LAND BRANDENBURG

Ministerium für Bildung, Jugend und Sport

Prüfungen am Ende der Jahrgangsstufe 10

Schriftliche Prüfung
Schuljahr: 2005/2006
Schulform: Gesamtschule
Erweiterungskurs

Mathematik

Allgemeine Arbeitshinweise

Die Prüfungszeit beträgt 160 Minuten.

Von den folgenden Aufgaben haben Sie die drei Pflichtaufgaben sowie eine der drei Wahlaufgaben zu bearbeiten. Zum Ende der Prüfung müssen Sie sich mit der Abgabe der Arbeit entscheiden, welche der drei Wahlaufgaben Sie bewertet haben wollen. Geben Sie also entweder die Aufgabe 4.1 oder 4.2 oder 4.3 an.

Jede Aufgabe und jede Teilaufgabe sind mit der zu erreichenden Punktzahl versehen. Das soll Ihnen bei der Auswahl der Wahlaufgabe sowie bei der Reihenfolge der Bearbeitung von Teilaufgaben helfen.

Bei wiederholten Formverstößen bzw. einer unsachgemäßen Verwendung der Fachsprache kann ein Punkt abgezogen werden. Deshalb weisen wir darauf hin, die Arbeit in einer angemessenen Form abzugeben.

In den Aufgaben wird z. T. von Ihnen das Erstellen einer Konstruktion bzw. das Zeichnen von Graphen in ein Koordinatensystem erwartet. Verwenden Sie bei Konstruktionen linienfreies (weißes) Papier und beim Zeichnen von Graphen Millimeterpapier.

Während der Arbeit können Sie den nicht programmierbaren, nicht grafikfähigen Taschenrechner, die Formelsammlung, Kurvenschablonen, Zeichengeräte sowie den Duden als Hilfsmittel benutzen.

Viel Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgaben!

Teil I: Pflichtaufgaben

Aufgabe 1 **(6 Punkte)**

a) Stellen Sie die Formel $A = \frac{1}{2}ab \cdot \sin\gamma$ nach $\sin\gamma$ um.

b) Geben Sie für den Winkel 45° das Bogenmaß an.

c) Lösen Sie die Gleichung $3x^2 - 75 = 0$.

Von den folgenden Aufgaben ist immer nur **eine** Antwort richtig. Notieren Sie die richtige Lösung auf Ihrem Blatt.

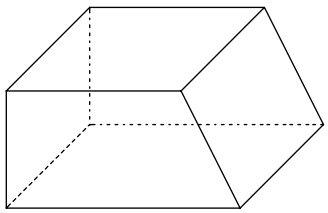
d) Der Wert des Terms $x^2 + 0{,}5y$ wurde für $x = 4$ und $y = 0{,}5$ berechnet.
Welches Ergebnis ist richtig?

A) 33 B) 16 C) 17 D) $\frac{20}{4}$ E) $16\frac{1}{4}$

e) Welcher Term entspricht dem folgenden Sachverhalt?
Das Produkt aus der Summe und der Differenz zweier Zahlen.

A) $a + b \cdot a - b$
B) $(a + b) \cdot a - b$
C) $(a + b) : (a - b)$
D) $(a + b) \cdot (a - b)$
E) $(a - b) \cdot a + b$

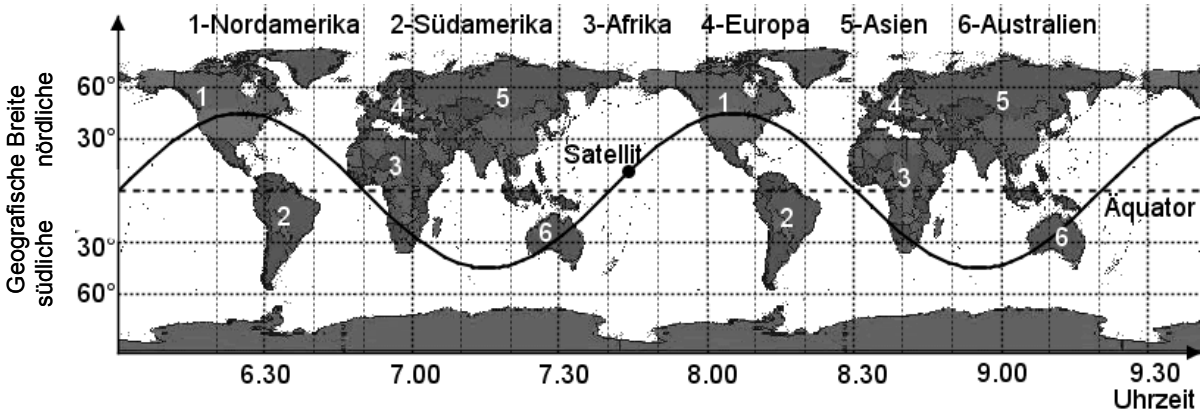
f) Welcher geometrische Körper ist hier im Schrägbild dargestellt?



