

Kurvendiskussion mit Gebrochen-rationalen Funktionen II - Aufgabe 1 - Lösung

Definieren des Funktionsterms und Bestimmen von Zähler und Nenner

$$f(x) := \frac{x^2 + 8 \cdot x + 7}{-x + 1} \quad \text{"Done"}$$

$$z(x) := \text{getNum}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad z(x) \quad -(x^2 + 8 \cdot x + 7)$$

$$n(x) := \text{getDenom}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad n(x) \quad x - 1$$

Bestimmen der Ableitungen

$$f_s(x) := \frac{d}{dx}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad f_s(x) \quad \frac{-(x^2 - 2 \cdot x - 15)}{(x - 1)^2}$$

$$f_{ss}(x) := \frac{d^2}{dx^2}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad f_{ss}(x) \quad \frac{-32}{(x - 1)^3}$$

$$f_{sss}(x) := \frac{d^3}{dx^3}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad f_{sss}(x) \quad \frac{96}{(x - 1)^4}$$

a) Bestimmen der Definitionsmenge

$$\text{solve}(n(x) = 0, x) \quad x = 1$$

b) Untersuchen von Symmetrie

$$\text{solve}(f(-x) = f(x), x) \quad x = 0$$

$$\text{solve}(f(-x) = -f(x), x) \quad \text{false}$$

c) Untersuchen der Funktion an den Definitionslücken

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (f(x)) \quad \infty \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} (f(x)) \quad -\infty$$

d) Untersuchen der Funktion an den Rändern der Definitionsmenge

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x)) \quad \infty \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x)) \quad -\infty$$

$$\text{propFrac}(f(x)) \quad \frac{-16}{x - 1} - x - 9 \quad a(x) := -x - 9 \quad \text{"Done"}$$

e1) Bestimmen des Schnittpunktes mit der y-Achse

$$f(0) \quad 7$$

e2) Bestimmen der Schnittpunkt(e) mit der x-Achse

$$\text{solve}(f(x) = 0, x) \quad x = -1 \text{ or } x = -7$$

$$xn1 := -1 \quad -1 \quad yn1 := f(xn1) \quad 0$$

$$xn2 := -7 \quad -7 \quad yn2 := f(xn2) \quad 0$$

e3) Bestimmen der Extrempunkte

$$\text{solve}(f(x) = 0, x) \quad x = 5 \text{ or } x = -3$$

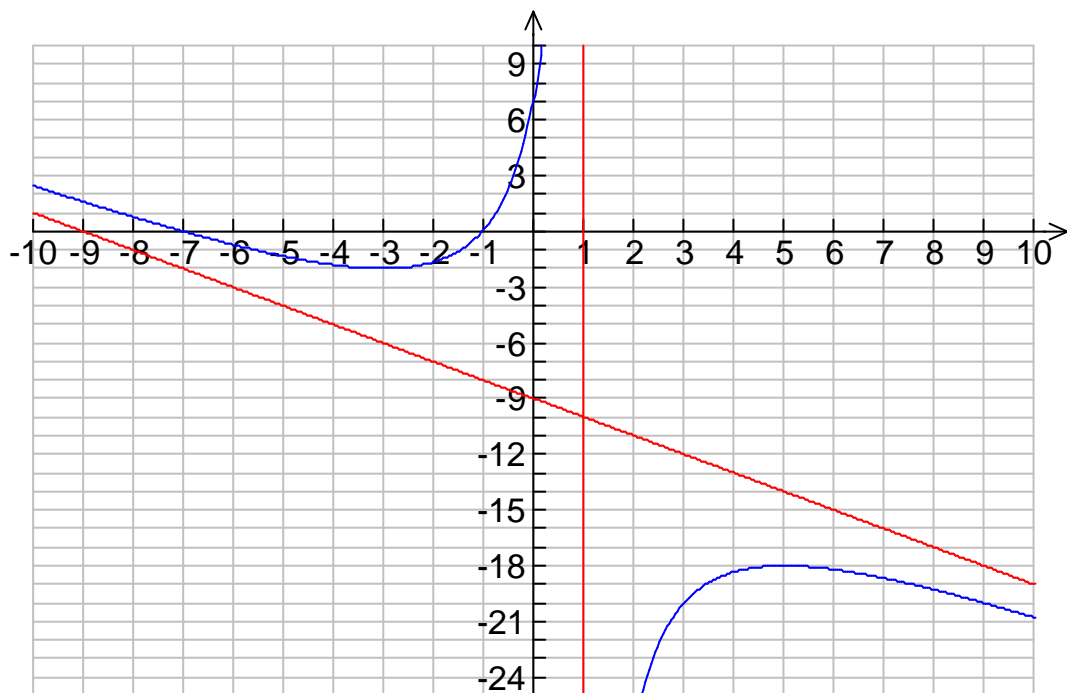
$$xe1 := 5 \quad 5 \quad fss(xe1) \quad \frac{-1}{2} \quad ye1 := f(xe1) \quad -18$$

$$xe2 := -3 \quad -3 \quad fss(xe2) \quad \frac{1}{2} \quad ye2 := f(xe2) \quad -2$$

e4) Bestimmen der Wendepunkte

$$\text{solve}(fss(x) = 0, x) \quad \text{false}$$

f) Skizzieren des Funktionsgraphen



g) Berechnen von Stellen zu einem vorgegebenen Wert

$$\text{solve}\left(f(x) = \frac{-5}{3}, x\right) \quad x = -2 \text{ or } x = \frac{-13}{3}$$

h) Berechnen einer Stelle zu einer vorgegebenen Steigung

$$\text{solve}(f(x) = 3, x) \quad x = 3 \text{ or } x = -1$$

i) Bestimmen des Terms einer Tangente

$$xt := 3 \quad 3 \quad yt := f(xt) \quad -20$$

$$m := fss(xt) \quad 3 \quad \text{solve}(yt = m \cdot xt + n, n) \quad n = -29$$

j) Extremwertproblem

$$r(x) := -x \cdot f(x) \quad \text{"Done"} \quad r(x) \quad \frac{x \cdot (x^2 + 8x + 7)}{x - 1}$$

$$rs(x) := \frac{d}{dx}(r(x)) \quad \text{"Done"} \quad rs(x) \quad \frac{2x^3 + 5x^2 - 16x - 7}{(x - 1)^2}$$

$$\text{solve}(rs(x) = 0, x) \quad x = 2.10089 \text{ or } x = -.396217 \text{ or } x = -4.20467$$

$$rss(x) := \frac{d}{dx}(rs(x)) \quad \text{"Done"} \quad rss(x) \quad \frac{2(x^3 - 3x^2 + 3x + 15)}{(x - 1)^3}$$

$$rss(-0.396217) \quad -9.75686 \quad r(-0.396217) \quad 1.1315$$

k) Besonderes

l) Bestimmen einer Stammfunktion

$$\int (f(x)) dx \quad \frac{-(32 \cdot \ln(|x - 1|) + x \cdot (x + 18))}{2}$$

m) Berechnen eines begrenzten Flächeninhalts

$$\left| \int_{xn1}^{xn2} (f(x)) dx \right| \quad -2 \cdot (16 \cdot \ln(2) - 15)$$

n) Berechnen eines unbegrenzten Flächeninhalts

$$\left| \int_0^1 (f(x)) dx \right| \quad \infty$$

o) Berechnen eines unbegrenzten Flächeninhalts

$$\left| \int_{-\infty}^{-9} (f(x) - a(x)) dx \right| \quad \infty$$