Kurvendiskussion mit gebrochen-rationalen Funktionenscharen II - Aufgabe 2 - Lösung

Definieren des Funktionsterms und Bestimmen von Zähler und Nenner

$f(x) := \dfrac{k \cdot x}{x^2 + k^2}$ "Done"

$z(x) := \text{getNum}(f(x))$ "Done" $z(x)$ $k \cdot x$

$n(x) := \text{getDenom}(f(x))$ "Done" $n(x)$ $x^2 + k^2$

Bestimmen der Ableitungen

$\text{fs}(x) := \dfrac{d}{dx}(f(x))$ "Done" $\text{fs}(x)$ $\dfrac{-k \cdot (x^2 - k^2)}{(x^2 + k^2)^2}$

$\text{fss}(x) := \dfrac{d^2}{dx^2}(f(x))$ "Done" $\text{fss}(x)$ $\dfrac{2 \cdot k \cdot x \cdot (x^2 - 3 \cdot k^2)}{(x^2 + k^2)^3}$

$\text{fsss}(x) := \dfrac{d^3}{dx^3}(f(x))$ "Done" $\text{fsss}(x)$ $\dfrac{-6 \cdot k \cdot (x^4 - 6 \cdot k^2 \cdot x^2 + k^4)}{(x^2 + k^2)^4}$

a) Bestimmen der Definitionsmenge

$\text{solve}(n(x) = 0, x)$ *false*

b) Untersuchen von Symmetrie

$\text{solve}(f(-x) = f(x), x)$ $x = 0 \text{ or } k = 0$

$\text{solve}(f(-x) = -f(x), x)$ *true*

c) Untersuchen der Funktion an den Definitionslücken

d) Untersuchen der Funktion an den Rändern der Definitionsmenge

$\lim\limits_{x \to -\infty}(f(x))$ 0 $\lim\limits_{x \to \infty}(f(x))$ 0

$\text{propFrac}(f(x))$ $\dfrac{k \cdot x}{x^2 + k^2}$ $a(x) := 0$ "Done"

e1) Bestimmen des Schnittpunktes mit der y-Achse

$f(0)$ 0

e2) Bestimmen der Schnittpunkt(e) mit der x-Achse

$\text{solve}(f(x) = 0, x)$ $x = 0 \text{ or } k = 0$

$xn := 0$ 0 $yn := f(xn)$ 0

e3) Bestimmen der Extrempunkte

$\text{solve}(\text{fs}(x)=0,x)$ $\quad x=-k \text{ or } x=k \text{ or } k=0$

$xe1 := -k \quad -k \qquad \text{fss}(xe1) \quad \frac{1}{2\cdot k^2} \qquad ye1 := f(xe1) \quad \frac{-1}{2}$

$xe2 := k \quad k \qquad -\text{fss}(xe1) \quad \frac{-1}{2\cdot k^2} \qquad ye2 := f(xe2) \quad \frac{1}{2}$

e4) Bestimmen der Wendepunkte

$\text{solve}(\text{fss}(x)=0,x)$ $\quad x=-k\cdot\sqrt{3} \text{ or } x=k\cdot\sqrt{3} \text{ or } x=0 \text{ or } k=0$