A) Trapez B) Quader C) Prisma D) Pyramide E) Rechteck

Aufgabe 2 **(12 Punkte)**

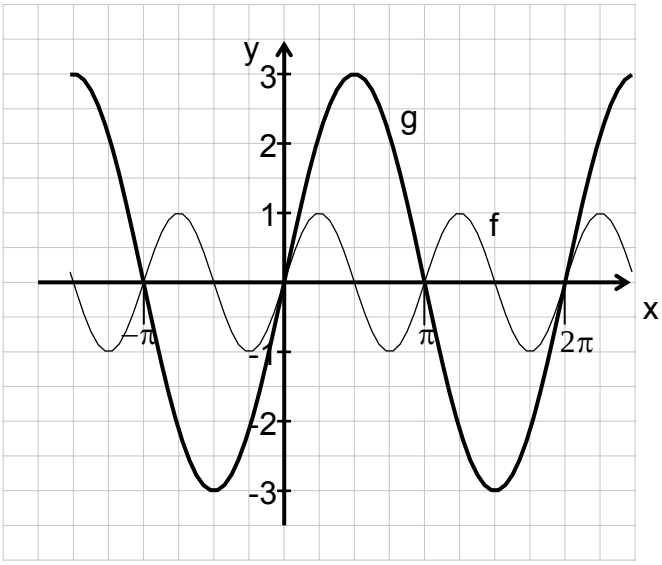
a) Es gibt Satelliten, die die Erde mehrmals täglich umkreisen. Da ihre Flugbahn gegenüber der Äquatorebene geneigt ist, scheinen sie um den Äquator zu pendeln. Die Punkte auf der Erde, über denen der Satellit jeweils senkrecht steht, sind im Bild in Abhängigkeit von der Zeit dargestellt.



Beantworten Sie dazu die folgenden Fragen: (3 P)

1.) Über welchem Erdteil befindet sich der Satellit um 8.00 Uhr?
2.) Bestimmen Sie den nördlichsten Breitengrad, der von diesem Satellit überflogen wird.
3.) Wie viel Zeit benötigt der Satellit etwa für eine Umkreisung der Erde?

b) Das Bild zeigt die Graphen der Funktionen f und g: (4 P)



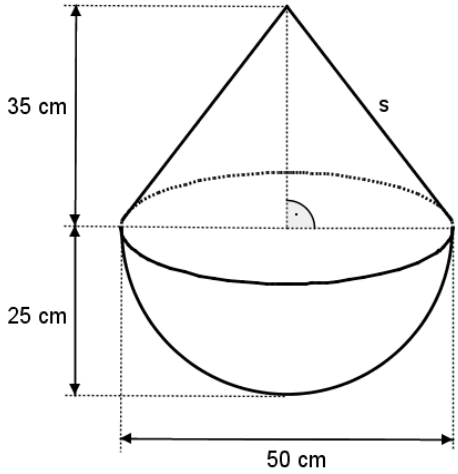
- Geben Sie den Wertebereich der Funktion g an.
- Bestimmen Sie ein Intervall, in dem beide Graphen sowohl monoton steigend sind als auch positive Funktionswerte besitzen.
- Entwickeln Sie jeweils eine Gleichung für die Funktionen f und g.

c) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion h mit der Gleichung (3 P)
$y = h(x) = \sin\left(\frac{1}{2}x\right)$ im Bereich $0 \le x \le 4\pi$ und geben Sie alle Nullstellen im dargestellten Bereich an.

d) Welche Winkel α mit $0° \le \alpha \le 360°$ erfüllen die Gleichung $\sin\alpha = 0,6$? (2 P)

Aufgabe 3 **(12 Punkte)**

Eine Hotelkette erwirbt zum Spielen und zur Animation ihrer kleinen Gäste Stehaufmännchen aus Fichtenholz.
Diese Stehaufmännchen sind aus einer Halbkugel und einem Kreiskegel zusammengesetzt.
Abmessungen siehe Skizze.



