

Kurvendiskussion mit Gebrochen-rationalen Funktionen II - Aufgabe 3 - Lösung

Definieren des Funktionsterms und Bestimmen von Zähler und Nenner

$$f(x) := \frac{-8 \cdot x}{x^2 + 16} \quad \text{"Done"}$$

$$z(x) := \text{getNum}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad z(x) \quad -8 \cdot x$$

$$n(x) := \text{getDenom}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad n(x) \quad x^2 + 16$$

Bestimmen der Ableitungen

$$fs(x) := \frac{d}{dx}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad fs(x) \quad \frac{8 \cdot (x^2 - 16)}{(x^2 + 16)^2}$$

$$fss(x) := \frac{d^2}{dx^2}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad fss(x) \quad \frac{-16 \cdot x \cdot (x^2 - 48)}{(x^2 + 16)^3}$$

$$fsss(x) := \frac{d^3}{dx^3}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad fsss(x) \quad \frac{48 \cdot (x^4 - 96 \cdot x^2 + 256)}{(x^2 + 16)^4}$$

a) Bestimmen der Definitionsmenge

$$\text{solve}(n(x) = 0, x) \quad \text{false}$$

b) Untersuchen von Symmetrie

$$\text{solve}(f(-x) = f(x), x) \quad x = 0$$

$$\text{solve}(f(-x) = -f(x), x) \quad \text{true}$$

c) Untersuchen der Funktion an den Definitionslücken

d) Untersuchen der Funktion an den Rändern der Definitionsmenge

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x)) \quad 0 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x)) \quad 0$$

$$\text{propFrac}(f(x)) \quad \frac{-8 \cdot x}{x^2 + 16} \quad a(x) := 0 \quad \text{"Done"}$$

e1) Bestimmen des Schnittpunktes mit der y-Achse

$$f(0) \quad 0$$

e2) Bestimmen der Schnittpunkt(e) mit der x-Achse

$$\text{solve}(f(x) = 0, x) \quad x = 0$$

$$xn := 0 \quad 0 \quad yn1 := f(xn) \quad 0$$

e3) Bestimmen der Extrempunkte

$$\text{solve}(f(x) = 0, x) \quad x = 4 \text{ or } x = -4$$

$$xe1 := -4 \quad -4 \quad fss(xe1) \quad \frac{-1}{16} \quad ye1 := f(xe1) \quad 1$$

$$xe2 := 4 \quad 4 \quad fss(xe2) \quad \frac{1}{16} \quad ye2 := f(xe2) \quad -1$$

e4) Bestimmen der Wendepunkte

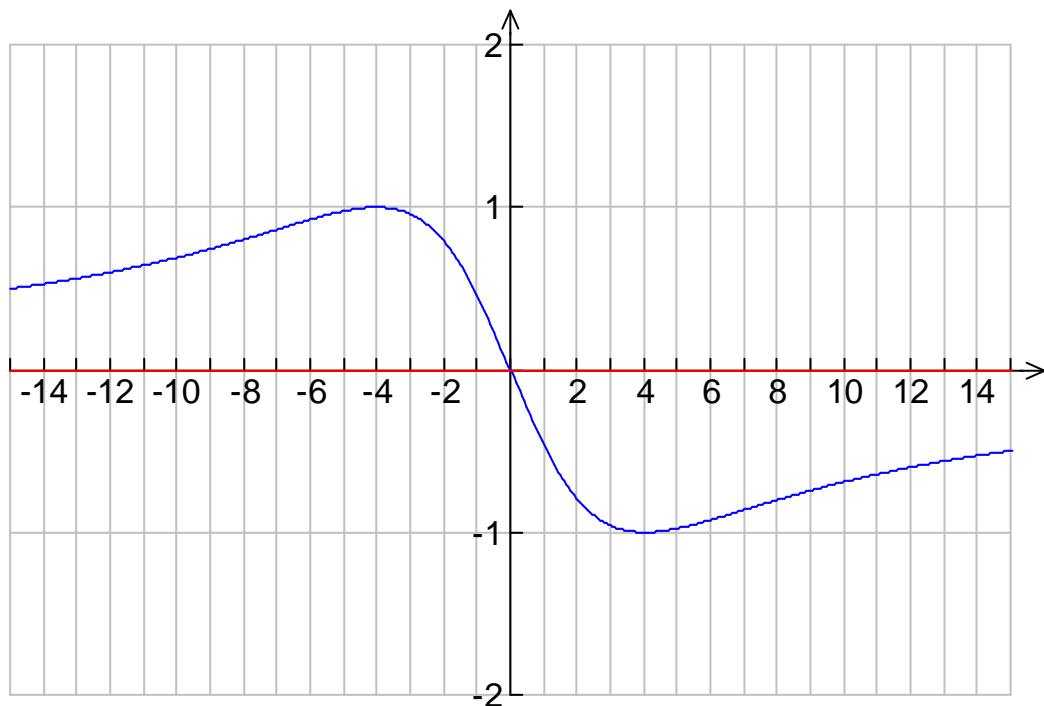
$$\text{solve}(fss(x) = 0, x) \quad x = 4\sqrt{3} \text{ or } x = -4\sqrt{3} \text{ or } x = 0$$

$$xw1 := -4\sqrt{3} \quad -4\sqrt{3} \quad fsss(xw1) \quad \frac{-3}{512} \quad yw1 := f(xw1) \quad \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$xw2 := 0 \quad 0 \quad fsss(xw2) \quad \frac{3}{16} \quad yw2 := f(xw2) \quad 0$$

$$xw3 := 4\sqrt{3} \quad 4\sqrt{3} \quad fsss(xw3) \quad \frac{-3}{512} \quad yw3 := f(xw3) \quad \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

f) Skizzieren des Funktionsgraphen



g) Berechnen von Stellen zu einem vorgegebenen Wert

$$\text{solve}\left(f(x) = \frac{4}{5}, x\right) \quad x = -2 \text{ or } x = -8$$

h) Berechnen einer Stelle zu einer vorgegebenen Steigung

$$\text{solve}\left(\text{fs}(x) = \frac{1}{25}, x\right) \quad x = 2\sqrt{6} \text{ or } x = -2\sqrt{6} \text{ or } x = 12 \text{ or } x = -12$$

i) Bestimmen des Terms einer Tangente

$$xt := -2 \quad -2 \quad yt := f(xt) \quad \frac{4}{5}$$

$$m := \text{fs}(xt) \quad \frac{-6}{25} \quad \text{solve}(yt = m \cdot xt + n, n) \quad n = \frac{8}{25}$$

j) Extremwertproblem

k) Besonderes

l) Bestimmen einer Stammfunktion

$$\int (f(x)) dx \quad -4 \cdot \ln(x^2 + 16)$$

m) Berechnen eines begrenzten Flächeninhalts

$$\left| \int_0^8 (f(x)) dx \right| \quad 4 \cdot \ln(5)$$

n) Berechnen eines unbegrenzten Flächeninhalts

$$\left| \int_0^\infty (f(x)) dx \right| \quad \infty$$

o) Berechnen eines unbegrenzten Flächeninhalts