

Kurvendiskussion mit Gebrochen-rationalen Funktionen II - Aufgabe 1

Gegeben ist eine Gebrochen-rationale Funktion f durch den Funktionsterm

$$f(x) = \frac{x^2 + 8x + 7}{-x + 1}.$$

Der Graph sei G_f .

- a) Bestimmen Sie die Definitionsmenge der Funktion f .
- b) Untersuchen Sie, ob der Graph G_f achsensymmetrisch zur y -Achse oder punktsymmetrisch zum Ursprung ist.
- c) Untersuchen Sie das Verhalten der Funktion an eventuellen Definitionslücken. Geben Sie gegebenenfalls die Gleichungen vertikaler Asymptoten oder die Koordinaten der Punkte an, mit denen der Graph G_f an stetig behebbaren Definitionslücken geschlossen werden kann.
- d) Untersuchen Sie das Verhalten der Funktion für $x \rightarrow -\infty$ und $x \rightarrow +\infty$. Geben Sie gegebenenfalls die Terme von Asymptoten an.
- e) Untersuchen Sie G_f auf
 - e₁) den Schnittpunkt mit der y -Achse
 - e₂) Schnittpunkte mit der x -Achse
 - e₃) Extrempunkte
 - e₄) Wende- oder Sattelpunkte
 und geben Sie gegebenenfalls die Koordinaten dieser Punkte an.
- f) Skizzieren Sie mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse den Graphen G_f .
- g) Bestimmen Sie die Stellen zum Funktionswert $-1\frac{2}{3}$.
- h) Bestimmen Sie die Stellen, an denen der Graph die Steigung 3 hat.
- i) Bestimmen Sie den Term der Tangente an G_f an der Stelle 3.
- j) Der Graph G_f schließt mit den Koordinatenachsen im II. Quadranten ein Flächenstück ein. In dieses Flächenstück soll ein Rechteck mit möglichst großem Flächeninhalt gelegt werden. Bestimmen Sie die Abmessungen dieses Rechtecks und berechnen Sie dessen Flächeninhalt.
- k)
- l) Bestimmen Sie den Term der Stammfunktion F von f
alternativ:
Zeigen Sie, dass die Funktion F mit $F(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 9x - 16 \cdot \ln(|x - 1|)$ eine Stammfunktion der Funktion f ist.
- m) Der Graph G_f schließt mit der x -Achse im III. Quadranten ein Flächenstück ein. Berechnen Sie den Inhalt dieses Flächenstücks.
- n) Der Graph G_f schließt mit den beiden Koordinatenachsen und der vertikalen Asymptote im I. Quadranten ein Flächenstück ein. Zeigen Sie, dass der Inhalt dieses Flächenstücks keinen endlichen Wert besitzt.
- o) Der Graph G_f schließt mit der Asymptote im II. Quadranten ein Flächenstück ein. Zeigen Sie, dass der Inhalt dieses Flächenstücks keinen endlichen Wert besitzt.