

Kurvendiskussion mit Gebrochen-rationalen Funktionen II - Aufgabe 7 - Lösung

Definieren des Funktionsterms und Bestimmen von Zähler und Nenner

$$f(x) := \frac{x^2 + 1}{2 \cdot x} \quad \text{"Done"}$$

$$z(x) := \text{getNum}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad z(x) \quad x^2 + 1$$

$$n(x) := \text{getDenom}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad n(x) \quad 2 \cdot x$$

Bestimmen der Ableitungen

$$\text{fs}(x) := \frac{d}{dx}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad \text{fs}(x) \quad \frac{x^2 - 1}{2 \cdot x^2}$$

$$\text{fss}(x) := \frac{d^2}{dx^2}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad \text{fss}(x) \quad \frac{1}{x^3}$$

$$\text{fsss}(x) := \frac{d^3}{dx^3}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad \text{fsss}(x) \quad \frac{-3}{x^4}$$

a) Bestimmen der Definitionsmenge

$$\text{solve}(n(x) = 0, x) \quad x = 0$$

b) Untersuchen von Symmetrie

$$\text{solve}(f(-x) = f(x), x) \quad \text{false}$$

$$\text{solve}(f(-x) = -f(x), x) \quad \text{true}$$

c) Untersuchen der Funktion an den Definitionslücken

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} (f(x)) \quad -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} (f(x)) \quad \infty$$

d) Untersuchen der Funktion an den Rändern der Definitionsmenge

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x)) \quad -\infty \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x)) \quad \infty$$

$$\text{propFrac}(f(x)) \quad \frac{x}{2} + \frac{1}{2 \cdot x} \quad a(x) := \frac{x}{2} \quad \text{"Done"}$$

e1) Bestimmen des Schnittpunktes mit der y-Achse

e2) Bestimmen der Schnittpunkt(e) mit der x-Achse

$$\text{solve}(f(x) = 0, x) \quad \text{false}$$

e3) Bestimmen der Extrempunkte

$$\text{solve}(\text{fs}(x) = 0, x) \quad x = 1 \text{ or } x = -1$$

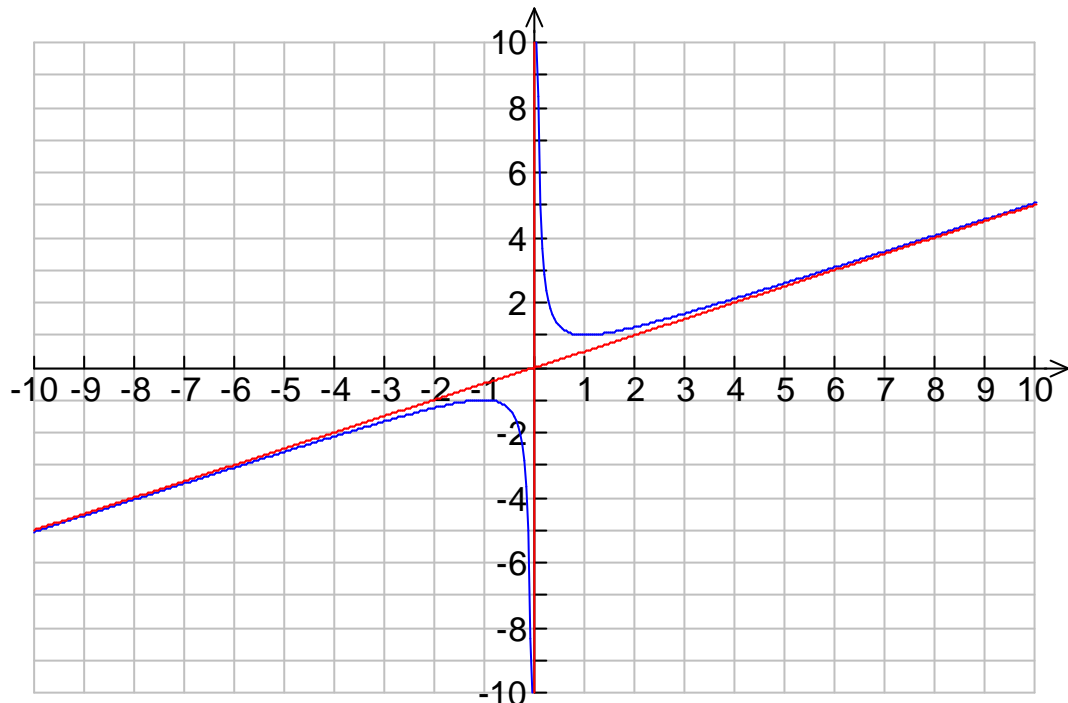
$$xe1 := -1 \quad -1 \quad \text{fss}(xe1) \quad -1 \quad ye1 := f(xe1) \quad -1$$

$$xe2 := 1 \quad 1 \quad \text{fss}(xe2) \quad 1 \quad ye2 := f(xe2) \quad 1$$

e4) Bestimmen der Wendepunkte

$\text{solve}(f_{ss}(x) = 0, x)$ *false*

f) Skizzieren des Funktionsgraphen



g) Berechnen von Stellen zu einem vorgegebenen Wert

$\text{solve}\left(f(x) = \frac{5}{4}, x\right)$ $x = 2$ or $x = \frac{1}{2}$

h) Berechnen einer Stelle zu einer vorgegebenen Steigung

$\text{solve}\left(fs(x) = \frac{3}{8}, x\right)$ $x = 2$ or $x = -2$

i) Bestimmen des Terms einer Tangente

$xt := 2$ 2 $yt := f(xt)$ $\frac{5}{4}$

$m := fs(xt)$ $\frac{3}{8}$ $\text{solve}(yt = m \cdot xt + n, n)$ $n = \frac{1}{2}$

j) Extremwertproblem

$$dq(x) := x^2 + (f(x))^2 \quad \text{"Done"} \quad dq(x) \quad \frac{5 \cdot x^4 + 2 \cdot x^2 + 1}{4 \cdot x^2}$$

$$dqs(x) := \frac{d}{dx}(dq(x)) \quad \text{"Done"} \quad dqs(x) \quad \frac{5 \cdot x^4 - 1}{2 \cdot x^3}$$

$$\text{solve}(dqs(x) = 0, x) \quad x = \frac{5^{3/4}}{5} \text{ or } x = \frac{-(5^{3/4})}{5}$$

$$dqss(x) := \frac{d}{dx}(dqs(x)) \quad \text{"Done"} \quad dqss(x) \quad \frac{5 \cdot x^4 + 3}{2 \cdot x^4}$$

$$dqss\left(\frac{5^{3/4}}{5}\right) \quad 10 \quad \sqrt{dq\left(\frac{5^{3/4}}{5}\right)} \quad 1.27202$$

k) Besonderes

$$g(x) := \frac{3}{8}x + \frac{1}{2} \quad \text{"Done"} \quad g(x) \quad \frac{3 \cdot x}{8} + \frac{1}{2}$$

$$\text{solve}(f(x) = g(x), x) \quad x = 2$$

l) Bestimmen einer Stammfunktion

$$\int (f(x)) dx \quad \frac{2 \cdot \ln(|x|) + x^2}{4}$$

m) Berechnen eines begrenzten Flächeninhalts

$$\left| \int_1^3 (f(x)) dx \right| \quad \frac{\ln(3) + 4}{2}$$

n) Berechnen eines unbegrenzten Flächeninhalts

$$\left| \int_0^1 (f(x)) dx \right| \quad \infty$$

o) Berechnen eines unbegrenzten Flächeninhalts

$$\left| \int_1^\infty (f(x) - a(x)) dx \right| \quad \infty$$