

Kurvendiskussion mit Gebrochen-rationalen Funktionen II - Aufgabe 4 - Lösung

Definieren des Funktionsterms und Bestimmen von Zähler und Nenner

$$f(x) := \frac{x^2 + 4x - 21}{x^2 - 4} \quad \text{"Done"}$$

$$z(x) := \text{getNum}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad z(x) \quad x^2 + 4x - 21$$

$$n(x) := \text{getDenom}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad n(x) \quad x^2 - 4$$

Bestimmen der Ableitungen

$$f_s(x) := \frac{d}{dx}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad f_s(x) \quad \frac{-2 \cdot (2x^2 - 17x + 8)}{(x-2)^2 \cdot (x+2)^2}$$

$$f_{ss}(x) := \frac{d^2}{dx^2}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad f_{ss}(x) \quad \frac{2 \cdot (4x^3 - 51x^2 + 48x - 68)}{(x-2)^3 \cdot (x+2)^3}$$

$$f_{sss}(x) := \frac{d^3}{dx^3}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad f_{sss}(x) \quad \frac{-24 \cdot (x^4 - 17x^3 + 24x^2 - 68x + 16)}{(x-2)^4 \cdot (x+2)^4}$$

a) Bestimmen der Definitionsmenge

$$\text{solve}(n(x) = 0, x) \quad x = 2 \text{ or } x = -2$$

b) Untersuchen von Symmetrie

$$\text{solve}(f(-x) = f(x), x) \quad x = 0$$

$$\text{solve}(f(-x) = -f(x), x) \quad x = -\sqrt{21} \text{ or } x = \sqrt{21}$$

c) Untersuchen der Funktion an den Definitionslücken

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} (f(x)) \quad -\infty \quad \lim_{x \rightarrow (-2)^+} (f(x)) \quad \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} (f(x)) \quad \infty \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} (f(x)) \quad -\infty$$

d) Untersuchen der Funktion an den Rändern der Definitionsmenge

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x)) \quad 1 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x)) \quad 1$$

$$\text{propFrac}(f(x)) \quad \frac{4x - 17}{x^2 - 4} + 1 \quad a(x) := 1 \quad \text{"Done"}$$

e1) Bestimmen des Schnittpunktes mit der y-Achse

$$f(0) \quad \frac{21}{4}$$

e2) Bestimmen der Schnittpunkt(e) mit der x-Achse

$$\text{solve}(f(x) = 0, x) \quad x = 3 \text{ or } x = -7$$

$$xn1 := -7 \quad -7 \quad yn1 := f(xn1) \quad 0$$

$$xn2 := 3 \quad 3 \quad yn2 := f(xn2) \quad 0$$

e3) Bestimmen der Extrempunkte

$$\text{solve}(fs(x) = 0, x) \quad x = 8 \text{ or } x = \frac{1}{2}$$

$$xe1 := \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad fss(xe1) \quad \frac{32}{15} \quad ye1 := f(xe1) \quad 5$$

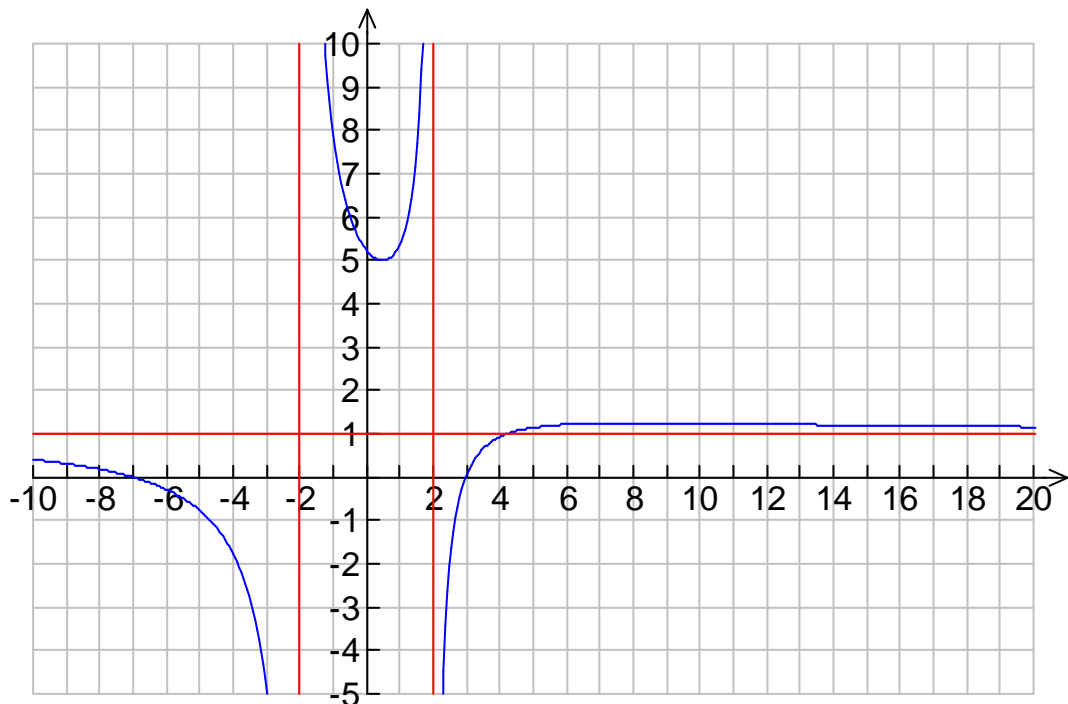
$$xe2 := 8 \quad 8 \quad fss(xe2) \quad \frac{-1}{120} \quad ye2 := f(xe2) \quad \frac{5}{4}$$

e4) Bestimmen der Wendepunkte

$$\text{solve}(fss(x) = 0, x) \quad x = 11.859$$

$$xw := 11.859 \quad 11.859 \quad fsss(xw) \quad .000412 \quad yw := f(xw) \quad 1.22275$$

f) Skizzieren des Funktionsgraphen



g) Berechnen von Stellen zu einem vorgegebenen Wert

$$\text{solve}(f(x) = 1, x) \quad x = \frac{17}{4}$$

h) Berechnen einer Stelle zu einer vorgegebenen Steigung

$$\text{solve}(f'(x) = -6, x) \quad x = -1 \text{ or } x = -3.01309$$

i) Bestimmen des Terms einer Tangente

$$x_t := -1 \quad -1 \quad y_t := f(x_t) \quad 8$$

$$m := f'(x_t) \quad -6 \quad \text{solve}(y_t = m \cdot x_t + n, n) \quad n = 2$$

j) Extremwertproblem

k) Besonderes

l) Bestimmen einer Stammfunktion

$$\int (f(x)) dx \quad \frac{25 \cdot \ln(|x+2|)}{4} - \frac{9 \cdot \ln(|x-2|)}{4} + x$$

m) Berechnen eines begrenzten Flächeninhalts

$$\left| \int_{-1}^1 (f(x)) dx \right| \quad \frac{17 \cdot \ln(3)}{2} + 2$$

n) Berechnen eines unbegrenzten Flächeninhalts

$$\left| \int_0^2 (f(x)) dx \right| \quad \infty$$

o) Berechnen eines unbegrenzten Flächeninhalts

$$\left| \int_{17/4}^{\infty} (f(x) - a(x)) dx \right| \quad \infty$$