

Kurvendiskussion mit Gebrochen-rationalen Funktionen II - Aufgabe 8 - Lösung

Definieren des Funktionsterms und Bestimmen von Zähler und Nenner

$$f(x) := \frac{x^2 - 6x + 9}{-(x^2) + 3x + 4} \quad \text{"Done"}$$

$$z(x) := \text{getNum}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad z(x) = -(x^2 - 6x + 9)$$

$$n(x) := \text{getDenom}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad n(x) = x^2 - 3x - 4$$

Bestimmen der Ableitungen

$$f_s(x) := \frac{d}{dx}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad f_s(x) = \frac{-(3x^2 - 26x + 51)}{(x^2 - 3x - 4)^2}$$

$$f_{ss}(x) := \frac{d^2}{dx^2}(f(x)) \quad \text{"Done"} \quad f_{ss}(x) = \frac{2 \cdot (3x^3 - 39x^2 + 153x - 205)}{(x^2 - 3x - 4)^3}$$

$$f_{sss}(x) := \frac{d^3}{dx^3}(f(x)) \quad \text{"Done"}$$

$$f_{sss}(x) = \frac{-6 \cdot (3x^4 - 52x^3 + 306x^2 - 820x + 819)}{(x^2 - 3x - 4)^4}$$

a) Bestimmen der Definitionsmenge

$$\text{solve}(n(x) = 0, x) \quad x = 4 \text{ or } x = -1$$

b) Untersuchen von Symmetrie

$$\text{solve}(f(-x) = f(x), x) \quad x = -\sqrt{17} \text{ or } x = \sqrt{17} \text{ or } x = 0$$

$$\text{solve}(f(-x) = -f(x), x) \quad x = \frac{\sqrt{2 \cdot (\sqrt{313} + 13)}}{2} \text{ or } x = \frac{-\sqrt{2 \cdot (\sqrt{313} + 13)}}{2}$$

c) Untersuchen der Funktion an den Definitionslücken

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} (f(x)) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (f(x)) = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} (f(x)) = \infty \quad \lim_{x \rightarrow 4^+} (f(x)) = -\infty$$

d) Untersuchen der Funktion an den Rändern der Definitionsmenge

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x)) = -1 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x)) = -1$$

$$\text{propFrac}(f(x)) = \frac{3x - 13}{x^2 - 3x - 4} - 1 \quad a(x) := -1 \quad \text{"Done"}$$

e1) Bestimmen des Schnittpunktes mit der y-Achse

$$f(0) = \frac{9}{4}$$

e2) Bestimmen der Schnittpunkt(e) mit der x-Achse

$$\text{solve}(f(x) = 0, x) \quad x = 3$$

$$x_n := 3 \quad 3 \quad y_n := f(x_n) \quad 0$$

e3) Bestimmen der Extrempunkte

$$\text{solve}(f'(x) = 0, x) \quad x = \frac{17}{3} \text{ or } x = 3$$

$$x_{e1} := 3 \quad 3 \quad f''(x_{e1}) \quad \frac{1}{2} \quad y_{e1} := f(x_{e1}) \quad 0$$

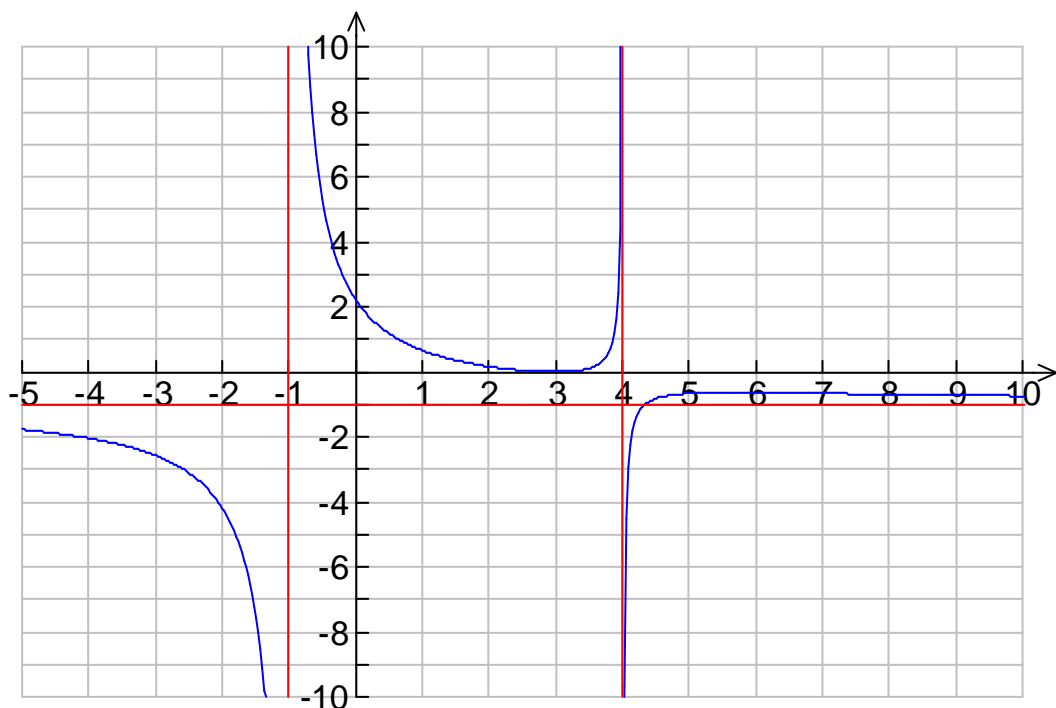
$$x_{e2} := \frac{17}{3} \quad \frac{17}{3} \quad f''(x_{e2}) \quad \frac{-81}{1250} \quad y_{e2} := f(x_{e2}) \quad \frac{-16}{25}$$

e4) Bestimmen der Wendepunkte

$$\text{solve}(f''(x) = 0, x) \quad x = 7.28982$$

$$x_w := 7.28982 \quad 7.28982 \quad f'''(x_w) \quad .006179 \quad y_w := f(x_w) \quad -.674778$$

f) Skizzieren des Funktionsgraphen



g) Berechnen von Stellen zu einem vorgegebenen Wert

$$\text{solve}(f(x) = -1, x) \quad x = \frac{13}{3}$$

h) Berechnen einer Stelle zu einer vorgegebenen Steigung

$$\text{solve}\left(\text{fs}(x) = \frac{-11}{36}, x\right) \quad x = 2 \text{ or } x = -4.2206$$

i) Bestimmen des Terms einer Tangente

$$xt := 2 \quad 2 \quad yt := f(xt) \quad \frac{1}{6}$$

$$m := \text{fs}(xt) \quad \frac{-11}{36} \quad \text{solve}(yt = m \cdot xt + n, n) \quad n = \frac{7}{9}$$

j) Extremwertproblem

k) Besonderes

l) Bestimmen einer Stammfunktion

$$\int (f(x)) dx \quad \frac{16 \cdot \ln(|x + 1|) - \ln(|x - 4|) - 5 \cdot x}{5}$$

m) Berechnen eines begrenzten Flächeninhalts

$$\left| \int_0^3 (f(x)) dx \right| \quad \frac{34 \cdot \ln(2) - 15}{5}$$

n) Berechnen eines unbegrenzten Flächeninhalts

$$\left| \int_3^4 (f(x)) dx \right| \quad \infty$$

o) Berechnen eines unbegrenzten Flächeninhalts

$$\left| \int_{13/3}^{\infty} (f(x) - a(x)) dx \right| \quad \infty$$