

Kurvendiskussion mit Gebrochen-rationalen Funktionen II - Aufgabe 2 - Lösung

Definieren des Funktionsterms und Bestimmen von Zähler und Nenner

$$f(x) := \frac{x^3}{x^2 - 4} \quad \text{"Done"}$$

$$z(x) := \text{getNum}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad z(x) \quad x^3$$

$$n(x) := \text{getDenom}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad n(x) \quad x^2 - 4$$

Bestimmen der Ableitungen

$$fs(x) := \frac{d}{dx}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad fs(x) \quad \frac{x^2 \cdot (x^2 - 12)}{(x^2 - 4)^2}$$

$$fss(x) := \frac{d^2}{dx^2}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad fss(x) \quad \frac{8 \cdot x \cdot (x^2 + 12)}{(x^2 - 4)^3}$$

$$fsss(x) := \frac{d^3}{dx^3}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad fsss(x) \quad \frac{-24 \cdot (x^4 + 24 \cdot x^2 + 16)}{(x^2 - 4)^4}$$

a) Bestimmen der Definitionsmenge

$$\text{solve}(n(x) = 0, x) \quad x = 2 \text{ or } x = -2$$

b) Untersuchen von Symmetrie

$$\text{solve}(f(-x) = f(x), x) \quad x = 0$$

$$\text{solve}(f(-x) = -f(x), x) \quad \text{true}$$

c) Untersuchen der Funktion an den Definitionslücken

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} (f(x)) \quad -\infty \quad \lim_{x \rightarrow (-2)^+} (f(x)) \quad \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} (f(x)) \quad -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} (f(x)) \quad \infty$$

d) Untersuchen der Funktion an den Rändern der Definitionsmenge

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x)) \quad -\infty \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x)) \quad \infty$$

$$\text{propFrac}(f(x)) \quad \frac{4 \cdot x}{x^2 - 4} + x \quad a(x) := x \quad \text{"Done"}$$

e1) Bestimmen des Schnittpunktes mit der y-Achse

$$f(0) \quad 0$$

e2) Bestimmen der Schnittpunkt(e) mit der x-Achse

$$\text{solve}(f(x) = 0, x) \quad x = 0$$

$$xn := 0 \quad 0 \quad yn1 := f(xn) \quad 0$$

e3) Bestimmen der Extrempunkte

$$\text{solve}(f'(x) = 0, x) \quad x = 2\sqrt{3} \text{ or } x = -2\sqrt{3} \text{ or } x = 0$$

$$xe1 := -2\sqrt{3} \quad -2\sqrt{3} \quad f''(xe1) \quad \frac{-3\sqrt{3}}{4} \quad ye1 := f(xe1) \quad -(3^{3/2})$$

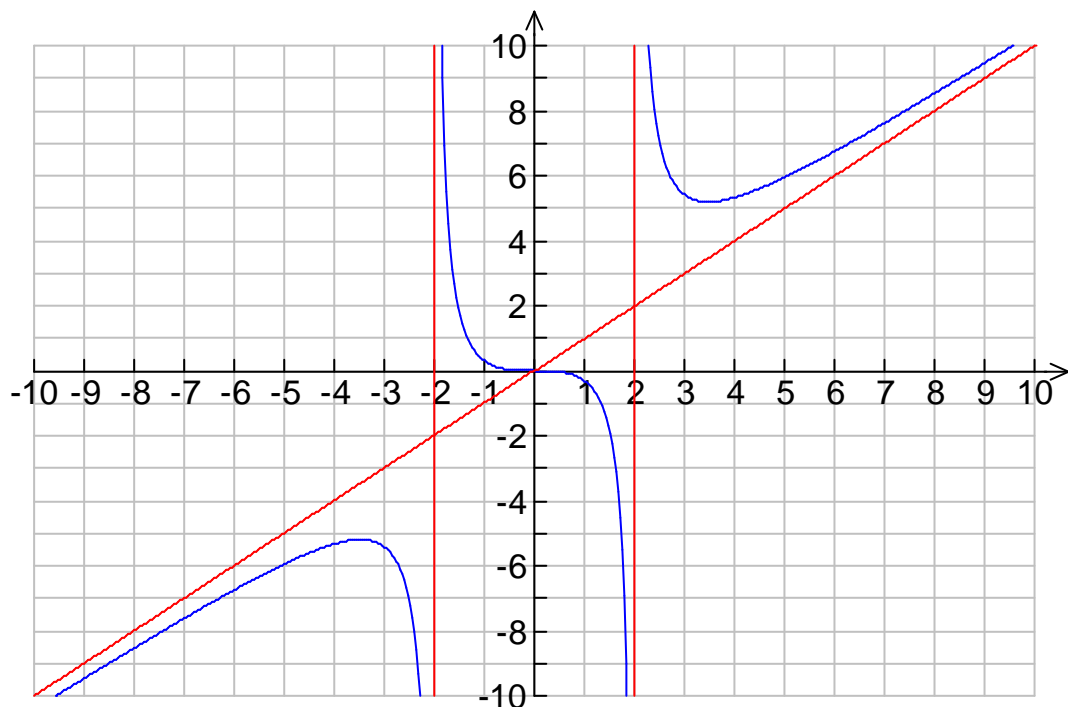
$$xe2 := 0 \quad 0 \quad f''(xe2) \quad 0 \quad ye2 := f(xe2) \quad 0$$