(Skizze nicht maßstabsgerecht)

a) • Stellen Sie das Stehaufmännchen im Zweitafelbild in einem geeigneten Maßstab dar. (3 P)

• Geben Sie den von Ihnen verwendeten Maßstab an.

b) Die Halbkugel soll einen roten Anstrich bekommen, ebenso der obere Teil des Kegels bis hinab zu seiner halben Höhe. Die verwendete wasserfeste Farbe kostet 2,50 € pro Quadratmeter. Die Mantellinie s des Kreiskegels beträgt rund 43 cm. (4 P)

Berechnen Sie die anfallenden Kosten für den roten Farbanstrich eines Stehaufmännchens.

c) Berechnen Sie die Kegelhöhe eines Stehaufmännchens mit einem Halbkugeldurchmesser von 50 cm, wenn das Volumen der Halbkugel und das Volumen des Kreiskegels gleich groß sein sollen. (3 P)

d) Für die Kinder wird eine Slalomstrecke mit einer geradlinigen Entfernung von sechs Metern zwischen Start und Ziel aufgebaut. Dafür werden auf dieser Strecke Stehaufmännchen in einem Abstand von zwei Metern zueinander verteilt. Dabei wird das Erste einen Meter hinter dem Start platziert. Diese Hindernisbahn durchlaufen die Teilnehmer sinusförmig, wobei sie maximal einen Meter von der Start-Ziel-Geraden abweichen. (2 P)

Stellen Sie diesen Sachverhalt vom Start bis zum Ziel im Koordinatensystem dar.

Teil II: Wahlaufgaben

Von den folgenden drei Wahlaufgaben haben Sie nur eine zu bearbeiten:
4.1 oder 4.2 oder 4.3 .

Wahlaufgabe 4.1 (10 Punkte)

In der Nähe der Stadt Thale befindet sich die Talstation der Kabinenbahn, die zahlreiche Besucher ganzjährig auf den Hexentanzplatz befördert.
Der Höhenunterschied zwischen Tal- und Bergstation beträgt 244,3 m.
Der horizontale Abstand zwischen den beiden Stationen beträgt 678,3 m.

a) Berechnen Sie die Steigung in Prozent, die diese Kabinenbahn überwindet. (2 P)

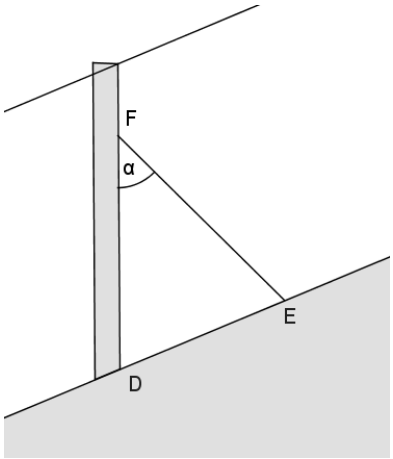
Hinweis: Wenn bei einer horizontalen Entfernung von 100 m ein Höhenunterschied von 10 m zu verzeichnen ist, dann entspricht dies einer Steigung von 10 %.

b) Das Tragseil, an dem die Kabinen hängen, ist zwischen der Tal- und Bergstation gespannt. Das Tragseil hat pro Meter Länge eine Masse von 8,32 Kilogramm. (3 P)

- Berechnen Sie die Länge des Tragseils, wenn 0,1 % der Streckenlänge für den Durchhang zusätzlich berücksichtigt werden müssen .
- Ermitteln Sie die Gesamtmasse des Tragseils.

c) Das Seil der Kabinenbahn ist auf zusätzlichen Tragmasten gelagert. (2 P)
Einer dieser Masten befindet sich in einer Hanglage und ist 45,0 m hoch.
Zur Stabilisierung wird dieser Mast einseitig durch ein Stahlrohr abgestützt, dessen Befestigungspunkt F sich in 30,0 m Masthöhe befindet.
Das Stahlrohr ist in einem Winkel α = 45° vom Mast aus montiert und hat eine Länge $\overline{EF}$ von 25,0 m.

