

Kurvendiskussion mit Gebrochen-rationalen Funktionen II - Aufgabe 5 - Lösung

Definieren des Funktionsterms und Bestimmen von Zähler und Nenner

$$f(x) := \frac{3x^2 - 8x}{x^2 - 4x + 4} \quad \text{"Done"}$$

$$z(x) := \text{getNum}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad z(x) = x \cdot (3x - 8)$$

$$n(x) := \text{getDenom}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad n(x) = x^2 - 4x + 4$$

Bestimmen der Ableitungen

$$f_s(x) := \frac{d}{dx}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad f_s(x) = \frac{-4 \cdot (x - 4)}{(x - 2)^3}$$

$$f_{ss}(x) := \frac{d^2}{dx^2}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad f_{ss}(x) = \frac{8 \cdot (x - 5)}{(x - 2)^4}$$

$$f_{sss}(x) := \frac{d^3}{dx^3}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad f_{sss}(x) = \frac{-24 \cdot (x - 6)}{(x - 2)^5}$$

a) Bestimmen der Definitionsmenge

$$\text{solve}(n(x) = 0, x) \quad x = 2$$

b) Untersuchen von Symmetrie

$$\text{solve}(f(-x) = f(x), x) \quad x = 2\sqrt{2} \text{ or } x = -2\sqrt{2} \text{ or } x = 0$$

$$\text{solve}(f(-x) = -f(x), x) \quad x = \frac{2\sqrt{15}}{3} \text{ or } x = \frac{-2\sqrt{15}}{3} \text{ or } x = 0$$

c) Untersuchen der Funktion an den Definitionslücken

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} (f(x)) \quad -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} (f(x)) \quad -\infty$$

d) Untersuchen der Funktion an den Rändern der Definitionsmenge

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x)) \quad 3 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x)) \quad 3$$

$$\text{propFrac}(f(x)) = \frac{4 \cdot (x - 3)}{x^2 - 4x + 4} + 3 \quad a(x) := 3 \quad \text{"Done"}$$

