Name: **Datum:**

Kreuzprodukt - Grundwissen

Definition: Kreuz- oder Vektorprodukt zweier Vektoren

Seien $\vec{u}=\begin{pmatrix}u_1\\u_2\\u_3\end{pmatrix}$ und $\vec{v}=\begin{pmatrix}v_1\\v_2\\v_3\end{pmatrix}$ zwei Vektoren.

Dann heißt der Vektor

$$\boxed{\vec{u}\times\vec{v}=:\begin{pmatrix}u_2\cdot v_3-u_3\cdot v_2\\u_3\cdot v_1-u_1\cdot v_3\\u_1\cdot v_2-u_2\cdot v_1\end{pmatrix}\in V}$$

das **Kreuz-** oder **Vektorprodukt der Vektoren** $\vec{u}$ **und** $\vec{v}$.

Beispiel: Berechne das Kreuzprodukt der Vektoren $\vec{u}=\begin{pmatrix}1\\3\\-2\end{pmatrix}$ und $\vec{v}=\begin{pmatrix}3\\-7\\5\end{pmatrix}$.

Lösung: $\vec{u}\times\vec{v}=\begin{pmatrix}3\cdot5-(-2)\cdot(-7)\\(-2)\cdot3-1\cdot5\\1\cdot(-7)-3\cdot3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\-11\\-16\end{pmatrix}$

Satz: Rechenregeln für das Kreuzprodukt von Vektoren

Seien $\vec{u}$, $\vec{v}$ und $\vec{w}$ Vektoren und sei $r\in IR$ ein Skalar.

Dann gilt

1. $\vec{u}\times\vec{v}=-(\vec{v}\times\vec{u})$ (Alternativgesetz)

2. $\vec{u}\times(\vec{v}+\vec{w})=\vec{u}\times\vec{v}+\vec{u}\times\vec{w}$ (Distributivgesetz)

3. $r\cdot(\vec{u}\times\vec{v})=(r\cdot\vec{u})\times\vec{v}=\vec{u}\times(r\cdot\vec{v})$ (gemischtes Assoziativgesetz)

Beweise: **1.**

2.

3.