

Anwendungsaufgabe - Quader im Sonnenlicht

Die Punkte $S(0|0|0)$, $P(0|0|4)$, $Q(4|0|4)$, $R(4|4|4)$ und $T(4|4|0)$ beschreiben die relevanten Eckpunkte eines Quaders mit der Kantenlänge 4.

- a) Zeichnen Sie den Quader in ein räumliches Koordinatensystem. **Hinweis:** Wegen der Größenverhältnisse und der weiteren Zeichnung ist es erforderlich, das Heft quer zu legen, die x_2 -Achse in der Mitte der Seite zu zeichnen und sie von -10 bis 6 verlaufen zu lassen.

Der Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$ gibt die Richtung von parallel einfallendem Sonnenlicht an. Dabei wirft der Quader einen Schatten auf die x_1x_2 -Ebene.

- b) Bestimmen Sie die Koordinaten der Schattenpunkte P' , Q' und R' der Quaderecken P , Q und R in der x_1x_2 -Ebene und tragen Sie diesen in das Koordinatensystem aus Aufgabenteil a) ein. [**Kontrollergebnis:** $P'(4|-6|0)$]
- c) Berechnen Sie die Weite des Winkels, unter dem die Sonnenstrahlen auf den Erdboden fallen.
- d) Zeichnen Sie die Grenzen des Schattenraums des Quaders in das Koordinatensystem ein.

Im Koordinatensystem befindet sich nun eine Ebene E mit der Gleichung

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

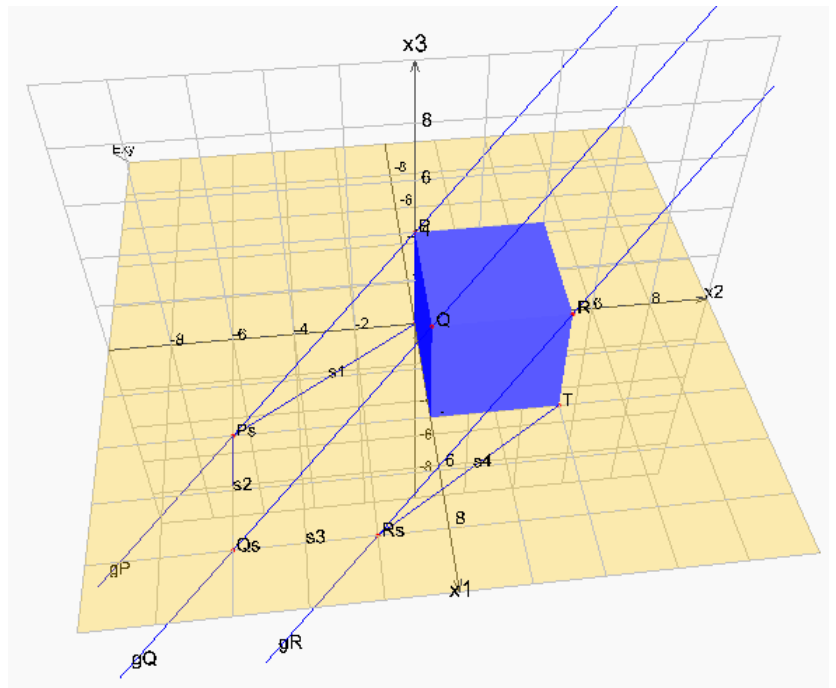
- e) Berechnen Sie die vier Punkte der Ebene, die zu den Parameterpaaren $(0|0)$, $(5|0)$, $(0|2)$ und $(5|2)$ gehören und zeichnen Sie mit Hilfe dieser 4 Punkte die Ebene in das in Aufgabenteil a) angefertigte Koordinatensystem ein.

Der Schattenraum des Quaders liegt nun teilweise auf der Ebene E .

- f) Berechnen Sie die Koordinaten der insgesamt vier relevanten Schattenpunkte P'' , Q'' , R'' und S'' , durch die der Schatten des Quaders auf der x_1x_2 -Ebene und der Ebene E zusammen mit den Punkten S und T begrenzt ist.
- g) Zeichnen Sie die neuen Grenzen des Schattenraums des Quaders in das Koordinatensystem ein.

Lösung:

M:Punkt(2, 2, 0)
 Quader:Quader(M, 4, 4, 4)
 S:Punkt()
 P:Punkt(0, 0, 4)
 Q:Punkt(4, 0, 4)
 R:Punkt(4, 4, 4)
 T:Punkt(4, 4, 0)
 v:Vektor(2, -3, -2)
 gP:Gerade(P, v)
 gQ:Gerade(Q, v)
 gR:Gerade(R, v)
 Exy:EbenePF(0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0)
 Ps:Punkt(4, -6, 0)
 Qs:Punkt(8, -6, 0)
 Rs:Punkt(8, -2, 0)
 s1:Strecke(S, Ps)
 s2:Strecke(Ps, Qs)
 s3:Strecke(Qs, Rs)
 s4:Strecke(Rs, T)



M:Punkt(2, 2, 0)
 Quader:Quader(M, 4, 4, 4)
 S:Punkt()
 P:Punkt(0, 0, 4)
 Q:Punkt(4, 0, 4)
 R:Punkt(4, 4, 4)
 T:Punkt(4, 4, 0)
 v:Vektor(2, -3, -2)
 gP:Gerade(P, v)
 gQ:Gerade(Q, v)
 gR:Gerade(R, v)
 Exy:EbenePF(0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0)
 Ps:Punkt(4, -6, 0)
 Qs:Punkt(8, -6, 0)
 Rs:Punkt(8, -2, 0)
 E:EbenePF(0, -2, 0, 2, 0, 0, 0, -2, 2)
 Pss:Punkt(2.4, -3.6, 1.6)
 Qss:Punkt(6.4, -3.6, 1.6)
 Rss:Punkt(8, -2, 0)
 ESP:Ebene3P(S, P, Ps)
 gxy:Gerade(0, -2, 0, 2, 0, 0)
 Sss:Punkt(1.33, -2, 0)
 s1:Strecke(S, Sss)
 s2:Strecke(Sss, Pss)
 s3:Strecke(Pss, Qss)
 s4:Strecke(Qss, Rss)
 s5:Strecke(Rss, T)