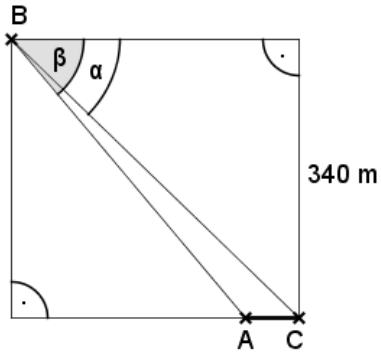
Ermitteln Sie rechnerisch den Abstand zwischen den Punkten D und E in den Fundamenten.



(Skizze nicht maßstabsgerecht)

d) Blickt man von der Bergstation B in das Tal, sieht man den kleinen Fluss Bode. (3 P)
Die Bergstation liegt 340 m über dem Wasserspiegel des Flusses.
Von hier aus erscheinen die beiden Uferpunkte A und C hintereinander unter den Tiefenwinkeln α = 76° und β = 78°.

Berechnen Sie die Entfernung der Uferpunkte A und C voneinander.

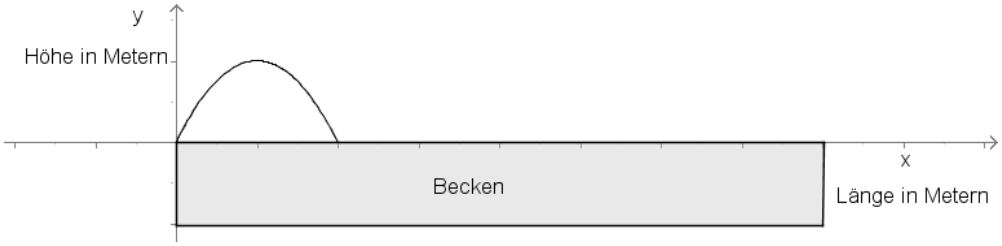


(Skizze nicht maßstabsgerecht)

Wahlaufgabe 4.2 **(10 Punkte)**

In einem Park befindet sich ein kreisrundes Wasserbecken mit einem Durchmesser von sechs Metern. In gleichen Abständen sind am Rand vier identische Wasserdüsen auf der Höhe des Wasserspiegels eingebaut.

a) Ein Wasserstrahl beschreibt eine Parabel, die von außen nach innen zum Mittelpunkt des Beckens gerichtet ist. Er erreicht eine maximale Höhe von 0,54 m und trifft bei der Länge von 1,20 m auf die Wasseroberfläche auf. (3 P)



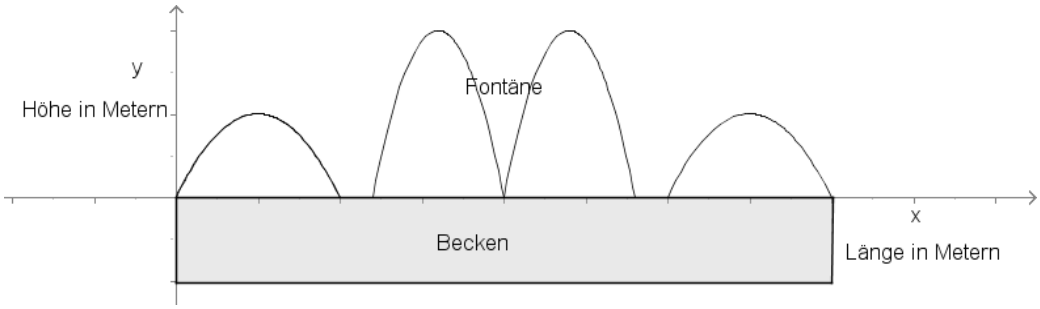
(Skizze nicht maßstabsgerecht)

Ermitteln Sie eine Funktionsgleichung des oben beschriebenen Wasserstrahls, wenn der Austrittspunkt des Wasserstrahls im Koordinatenursprung liegt.

b) Im Frühjahr erhielt diese Anlage leistungsfähigere Pumpen. Der Verlauf des Wasserstrahls kann nun mit der Funktionsgleichung $y = f(x) = -1{,}25x^2 + 2x$ beschrieben werden. (2 P)

Berechnen Sie die maximale Höhe dieses Wasserstrahls.

c) In die Mitte dieses Beckens will man eine Wasserfontäne einbauen. Ihre kreisförmige Fläche überdeckt 3,00 m² Wasseroberfläche. (3 P)



(Skizze nicht maßstabsgerecht)

Überprüfen Sie mithilfe einer Rechnung, ob sich der Wasserstrahl, der mit der Funktionsgleichung $y = f(x) = -1{,}25x^2 + 2x$ beschrieben wird, und die Wasserfontäne beeinflussen.

