |
|---|-------------------------|-----------|----------|
|   | I                       | II        | III      |
| $S = \begin{pmatrix} 0,95 & 0,4 \\ 0,05 & 0,6 \end{pmatrix}$ ; dann erhält man $S^2$ mit der Matrix-Matrix-Multiplikation, z.B. für das erste Element der Matrix $S^2$ : $0,95 \cdot 0,95 + 0,4 \cdot 0,05 = 0,9225 \approx 0,923$ .<br>Der Wert 0,620 in $S^2$ gibt den Anteil der gesamten D2-Besucher an, die in einem zweiwöchigen Rhythmus zur Diskothek D1 wechseln.  | 3                       | 4         |          |
| b) $\mathbf{r}_{a_1} = \begin{pmatrix} 0,895 \\ 0,105 \end{pmatrix}$ ; $\mathbf{r}_{a_2} = \begin{pmatrix} 0,892 \\ 0,108 \end{pmatrix}$ mit $\mathbf{r}_{a_0} = \begin{pmatrix} 0,90 \\ 0,10 \end{pmatrix}$ und $S * \mathbf{r}_{a_0} = \mathbf{r}_{a_1}$ , $S * \mathbf{r}_{a_1} = \mathbf{r}_{a_2}$ oder Benutzung von $S^2$ .<br>$\mathbf{v}_{a_7} = \begin{pmatrix} 0,889 \\ 0,111 \end{pmatrix}$ ; $\mathbf{v}_{a_8} = \begin{pmatrix} 0,889 \\ 0,111 \end{pmatrix}$ gibt die Anteile der Jugendlichen an, die am 7. bzw. 8. nachfolgenden Wochenende die Diskothek 1 (88,9%) bzw. Diskothek 2 (11,1%) besuchen. Vermutungen könnten z.B. sein: Einpendeln auf eine stationäre Verteilung von 88,9% der Jugendlichen bei D1 und 11,1% bei D2.<br>Stabilisierung der Besucheranteile mit $\lim_{n \rightarrow \infty} (S^n * \mathbf{r}_{a_0}) = \begin{pmatrix} \frac{8}{9} \\ \frac{1}{9} \end{pmatrix}$ . Es existiert eine Grenzmatrix $G = \lim_{n \rightarrow \infty} S^n$ mit $G * \mathbf{r}_{a_0} = \mathbf{v}$ , $\mathbf{v}$ stationäre Verteilung. | 5                       | 4         |          |
| c) Z.B. führt $0,40 \cdot v_2 = 0,05 \cdot v_1 = 0,05 \cdot (1 - v_2)$ zu $v_2 = \frac{1}{9}$ und $v_1 = \frac{8}{9}$ für $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$ .<br>Oder über den Ansatz: $S * \mathbf{v} = \mathbf{v}$ und $v_1 + v_2 = 1 \Leftrightarrow 0,05 \cdot (1 - v_2) - 0,4 \cdot v_2 = 0$ und $v_1 + v_2 = 1 \Leftrightarrow v_2 = \frac{1}{9}$ und $v_1 = \frac{8}{9}$ .   | 3                       | 5         |          |
| d) $G * \mathbf{x} = \begin{pmatrix} \frac{8}{9} & \frac{8}{9} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{8}{9}x_1 + \frac{8}{9}x_2 \\ \frac{1}{9}x_1 + \frac{1}{9}x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{8}{9}(x_1 + x_2) \\ \frac{1}{9}(x_1 + x_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{8}{9} \\ \frac{1}{9} \end{pmatrix} = \mathbf{v}$ , da $x_1 + x_2 = 1$ .<br>Also ergibt sich aus $G * \mathbf{x}$ mit $x_1 + x_2 = 1$ immer die stationäre Verteilung von $S$ .<br>Die Berechnung ergibt, dass $S * G = G$ , $G$ ist Grenzmatrix: $G = \lim_{n \rightarrow \infty} S^n$ .   | 2                       | 4         | 3        |
| Insgesamt 33 Bewertungseinheiten, verteilt auf die Anforderungsbereiche   | <b>13</b>               | <b>17</b> | <b>3</b> |
| Prozentuale Verteilung der Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche   | 39%                     | 52%       | 9%       |

**Aufgabe:**

**Jugendliche Raucher**

**Stochastik**

Im Jahr 2006 wurden die Deutschen bei einer repräsentativen Erhebung des statistischen Bundesamts nach ihren Rauchgewohnheiten befragt. Erfasst wurden Personen ab 15 Jahren. Interessant ist, dass das „Einstiegsalter“ beim Rauchen sinkt. In Bremen betrug der Anteil der Raucher und Raucherinnen unter den 15jährigen 32% (drittgrößter Anteil in den Bundesländern nach Mecklenburg-Vorpommern und Berlin).

