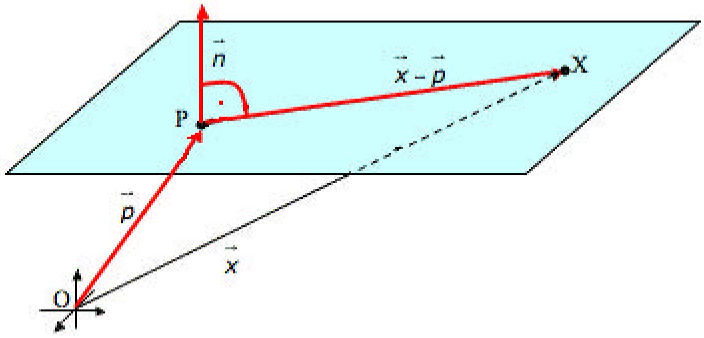
Name: **Datum:**

Ebenen in Normalenform - Grundwissen

Vorbemerkung: Gegeben seien ein Ortsvektor $\vec{a}$ und ein vom Nullvektor verschiedener freier Vektor $\vec{n}$. Setzt man in die Gleichung $\vec{n} * [\vec{x} - \vec{a}] = 0$ für den variablen (Orts-)Vektor $\vec{x}$ die Ortsvektoren verschiedener Punkte ein und rechnet die linke Seite der Gleichung aus, so wird die Gleichung entweder in eine wahre oder in eine falsche Aussage überführt. Zeichnet man diejenigen Punkte bzw. Ortsvektoren, die die Gleichung beim Einsetzen in eine wahre Aussage überführen, in ein Koordinatensystem ein, so liegen die Spitzen aller dieser Ortsvektoren (d.h. alle durch diese Ortsvektoren beschriebenen Punkte) auf einer Ebene. Der Ortsvektor $\vec{a}$ beschreibt dabei einen speziellen Punkt der Ebene, der freie Vektor $\vec{n}$ steht orthogonal zu der Ebene.



Definition: Ebene in Normalenform

Sei A ein Punkt mit dem Ortsvektor $\vec{a}$ und $\vec{n}$ ein vom Nullvektor verschiedener freier Vektor. Dann bildet die Menge von Ortsvektoren

$$E = \{\vec{x} \mid \vec{n} * [\vec{x} - \vec{a}] = 0\} \text{ , kurz: } E : \vec{n} * [\vec{x} - \vec{a}] = 0$$

eine **Ebene in Normalenform**.

‚E' ist der **Name** der Ebene, man benutzt auch die Bezeichnungen ‚F' oder ‚E_1', ‚E_2' usw.

Die Gleichung $\vec{n} * [\vec{x} - \vec{a}] = 0$ heißt **Normalengleichung** der Ebene.

Der Ortsvektor $\vec{a}$ heißt **Aufpunkt- oder Stützvektor** der Ebene.

Der freie Vektor $\vec{n}$ heißt **Normalenvektor** der Ebene.

Die Beschreibung einer Ebene in der o.a. Form bezeichnet man als **Normalenform**.

Bemerkung: Weder der Stütz- noch der Normalenvektor einer Ebene in Normalenform sind eindeutig bestimmt. So kann

- der Stützvektor durch jeden anderen Ortsvektor, der einen Punkt der Ebene beschreibt und/oder
- der Normalenvektor durch jeden anderen von ihm linear abhängigen und damit kollinearen Vektor

ersetzt werden, ohne dass sich die Lage der beschriebenen Ebene ändert.

Wichtig: Merken sollte man sich die Normalengleichungen der drei Koordinatenebenen:

$$E_{xy}: \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} * \vec{x} = 0 \ ; \quad E_{xz}: \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} * \vec{x} = 0 \ ; \quad E_{yz}: \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} * \vec{x} = 0$$