Name: **Datum:**

Abstand von Punkt und Ebene - Lotfußpunktverfahren - Grundwissen

Gegeben sind eine Ebene E durch die Gleichung $E:\vec{n}*[\vec{x}-\vec{a}]=0$ (d.h. die Ebene muss in Normalenform vorliegen bzw. zuerst in diese umgewandelt werden) und ein Punkt P durch seinen Ortsvektor $\vec{p}$.

Die Berechnung des Abstandes des Punktes P und der Ebene E ist nur dann sinnvoll, wenn der Punkt nicht in der Ebene liegt.

Dann berechnet sich der Abstand d des Punktes P zur Ebene E durch folgendes Verfahren, das sogenannte **Lotfußpunktverfahren**:

- Stelle den Term einer Hilfsgeraden h auf, die durch den Punkt P verläuft (d.h. deren Stützvektor der Ortsvektor $\vec{p}$ des Punktes P ist) und die orthogonal zur Ebene E liegt (d.h. deren Richtungsvektor der Normalenvektor $\vec{n}$ der Ebene E ist): $h:\vec{x}=\vec{p}+r\cdot\vec{n}$
- Bestimme den Schnittpunkt L der Ebene E mit der Hilfsgeraden h: $\{L\}=h\cap E$; dieser Punkt ist der Fußpunkt des Lotes des Punktes P auf die Ebene E, der sogenannte **<u>Lotfußpunkt</u>**..
- Berechne den Abstand d der Punkte P und L.

Dieser Abstand d ist der Abstand des Punktes P zur Ebene E.

Beispiel:

Gegeben sind die Ebene $E:\begin{pmatrix}-1\\2\\-3\end{pmatrix}*[\vec{x}-\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}]=0$ und der Punkt $P(3|-1|2)$.

Gesucht ist der Abstand d des Punktes P zur Ebene E.

- $h:\vec{x}=\begin{pmatrix}3\\-1\\2\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}-1\\2\\-3\end{pmatrix}$
- $E\cap h:\begin{pmatrix}-1\\2\\-3\end{pmatrix}*[\begin{pmatrix}3\\-1\\2\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}-1\\2\\-3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}]=0\Leftrightarrow r=1$, also $\vec{\ell}=\begin{pmatrix}3\\-1\\2\end{pmatrix}+1\cdot\begin{pmatrix}-1\\2\\-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}$
- $\vec{\ell}-\vec{p}=\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}3\\-1\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\2\\-3\end{pmatrix}$, $d=\sqrt{\begin{pmatrix}-1\\2\\-3\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}-1\\2\\-3\end{pmatrix}}=\sqrt{1+4+9}=\sqrt{14}$

Der Abstand d des Punktes P zur Ebene E beträgt $\sqrt{14}$LE .