- a) Eine Bremer Zeitungsreporterin befragt 8 Jugendliche im Alter von 15 Jahren, ob sie Raucher bzw. Raucherin sind. Erläutern Sie, unter welchen Annahmen man diese Befragung als einen mehrstufigen Bernoulli-Versuch auffassen kann.

Gehen Sie bei den folgenden Aufgabenteilen von einem mehrstufigen Bernoulli-Versuch aus.

- b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass unter den 8 befragten Jugendlichen

- genau 3 Raucher / Raucherinnen
- 3 Raucher / Raucherinnen oder weniger
- mehr als 3 Raucher / Raucherinnen

ermittelt werden.

Fachleute vertreten die Meinung, dass das ab dem Schuljahr 2006/2007 an Bremer Schulen eingeführte Rauchverbot dazu beiträgt, den Anteil der jugendlichen Raucher zu verringern. Nach einem Jahr „rauchfreier Schule“ soll an Hand einer Zufallsstichprobe vom Umfang 100 unter den 15jährigen getestet werden, ob die Maßnahme zu einer signifikanten Senkung der Raucherquote in dieser Altersgruppe geführt hat.

- c) Bestimmen Sie für den Fall, dass die Maßnahme nicht zu einer Senkung der Raucherquote geführt hat, die Wahrscheinlichkeit dafür, unter den 100 Befragten 25 oder weniger Raucherinnen/Raucher zu haben.
- d) Wenn 25 oder weniger Raucher/Raucherinnen bei der Befragung unter den 100 angetroffen werden, soll folgende Hypothese  $H_0$  verworfen werden:  
„Das Rauchverbot an Schulen hat bei den 15jährigen keinen Einfluss auf den Anteil der Raucherinnen und Raucher.“  
Wenn man  $H_0$  verwirft, kann man einen Fehler machen (Fehler 1. Art /  $\alpha$ -Fehler). Erläutern Sie diesen Fehler auf das Beispiel bezogen.  
Begründen Sie, dass bei dieser Entscheidungsregel die Wahrscheinlichkeit des Fehlers 1. Art ( $\alpha$ -Fehler) nicht mehr als 10% beträgt und das Signifikanzniveau 10% ist.
- e) Ermitteln Sie eine Entscheidungsregel, bei der das Signifikanzniveau 5% ist.
- f) Auch wenn man  $H_0$  nicht verwirft, kann man einen Fehler machen (Fehler 2. Art /  $\beta$ -Fehler). Erläutern Sie diesen Fehler ebenfalls auf das Beispiel bezogen.  
Bestimmen Sie für die Entscheidungsregel von d) die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art, falls der Anteil der jugendlichen Raucher tatsächlich auf 25% gesenkt werden konnte.  
Entscheiden Sie, ob der Fehler 2. Art bei einem Signifikanzniveau von 5% oder einem Signifikanzniveau von 10% größer ist. Begründen Sie ihre Entscheidung.

**Material zur Aufgabe:**

**Jugendliche Raucher**

**Stochastik**

**Tabellen zur kumulierten Binomialverteilung für  $n = 100$**

| k  | $p = 0,32$ | $p = 0,25$ |
|----|------------|------------|
|    |            |            |
| 10 |            | 0,0001     |
| 11 |            | 0,0004     |
| 12 |            | 0,0010     |
| 13 |            | 0,0025     |
| 14 |            | 0,0054     |
| 15 |            | 0,0111     |
| 16 | 0,0002     | 0,0211     |
| 17 | 0,0005     | 0,0376     |
| 18 | 0,0012     | 0,0630     |
| 19 | 0,0027     | 0,0995     |
| 20 | 0,0054     | 0,1488     |
| 21 | 0,0102     | 0,2114     |
| 22 | 0,0184     | 0,2864     |
| 23 | 0,0315     | 0,3711     |
| 24 | 0,0513     | 0,4617     |
| 25 | 0,0796     | 0,5535     |
| 26 | 0,1180     | 0,6417     |
| 27 | 0,1675     | 0,7224     |
| 28 | 0,2283     | 0,7925     |
| 29 | 0,2993     | 0,8505     |
| 30 | 0,3784     | 0,8962     |
|    |            |            |
|    |            |            |