$$xe2 := 2\sqrt{3} \quad 2\sqrt{3} \quad f''(xe2) \quad \frac{3\sqrt{3}}{4} \quad ye2 := f(xe2) \quad 3^{3/2}$$

e4) Bestimmen der Wendepunkte

$$\text{solve}(f''(x) = 0, x) \quad x = 0$$

f) Skizzieren des Funktionsgraphen



g) Berechnen von Stellen zu einem vorgegebenen Wert

$$\text{solve}\left(f(x) = \frac{-1}{3}, x\right) \quad x = 1$$

h) Berechnen einer Stelle zu einer vorgegebenen Steigung

$$\text{solve}\left(\text{fs}(x) = \frac{4}{9}, x\right) \quad x = 4 \text{ or } x = -4$$

i) Bestimmen des Terms einer Tangente

$$xt := 4 \quad 4 \quad yt := f(xt) \quad \frac{16}{3}$$

$$m := \text{fs}(xt) \quad \frac{4}{9} \quad \text{solve}(yt = m \cdot xt + n, n) \quad n = \frac{32}{9}$$

j) Extremwertproblem

$$r(x) := x^2 + (f(x))^2 \quad \text{"Done"} \quad r(x) \quad \frac{16 \cdot (3x^2 - 8)}{(x^2 - 4)^2} + 2x^2 + 8$$

$$rs(x) := \frac{d}{dx}(r(x)) \quad \text{"Done"} \quad rs(x) \quad 4x - \frac{32x \cdot (3x^2 - 4)}{(x^2 - 4)^3}$$

$$\text{solve}(rs(x) = 0, x) \quad x = 3.14686 \text{ or } x = 0 \text{ or } x = -3.14686$$

$$rss(x) := \frac{d}{dx}(rs(x)) \quad \text{"Done"} \quad rss(x) \quad \frac{32 \cdot (9x^4 + 16x^2 - 16)}{(x^2 - 4)^4} + 4$$

$$rss(3.14686) \quad 31.0191 \quad \sqrt{r(3.14686)} \quad 6.14607$$

k) Besonderes

l) Bestimmen einer Stammfunktion

$$\int (f(x)) dx \quad \frac{4 \cdot \ln(|x^2 - 4|) + x^2}{2}$$

m) Berechnen eines begrenzten Flächeninhalts

$$\left| \int_4^6 (f(x)) dx \right| \quad 2 \cdot \ln\left(\frac{8}{3}\right) + 10$$

n) Berechnen eines unbegrenzten Flächeninhalts

$$\left| \int_0^2 (f(x)) dx \right| \quad \infty$$

o) Berechnen eines unbegrenzten Flächeninhalts

$$\left| \int_4^\infty (f(x) - a(x)) dx \right| \quad \infty$$