Name: **Datum:**

Abstand von Punkt und Ebene - Projektionsverfahren - Grundwissen

Gegeben sind eine Ebene E durch die Gleichung $E: \vec{n} * [\vec{x} - \vec{a}] = 0$ (d.h. die Ebene muss in Normalenform vorliegen bzw. zuerst in diese umgewandelt werden) und ein Punkt P durch seinen Ortsvektor $\vec{p}$.

Die Berechnung des Abstandes des Punktes P und der Ebene E ist nur dann sinnvoll, wenn der Punkt nicht in der Ebene liegt.

Dann berechnet sich der Abstand d des Punktes P zur Ebene E durch

$$d = \left| \frac{\vec{n} * [\vec{p} - \vec{a}]}{|\vec{n}|} \right|.$$

Diese Formel leitet sich durch das sogenannte **Projektionsverfahren** her.

Das Vorzeichen des Terms $\frac{\vec{n} * [\vec{p} - \vec{a}]}{|\vec{n}|}$ gibt zusätzlich Auskunft darüber, ob der Punkt P auf der gleichen ('+') oder der anderen ('-') Seite der Ebenen E liegt, zu der der Normalenvektor $\vec{n}$ zeigt.

Beispiel:

Gegeben sind die Ebene $E: \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} * [\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}] = 0$ und der Punkt $P(3|-1|2)$.

Gesucht ist der Abstand d des Punktes P zur Ebene E.

$$d = \left| \frac{\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} * [\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}]}{\sqrt{\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}}} \right| = \left| \frac{\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}}{\sqrt{1+4+9}} \right| = \left| \frac{-2-6-6}{\sqrt{14}} \right| = \left| \frac{-14}{\sqrt{14}} \right| = \left| -\sqrt{14} \right| = \sqrt{14}$$

Der Abstand d des Punktes P zur Ebene E beträgt $\sqrt{14}$LE.

© 2005 Thomas Unkelbach