| k  | $p = 0,32$ | $p = 0,25$ |
|----|------------|------------|
|    |            |            |
| 30 | 0,3784     | 0,8962     |
| 31 | 0,4624     | 0,9307     |
| 32 | 0,5477     | 0,9554     |
| 33 | 0,6304     | 0,9724     |
| 34 | 0,7071     | 0,9836     |
| 35 | 0,7751     | 0,9906     |
| 36 | 0,8329     | 0,9948     |
| 37 | 0,8800     | 0,9973     |
| 38 | 0,9167     | 0,9986     |
| 39 | 0,9442     | 0,9993     |
| 40 | 0,9639     | 0,9997     |
| 41 | 0,9774     | 0,9999     |
| 42 | 0,9864     | 0,9999     |
| 43 | 0,9921     | 1,0000     |
| 44 | 0,9956     | 1,0000     |
| 45 | 0,9976     |            |
| 46 | 0,9988     |            |
| 47 | 0,9994     |            |
| 48 | 0,9997     |            |
| 49 | 0,9999     |            |
| 50 | 0,9999     |            |
| 51 | 1,0000     |            |
| 52 | 1,0000     |            |

**Aufgabe:**

**Jugendliche Raucher**

**Stochastik**

Erwartungshorizont und Bewertung nach Anforderungsbereichen

| Lösungsskizze   | Bewertung/<br>Zuordnung |           |          |
|---|-------------------------|-----------|----------|
|   | I                       | II        | III      |
| Z.B.: Die Befragung einer Person entspricht einer Stufe des Zufallsversuchs. Man unterteilt die Befragten in Raucher und Nichtraucher und hat damit die für eine Binomialverteilung benötigten 2 Ausgänge. Falls die Befragten „repräsentativ“ ausgewählt werden, kann die Wahrscheinlichkeit, dass eine befragte Person Raucher ist, wegen des im Verhältnis zur Grundgesamtheit kleinen Stichprobenumfangs als unabhängig von dem Ausfall der vorherigen Befragung angesehen werden – Einschränkungen der stochastischen Unabhängigkeit sind gegeben, wenn z.B. in einer „Raucherecke“ befragt würde. | 1                       | 3         |          |
| $X$ : Anzahl der Raucher; $n = 8$ ; $p = 0,32$<br>$P(X = 3) = \binom{8}{3} \cdot 0,32^3 \cdot 0,68^5 \approx 26,7\%$ $P(X \leq 3) = \sum_{k=0}^3 \binom{8}{k} \cdot 0,32^k \cdot 0,68^{8-k} \approx 76,8\%; P(X \geq 4) = 1 - P(X \leq 3) \approx 23,2\%$ Die Wahrscheinlichkeit, genau 3 Raucher unter den Befragten zu haben, beträgt ca. 27% , höchstens 3 Raucher dabei zu haben, ca. 77% , die Wahrscheinlichkeit, mehr als 3 Raucher unter den Befragten anzutreffen, beträgt ca. 23% .   | 7                       | 2         |          |
| $n = 100$ , $X$ und $p$ wie oben, mit Hilfe der Tabelle oder des Rechners ergibt sich:<br>$P(X \leq 25) \approx 0,0796$   | 2                       |           |          |
| $\alpha$ -Fehler: Man glaubt zu Unrecht, dass die Raucherquote gesenkt wurde, also ist $p_0 = 0,32$ bei der Bestimmung des $\alpha$ -Fehlers. $n = 100$ , $X$ und $p$ wie oben, mit Hilfe der Tabelle oder des Rechners ergibt sich: $P(X \leq 25) \approx 0,0796 < 10\%$ (bzw. Verweis auf die Berechnung unter c)) und $P(X \leq 26) \approx 0,1180 > 10\%$ .   | 3                       | 1         |          |
| $n$ , $X$ und $p$ wie oben in c), mit Hilfe der Tabelle oder des Rechners ergibt sich:<br>$P(X \leq 23) \approx 0,031 < 5\%$ ; $P(X \leq 24) > 5\%$<br>Entscheidungsregel: Wenn 23 oder weniger Raucherinnen / Raucher unter den 100 Befragten sind, nehmen wir an, dass der Anteil der Raucher unter den 15jährigen durch das Rauchverbot an Schulen gesunken ist und so $H_0$ widerlegt ist.  |                         | 5         |          |
| Fehler 2.Art: Man nimmt an, dass der Anteil der Raucher nicht gesenkt wurde (da $X \geq 26$ ), obwohl er tatsächlich gesunken ist ( $p_1 < 32\%$ ). Für $X \geq 26$ und $p_1 = 0,25$ ergibt sich mit Tabelle oder Rechner für die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2.Art $P(X \geq 26) \approx 0,4465$ . Der Fehler 2.Art ist bei $\alpha = 10\%$ geringer, weil der Verwerfungsbereich für die Hypothese $H_0$ bei $\alpha = 10\%$ größer als bei $\alpha = 5\%$ ist und damit der Bereich, in dem der Fehler 2.Art auftreten kann, kleiner wird.   |                         | 6         | 3        |
| Insgesamt 33 Bewertungseinheiten, verteilt auf die Anforderungsbereiche   | <b>13</b>               | <b>17</b> | <b>3</b> |
| Prozentuale Verteilung der Bewertungseinheiten auf die Anforderungsbereiche   | 39%                     | 52%       | 9%       |