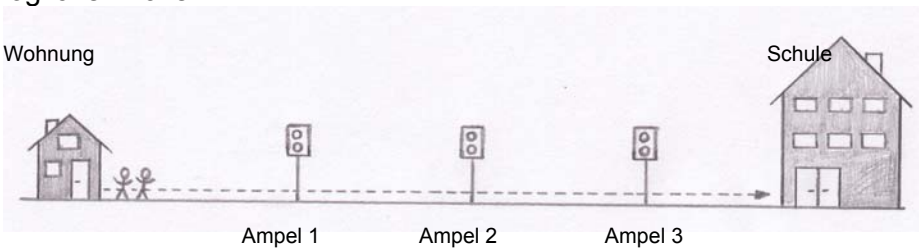
d) Um das Wasserbecken soll kreisringförmig Pflaster verlegt werden, sodass die Wasseroberfläche des Beckens und die gepflasterte Fläche gleich groß sind. (2 P)

Berechnen Sie die Breite des zu pflasternden Kreisringes.

Wahlaufgabe 4.3 **(10 Punkte)**

Peter, Martin, Klaus und Franz gehen täglich gemeinsam zur Schule.
Auf ihrem Weg zur Schule müssen sie drei Fußgängerampeln überqueren.
Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie an einer Ampel warten müssen, soll stets 50 Prozent betragen, und zwar jeweils unabhängig von den beiden anderen Ampeln.

a) Stellen Sie alle möglichen Abläufe des Schulweges, soweit er von Ampeln beeinflusst wird, dar: z. B. mit einem Baumdiagramm oder durch eine Liste der möglichen Fälle. (2 P)

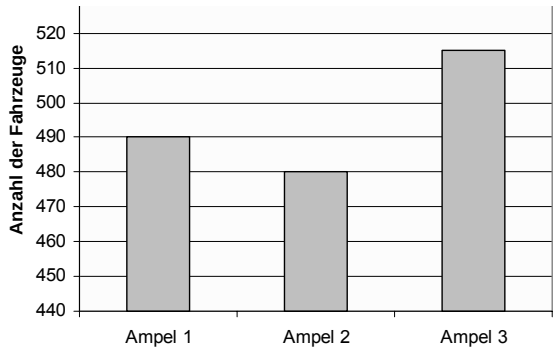


b) Geben Sie alle Elementarereignisse des Ergebnisraumes an, die das Ereignis E: „Sie müssen an höchstens einer Ampel warten.“ beschreiben. (2 P)

c)
- Geben Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E_1: „Sie müssen an keiner Ampel warten.“ an. (4 P)
- Geben Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E_2: „Sie müssen an genau zwei Ampeln nicht warten.“ an.
- Geben Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E_3: „Sie müssen an mindestens einer Ampel warten.“ an.

d) Um den Verkehrsfluss in den Morgenstunden optimieren zu können, wurde eine Verkehrszählung an den drei Fußgängerampeln durchgeführt. (2 P)
In deren Auswertung fand man in der Tagespresse die folgende Grafik und den dazugehörigen Text.

Pressemeldung:



„In der vergangenen Woche wurden täglich Verkehrszählungen zwischen 7.00 Uhr und 8.00 Uhr durchgeführt. Im Resultat wird die Rot-Phase für die Fußgänger an der Ampel 3 verdoppelt. Dies erfolgt auf der Grundlage der Erhebung, die auch in der grafischen Darstellung zeigt, dass die Ampel 3 fast doppelt so großer Verkehrsdichte wie die anderen unterliegt.“

- Beurteilen Sie die Aussagen der Zeitungsmeldung in Verbindung mit der Grafik.