Name: **Datum:**

Kurvendiskussion mit Gebrochen-rationalen Funktionen II - Aufgabe 7

Gegeben ist eine Gebrochen-rationale Funktion f durch den Funktionsterm

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{2x}.$$

Der Graph sei G_f.

a) *Bestimmen Sie die Definitionsmenge der Funktion* f.

b) *Untersuchen Sie, ob der Graph* G_f *achsensymmetrisch zur y-Achse oder punktsymmetrisch zum Ursprung ist.*

c) *Untersuchen Sie das Verhalten der Funktion an eventuellen Definitionslücken. Geben Sie gegebenenfalls die Gleichungen vertikaler Asymptoten oder die Koordinaten der Punkte an, mit denen der Graph* G_f *an stetig behebbaren Definitionslücken geschlossen werden kann.*

d) *Untersuchen Sie das Verhalten der Funktion für* $x \to -\infty$ *und* $x \to +\infty$. *Geben Sie gegebenenfalls die Terme von Asymptoten an.*

e) *Untersuchen Sie* G_f *auf*

e₁) *den Schnittpunkt mit der y-Achse*

e₂) *Schnittpunkte mit der x-Achse*

e₃) *Extrempunkte*

e₄) *Wende- oder Sattelpunkte*

und geben Sie gegebenenfalls die Koordinaten dieser Punkte an.

f) *Skizzieren Sie mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse den Graphen* G_f.

g) *Bestimmen Sie die Stellen zum Funktionswert* $1\frac{1}{4}$.

h) *Bestimmen Sie die Stellen, an denen der Graph die Steigung* $\frac{3}{8}$ *hat.*

i) *Bestimmen Sie den Term der Tangente an* G_f *an der Stelle* 2.

j) *Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes des Graphen* G_f *im I. Quadranten, dessen Abstand zum Ursprung minimal ist und berechnen Sie diesen Abstand.*

k) *Zeigen Sie, dass sich der Graph* G_f *und der Graph der Tangente an* G_f *an der Stelle* 2 *nur in einem Punkt schneiden.*

l) *Bestimmen Sie den Term der Stammfunktion* F *von* f

alternativ:

Zeigen Sie, dass die Funktion F *mit* $F(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2} \cdot \ln(|x|)$ *eine Stammfunktion der Funktion* f *ist.*

m) *Der Graph* G_f *schließt mit der x-Achse im I. Quadranten über dem Intervall* $[1;3]$ *ein Flächenstück ein. Berechnen Sie den Inhalt dieses Flächenstücks.*

n) *Der Graph* G_f *schließt mit der x-Achse und der vertikalen Asymptote im I. Quadranten über dem Intervall* $[0;1]$ *ein Flächenstück ein. Zeigen Sie, dass der Inhalt dieses Flächenstücks keinen endlichen Wert besitzt.*

o) *Der Graph* G_f *schließt mit der Asymptote im I. Quadranten über dem Intervall* $[1;\infty[$ *ein Flächenstück ein. Zeigen Sie, dass der Inhalt dieses Flächenstücks keinen endlichen Wert besitzt.*