

Schnittwinkel zwischen Gerade und Ebene - Grundwissen



Gegeben sind eine Gerade g mit der Gleichung $g: \vec{x} = \vec{a}_1 + r \cdot \vec{u}$ und eine Ebene E mit der Gleichung $E: \vec{n} * [\vec{x} - \vec{a}_2] = 0$ (d.h. die Ebene muss in Normalenform vorliegen bzw. zuerst in diese umgewandelt werden), die sich schneiden.

Dann berechnet sich der Schnittwinkel φ zwischen der Geraden und der Ebene aus dem Richtungsvektor \vec{u} der Geraden und dem Normalenvektor \vec{n} der Ebene durch

$$\cos(90^\circ - \varphi) = \frac{|\vec{u} * \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} \text{ oder}$$

$$\sin(\varphi) = \frac{|\vec{u} * \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|}$$

Beispiel:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad E: \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} * \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] = 0$$

$$\sin(\varphi) = \frac{|\vec{u} * \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{\left| \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right|}{\left| \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix} \right| \cdot \left| \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right|} = \frac{|-5 + 12 - 5|}{\sqrt{25 + 36 + 25} \cdot \sqrt{1 + 4 + 1}} = \frac{|2|}{\sqrt{516}} \approx 0,088$$

$$\Rightarrow \varphi \approx 5,05^\circ$$