

**Anwendungsaufgabe - Quader im Licht einer punktförmigen Lichtquelle**

Die Punkte  $S(0|0|0)$ ,  $P(0|0|4)$ ,  $Q(4|0|4)$ ,  $R(4|4|4)$  und  $T(4|4|0)$  beschreiben die relevanten Eckpunkte eines Quaders mit der Kantenlänge 4.

- a) Zeichnen Sie den Quader in ein räumliches Koordinatensystem. **Hinweis:** Wegen der Größenverhältnisse und der weiteren Zeichnung ist es erforderlich, das Heft quer zu legen, die  $x_2$ -Achse in der Mitte der Seite zu zeichnen und sie von  $-10$  bis  $6$  verlaufen zu lassen.

Vom Punkt  $L(-4|16|12)$  fällt punktförmig aus Licht ein. Dabei wirft der Quader einen Schatten auf die  $x_1x_2$ -Ebene.

- b) Bestimmen Sie die Koordinaten der Schattenpunkte  $P'$ ,  $Q'$  und  $R'$  der Quaderecken  $P$ ,  $Q$  und  $R$  in der  $x_1x_2$ -Ebene und tragen Sie diesen in das Koordinatensystem aus Aufgabenteil a) ein. [**Kontrollergebnis:**  $P'(2|-8|0)$ ]
- c) Zeichnen Sie die Grenzen des Schattenraums des Quaders in das Koordinatensystem ein.

Im Koordinatensystem befindet sich nun eine Ebene  $E$  mit der Gleichung

$$E: \bar{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

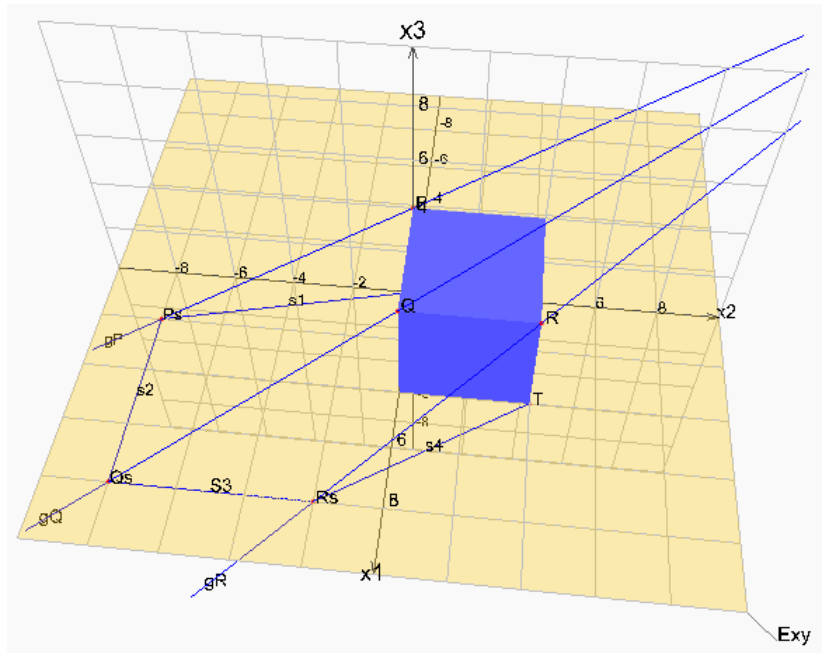
- d) Berechnen Sie die vier Punkte der Ebene, die zu den Parameterpaaren  $(0|0)$ ,  $(5|0)$ ,  $(0|2)$  und  $(5|2)$  gehören und zeichnen Sie mit Hilfe dieser 4 Punkte die Ebene in das in Aufgabenteil a) angefertigte Koordinatensystem ein.

Der Schattenraum des Quaders liegt nun teilweise auf der Ebene  $E$ .

- e) Berechnen Sie die Koordinaten der insgesamt vier relevanten Schattenpunkte  $P''$ ,  $Q''$ ,  $R''$  und  $S''$ , durch die der Schatten des Quaders auf der  $x_1x_2$ -Ebene und der Ebene  $E$  zusammen mit den Punkten  $S$  und  $T$  begrenzt ist.
- f) Zeichnen Sie die neuen Grenzen des Schattenraums des Quaders in das Koordinatensystem ein.

## Lösung:

M: Punkt(2, 2, 0)  
Quader: Quader(M, 4, 4, 4)  
S: Punkt()  
P: Punkt(0, 0, 4)  
Q: Punkt(4, 0, 4)  
R: Punkt(4, 4, 4)  
T: Punkt(4, 4, 0)  
L: Punkt(-4, 16, 12)  
gP: Gerade(P, L)  
gQ: Gerade(Q, L)  
gR: Gerade(R, L)  
E<sub>xy</sub>: EbenePF(0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0)  
P<sub>s</sub>: Punkt(2, -8, 0)  
Q<sub>s</sub>: Punkt(8, -8, 0)  
R<sub>s</sub>: Punkt(8, -2, 0)  
s1: Strecke(S, P<sub>s</sub>)  
s2: Strecke(P<sub>s</sub>, Q<sub>s</sub>)  
s3: Strecke(Q<sub>s</sub>, R<sub>s</sub>)  
s4: Strecke(R<sub>s</sub>, T)



M: Punkt(2, 2, 0)  
Quader: Quader(M, 4, 4, 4)  
S: Punkt()  
P: Punkt(0, 0, 4)  
Q: Punkt(4, 0, 4)  
R: Punkt(4, 4, 4)  
T: Punkt(4, 4, 0)  
L: Punkt(-4, 16, 12)  
gP: Gerade(P, L)  
gQ: Gerade(Q, L)  
gR: Gerade(R, L)  
E<sub>xy</sub>: EbenePF(0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0)  
P<sub>s</sub>: Punkt(2, -8, 0)  
Q<sub>s</sub>: Punkt(8, -8, 0)  
R<sub>s</sub>: Punkt(8, -2, 0)  
E: EbenePF(0, -2, 0, 2, 0, 0, 0, -2, 2)  
P<sub>ss</sub>: Punkt(1, -4, 2)  
Q<sub>ss</sub>: Punkt(6, -4, 2)  
R<sub>ss</sub>: Punkt(8, -2, 0)  
ESP: Ebene3P(S, P, P<sub>s</sub>)  
g<sub>xy</sub>: Gerade(0, -2, 0, 2, 0, 0)  
S<sub>ss</sub>: Punkt(0.5, -2, 0)  
s1: Strecke(S, S<sub>ss</sub>)  
s2: Strecke(S<sub>ss</sub>, P<sub>ss</sub>)  
s3: Strecke(P<sub>ss</sub>, Q<sub>ss</sub>)  
s4: Strecke(Q<sub>ss</sub>, R<sub>ss</sub>)  
s5: Strecke(R<sub>ss</sub>, T)