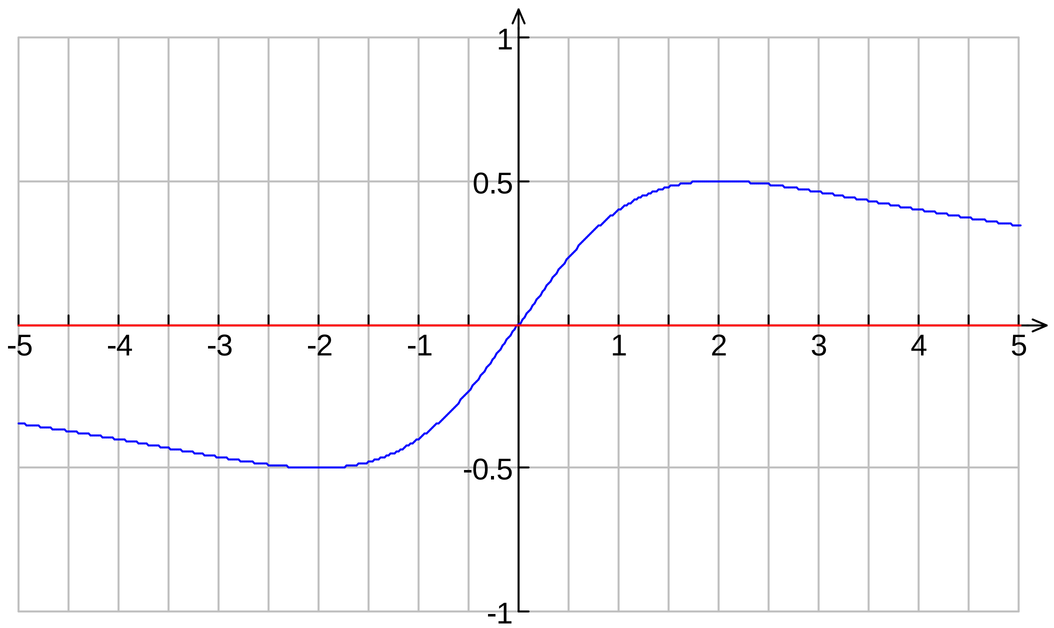
$xw1 := -k\cdot\sqrt{3} \quad -k\cdot\sqrt{3} \qquad \text{fsss}(xw1) \quad \frac{3}{16\cdot k^3} \qquad yw1 := f(xw1) \quad \frac{-\sqrt{3}}{4}$

$xw2 := 0 \quad 0 \qquad \text{fsss}(xw2) \quad \frac{-6}{k^3} \qquad yw2 := f(xw2) \quad 0$

$xw3 := k\cdot\sqrt{3} \quad k\cdot\sqrt{3} \qquad \text{fsss}(xw3) \quad \frac{3}{16\cdot k^3} \qquad yw3 := f(xw3) \quad \frac{\sqrt{3}}{4}$

f) Skizzieren des Funktionsgraphen

$k := 2 \quad 2$



$\text{DelVar}(k)$ $\quad$ "Done"

g) Bestimmen des Parameters zu einem vorgegebenen Punkt

$\text{solve}\left(f(1) = \frac{1}{2}, k\right)$ $\quad k = 1$

h) Bestimmen des Parameters zu einer vorgegebenen Steigung

$\text{solve}\left(\text{fs}(-1) = \frac{6}{25}, k\right)$ $\quad k = 3 \text{ or } k = 2 \text{ or } k = \frac{-1}{3} \text{ or } k = \frac{-1}{2}$

i) Bestimmen des Terms einer Tangente

$xt := 2 \cdot k \quad 2 \cdot k$ $\qquad yt := f(xt) \quad \frac{2}{5}$

$m := \text{fs}(xt) \quad \frac{-3}{25 \cdot k}$ $\quad \text{solve}(yt = m \cdot xt + n, n) \quad n = \frac{16}{25}$

j) Bestimmen der Kurve der Extrempunkte

$\text{solve}(x = xe1, k) \quad k = -x$ $\qquad y = ye1 \mid k = -x \quad y = \frac{-1}{2}$

k) Bestimmen der Kurve der Wendepunkte

$\text{solve}(x = xw1, k) \quad k = \frac{-\sqrt{3} \cdot x}{3}$ $\qquad y = yw1 \mid k = \frac{-\sqrt{3} \cdot x}{3} \quad y = \frac{-\sqrt{3}}{4}$

l) Extremwertproblem

m) Besonderes

n) Bestimmen einer Stammfunktion

$\int (f(x))\, dx \quad \frac{k \cdot \ln(x^2 + k^2)}{2}$

o) Berechnen eines begrenzten Flächeninhalts

$\left| \int_0^k (f(x))\, dx \right| \quad \frac{|k| \cdot \ln(2)}{2}$

p) Berechnen eines unbegrenzten Flächeninhalts

$\left| \int_0^\infty (f(x))\, dx \right| \quad \infty$

q) Besonderes