**Protokollbogen zur Auswahl der Aufgaben für die Prüfungsakten der Schule**

**Auswahl der Aufgaben:**

- Fach: **Mathematik** (TR)
- Schule: \_\_\_\_\_
- Schulinterne Kursbezeichnung: \_\_\_\_\_
- **Fachlehrerin / Fachlehrer** (Name, Vorname):  
 \_\_\_\_\_

| Aufgabe  | Wahl                     |
|--|--------------------------|
| Analysis 1   | <input type="checkbox"/> |
| Analysis 2   | <input type="checkbox"/> |
| Analysis 3   | <input type="checkbox"/> |
| Analytische Geometrie (x)*   | <input type="checkbox"/> |
| Analytische Geometrie (z)*   | <input type="checkbox"/> |
| Lineare Algebra  | <input type="checkbox"/> |
| Wahrscheinlichkeitsrechnung  | <input type="checkbox"/> |
| * alternativ wählbar je nach im Unterricht benutzten Koordinatensystem |                          |

Ich wähle für die Bearbeitung durch die Prüflinge die drei rechts angekreuzten Aufgaben aus.

Bremen / Bremerhaven, den 25.4.2007

\_\_\_\_\_  
 (Unterschrift Fachlehrerin / Fachlehrer)

- **Korreferentin / Korreferent** (Name, Vorname):  
 \_\_\_\_\_

Ich schließe mich der Auswahl der drei Aufgaben durch die Fachlehrerin / den Fachlehrer an / nicht an (bitte Unzutreffendes streichen). Im Falle der Nichtzustimmung füge ich eine kurze schriftliche Begründung und eine alternative Wahl auf der Rückseite des Protokolls bei.

Bremen / Bremerhaven, den 25.4.2007

\_\_\_\_\_  
 (Unterschrift Korreferentin / Korreferent)

- **Auswahl durch die Vorsitzende / den Vorsitzenden des Fachprüfungsausschusses**  
 (im Falle der Nichtübereinstimmung zwischen Fachprüferin/Fachprüfer und Korreferentin / Korreferenten)

Ich wähle die drei Aufgaben: \_\_\_\_\_  
 zur Bearbeitung durch die Prüflinge aus und füge eine kurze schriftliche Begründung auf der Rückseite des Protokolls bei.

Bremen / Bremerhaven, den 25.4.2007

\_\_\_\_\_  
 (Unterschrift Vorsitzende(r) Fachprüfungsausschuss)

---

## Rückmeldebogen für die Fachkommission Mathematik zur Auswahl der Aufgaben

---

### Auswahl der Aufgaben:

- Fach: **Mathematik** (TR)
- Schule: \_\_\_\_\_
- Schulinterne Kursbezeichnung: \_\_\_\_\_
- Anzahl der Schülerinnen und Schüler: \_\_\_\_\_
- Der Fachprüfungsausschuss hat für die Bearbeitung durch die Prüflinge die drei rechts angekreuzten Aufgaben ausgewählt.

| Aufgabe  | Wahl                     |
|--|--------------------------|
| Analysis 1   | <input type="checkbox"/> |
| Analysis 2   | <input type="checkbox"/> |
| Analysis 3   | <input type="checkbox"/> |
| Analytische Geometrie (x)*   | <input type="checkbox"/> |
| Analytische Geometrie (z)*   | <input type="checkbox"/> |
| Lineare Algebra  | <input type="checkbox"/> |
| Wahrscheinlichkeitsrechnung  | <input type="checkbox"/> |
| * alternativ wählbar je nach im Unterricht benutzten Koordinatensystem |                          |

Bremen / Bremerhaven, den 25.4.2007

---

(Unterschrift)

Schicken Sie diesen Bogen bitte möglichst umgehend per FAX an folgende Adresse:

**Landesinstitut für Schule, Herrn Löwer**

**FAX 0421-361-6451**

Die Rückmeldebögen werden im LIS gesammelt und dann den Fachkommissionen zur Verfügung gestellt. Sie sind eine Grundlage für Auswertungsgespräche der Fachkommissionen mit den Schulen und der Erstellung neuer Aufgaben.