

Schnittwinkel zwischen zwei Ebenen - Grundwissen



Gegeben sind zwei sich schneidende Ebenen E_1 und E_2 mit den Gleichungen $E_1 : \vec{n}_1 * [\vec{x} - \vec{a}_1] = 0$ bzw. $E_2 : \vec{n}_2 * [\vec{x} - \vec{a}_2] = 0$ (d.h. d.h. beide Ebenen müssen in Normalenform vorliegen bzw. zuerst in diese umgewandelt werden).

Dann berechnet sich der Schnittwinkel φ zwischen den beiden Ebenen aus den Normalenvektoren \vec{n}_1 und \vec{n}_2 der Ebenen durch

$$\cos(\varphi) = \left| \frac{\vec{n}_1 * \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} \right|$$

Beispiel:

$$E_1 : \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} * \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right] = 0, \quad E_2 : \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} * \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \right] = 0$$

$$\cos(\varphi) = \left| \frac{\vec{n}_1 * \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} \right| = \left| \frac{\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}}{\left| \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \right| \cdot \left| \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} \right|} \right| = \left| \frac{-5 + 4 + 3}{\sqrt{1+4+1} \cdot \sqrt{25+4+9}} \right| = \left| \frac{2}{\sqrt{228}} \right| \approx 0,133$$

$$\Rightarrow \varphi \approx 82,39^\circ$$