Name: **Datum:**

Steckbriefaufgaben - Grundwissen

Wie werden Bedingungen in Gleichungen umgeformt?

In der Differentialrechnung werden Funktionen mit gegebenem Funktionsterm auf charakteristische Eigenschaften hin untersucht; derartige Untersuchungen nennt man „Kurvendiskussion“.

Bei sogenannten „Steckbriefaufgaben“ geht es umgekehrt darum, aus vorgegebenen charakteristischen Eigenschaften von Funktionen, insbesondere deren Graphen, an gegebenen Stellen bzw. Punkten den Funktionsterm zu bestimmen. Dabei beschränken wir uns hier zuerst einmal auf den Bereich der Ganzrationalen Funktionen, oft auch Polynomfunktionen genannt.

Entscheidend bei der Bestimmung des Funktionsterms ist es nun, die gegebenen Bedingungen in Gleichungen umzusetzen. Im folgenden findet sich eine Auflistung der am häufigsten auftretenden Bedingungen an einen Funktionsgraphen und der sich daraus ergebenden Gleichungen für den Funktionsterm bzw. dessen Ableitungen.

Gesucht ist der Funktionsterm $f(x)$ derjenigen ...

• Linearen Funktion ...	$f(x) = m \cdot x + n$ mit $m, n \in$ IR und $m \neq 0$
• Quadratischen Funktion ...	$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ mit $a, b, c \in$ IR und $a \neq 0$ oder $f(x) = a \cdot (x - x_S)^2 + y_s$ mit $a, x_S, y_s \in$ IR und $a \neq 0$
• Ganzrationalen Funktion/ Polynomfunktion 3-ten Grades ...	$f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ mit $a, b, c, d \in$ IR und $a \neq 0$
• Ganzrationalen Funktion/ Polynomfunktion 4-ten Grades ...	$f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$ mit $a, b, c, d, e \in$ IR und $a \neq 0$
• Ganzrationalen Funktion/ Polynomfunktion n-ten Grades ...	$f(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + ... + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$ mit $n \in$ IN, $a_n, a_{n-1}, ..., a_2, a_1, a_0 \in$ IR und $a_n \neq 0$

deren Graph ...

• (achsen-)symmetrisch zur y-Achse verläuft ...	alle Koeffizienten vor Potenzen mit <u>ungeraden</u> Exponenten $(x, x^3, x^5, ...)$ haben den Wert 0
• (punkt-)symmetrisch zum Ursprung verläuft ...	es gibt keine konstanten Summanden und alle Koeffizienten vor Potenzen mit <u>geraden</u> Exponenten $(x^2, x^4, ...)$ haben den Wert 0

• durch den Punkt $(x_0 \mid y_0)$ verläuft ...	$f(x_0) = y_0$
• an der Stelle x_0 die x-Achse schneidet ... / • an der Stelle x_0 eine Nullstelle hat...	$f(x_0) = 0$
• die y-Achse bei y_0 schneidet ... / • den y-Achsenabschnitt bei y_0 hat ...	$f(0) = y_0$
• an der Stelle x_0 den Graph der Funktion g mit $g(x) = ...$ schneidet ...	$f(x_0) = g(x_0)$

• an der Stelle x_0 die Steigung m besitzt ... / an der Stelle x_0 eine Tangente t mit der Steigung m besitzt ... / an der Stelle x_0 parallel zu einer Geraden g mit der Steigung m verläuft ... / an der Stelle x_0 eine Tangente t besitzt, die parallel zu einer Geraden g mit der Steigung m verläuft ...	$f'(x_0) = m$
• im Punkt $(x_0 \mid y_0)$ die Steigung m besitzt ... / im Punkt $(x_0 \mid y_0)$ eine Tangente t mit der Steigung m besitzt ... / im Punkt $(x_0 \mid y_0)$ parallel zu einer Geraden g mit der Steigung m verläuft ... / im Punkt $(x_0 \mid y_0)$ eine Tangente t besitzt, die parallel zu einer Geraden g mit der Steigung m verläuft ...	$f(x_0) = y_0$ und $f'(x_0) = m$
• an der Stelle x_0 eine Tangente mit $t(x) = m \cdot x + n$ besitzt ...	$f(x_0) = t(x_0)$ und $f'(x_0) = m$
• an der Stelle x_0 eine Normale mit der Steigung m besitzt ... / an der Stelle x_0 orthogonal / senkrecht zu einer Geraden g mit der Steigung m verläuft ...	$f'(x_0) = -\frac{1}{m}$
• im Punkt $(x_0 \mid y_0)$ eine Normale mit der Steigung m besitzt ... / im Punkt $(x_0 \mid y_0)$ orthogonal / senkrecht zu einer Geraden g mit der Steigung m verläuft ...	$f(x_0) = y_0$ und $f'(x_0) = -\frac{1}{m}$
• an der Stelle x_0 eine Normale mit dem Funktionsterm $g(x) = m \cdot x + n$ besitzt ...	$f(x_0) = g(x_0)$ und $f'(x_0) = -\frac{1}{m}$
• an der Stelle x_0 die gleiche Steigung wie die Funktion g mit $g(x) = \ldots$ besitzt ...	$f'(x_0) = g'(x_0)$
• an der Stelle x_0 den Graph der Funktion g mit $g(x) = \ldots$ berührt ...	$f(x_0) = g(x_0)$ und $f'(x_0) = g'(x_0)$
• an der Stelle x_0 den Graph der Funktion g mit $g(x) = \ldots$ orthogonal/senkrecht schneidet ...	$f(x_0) = g(x_0)$ und $f'(x_0) = -\frac{1}{g'(x_0)}$
• an der Stelle x_0 einen Extrempunkt / Tiefpunkt / Hochpunkt besitzt ...	$f'(x_0) = 0$
• im Punkt $(x_0 \mid y_0)$ einen Extrempunkt / Tiefpunkt / Hochpunkt besitzt ...	$f(x_0) = y_0$ und $f'(x_0) = 0$
• an der Stelle x_0 die x-Achse berührt ...	$f(x_0) = 0$ und $f'(x_0) = 0$

• an der Stelle x_0 einen Wendepunkt besitzt ...	$f''(x_0) = 0$
• im Punkt $(x_0 \mid y_0)$ einen Wendepunkt besitzt ...	$f(x_0) = y_0$ und $f''(x_0) = 0$
• an der Stelle x_0 einen Wendepunkt / eine Wendetangente mit der Steigung m besitzt ...	$f'(x_0) = m$ und $f''(x_0) = 0$
• im Punkt $(x_0 \mid y_0)$ einen Wendepunkt / eine Wendetangente mit der Steigung m besitzt ...	$f(x_0) = y_0$ und $f'(x_0) = m$ und $f''(x_0) = 0$
• an der Stelle x_0 eine Wendetangente mit $t(x) = m \cdot x + n$ besitzt ...	$f(x_0) = t(x_0)$ und $f'(x_0) = m$ und $f''(x_0) = 0$
• an der Stelle x_0 einen Sattel-/Terrassenpunkt besitzt ...	$f'(x_0) = 0$ und $f''(x_0) = 0$
• im Punkt $(x_0 \mid y_0)$ einen Sattel-/Terrassenpunkt besitzt ...	$f(x_0) = y_0$ und $f'(x_0) = 0$ und $f''(x_0) = 0$