e1) Bestimmen des Schnittpunktes mit der y-Achse

$$f(0) = 0$$

e2) Bestimmen der Schnittpunkt(e) mit der x-Achse

$$\text{solve}(f(x) = 0, x) \quad x = \frac{8}{3} \text{ or } x = 0$$

$$xn1 := 0 \quad 0 \quad \quad \quad yn1 := f(xn1) \quad 0$$

$$xn2 := \frac{8}{3} \quad \frac{8}{3} \quad \quad \quad yn2 := f(xn2) \quad 0$$

e3) Bestimmen der Extrempunkte

$$\text{solve}(f'(x) = 0, x) \quad x = 4$$

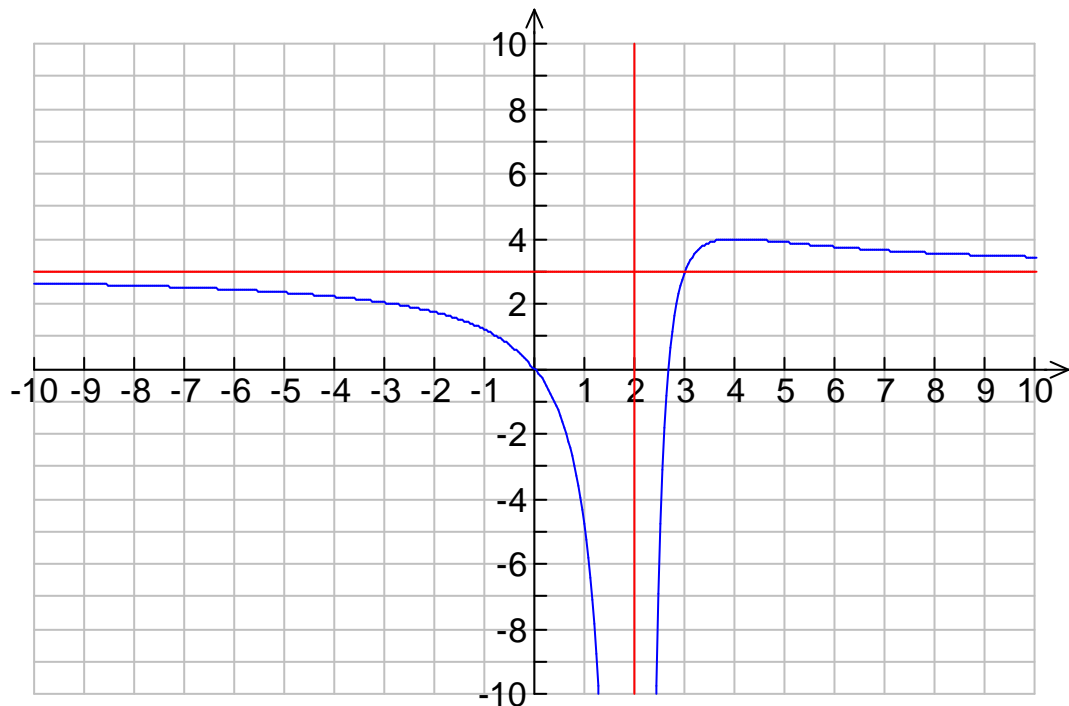
$$xe := 4 \quad 4 \quad \quad \quad f''(xe) \quad \frac{-1}{2} \quad \quad \quad ye := f(xe) \quad 4$$

e4) Bestimmen der Wendepunkte

$$\text{solve}(f''(x) = 0, x) \quad x = 5$$

$$xw := 5 \quad 5 \quad \quad \quad f'''(xw) \quad \frac{8}{81} \quad \quad \quad yw := f(xw) \quad \frac{35}{9}$$

f) Skizzieren des Funktionsgraphen



g) Berechnen von Stellen zu einem vorgegebenen Wert

$$\text{solve}(f(x) = -5, x) \quad x = \frac{5}{2} \text{ or } x = 1$$

h) Berechnen einer Stelle zu einer vorgegebenen Steigung

$$\text{solve}\left(\text{fs}(x) = \frac{-4}{27}, x\right) \quad x = 5 \text{ or } x = -4$$

i) Bestimmen des Terms einer Tangente

$$xt := -2 \quad -2 \quad yt := f(xt) \quad \frac{7}{4}$$

$$m := \text{fs}(xt) \quad \frac{-3}{8} \quad \text{solve}(yt = m \cdot xt + n, n) \quad n = 1$$

j) Extremwertproblem

k) Besonderes

$$\text{solve}(f(-x) = f(x), x) \quad x = 2\sqrt{2} \text{ or } x = -2\sqrt{2} \text{ or } x = 0$$

$$f(2\sqrt{2}) \quad 2 \quad f(-2\sqrt{2}) \quad 2$$

$$\text{solve}(f(-x) = -f(x), x) \quad x = \frac{2\sqrt{15}}{3} \text{ or } x = \frac{-2\sqrt{15}}{3} \text{ or } x = 0$$

$$f\left(\frac{2\sqrt{15}}{3}\right) \quad \frac{-\sqrt{15}}{2} \quad f\left(\frac{-(2\sqrt{15})}{3}\right) \quad \frac{\sqrt{15}}{2}$$

l) Bestimmen einer Stammfunktion

$$\int (f(x)) dx \quad 4 \cdot \ln(|x - 2|) + \frac{4}{x - 2} + 3 \cdot x$$

m) Berechnen eines begrenzten Flächeninhalts

$$\left| \int_{-2}^0 (f(x)) dx \right| \quad 5 - 4 \cdot \ln(2)$$

n) Berechnen eines unbegrenzten Flächeninhalts

$$\left| \int_{-\infty}^0 (f(x)) dx \right| \quad \infty$$

o) Berechnen eines unbegrenzten Flächeninhalts

$$\left| \int_3^{\infty} (f(x) - a(x)) dx \right| \quad \infty$$