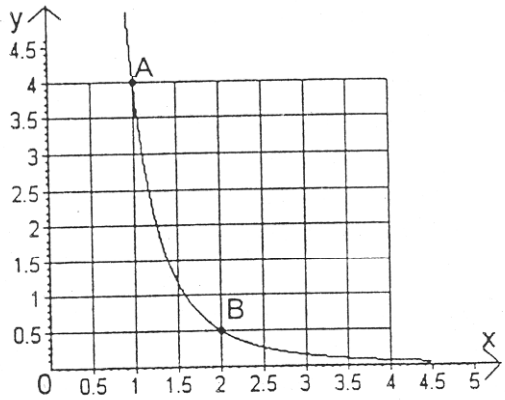
1. Aufgabe: (8 Punkte)

Die Variablen sind so gewählt, dass alle Terme definiert sind.

a) Vereinfache so weit wie möglich $\dfrac{a^x - a^{x+2}}{a^{x+1} - a^x}$.

b) Fasse zusammen und vereinfache $2\log_3(2\sqrt{a}) - \log_3(7a) + \log_3\dfrac{7}{4}$.

c) Nebenstehend ist für $x > 0$ das Schaubild einer Potenzfunktion f mit der Gleichung $f(x) = a \cdot x^n$ gezeichnet.
Bestimme a und n mittels der eingezeichneten Punkte A und B.
In welchem Punkt schneidet das Schaubild die Gerade $x = \dfrac{1}{2}$, in welchem Punkt die Gerade $y = \dfrac{1}{16}$?

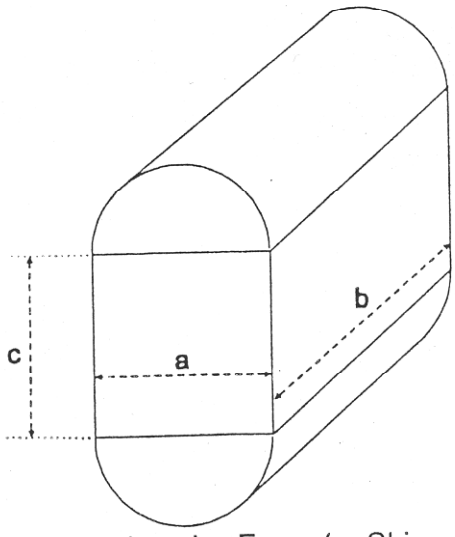


---

2. Aufgabe: (11 Punkte)

Ein Heizöltank besteht aus einem quaderförmigen Mittelteil und zwei halben Kreiszylindern (s. Skizze).
Die Maße sind:

a = 1m, b = 2m und c = 1m.



a) Wie viel Liter Heizöl passen maximal in den Tank ?

b) In dem Tank befinden sich 2000 Liter Heizöl.
Bis zu welcher Höhe ist er dann gefüllt ?

c) Der Heizöltank soll durch einen neuen Tank entsprechender Form (s. Skizze) ersetzt werden, der maximal 3000 Liter aufnehmen kann.
Dabei sollen die Maße b = 2m und c = 1m wie beim alten Tank sein.
Welche Breite a hat der neue Tank ?

3. Aufgabe: (9 Punkte)

In einer Schachtel befinden sich zwei weiße und vier gelbe Tischtennisbälle.
Frank entnimmt der Schachtel, ohne hinzusehen, zwei Bälle.

a) Wie groß sind die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse
A: Beide Bälle sind gelb
B: Ein Ball ist weiß und der andere ist gelb
C: Mindestens einer der beiden Bälle ist weiß ?

b) Frank und Karl vereinbaren folgendes Spiel:
Sie nehmen abwechselnd einen Ball aus der Schachtel, ohne ihn zurückzulegen.
Wer zuerst einen weißen Ball zieht, hat gewonnen.
Frank beginnt.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt Frank das Spiel ?

---

4. Aufgabe: (8 Punkte)

Zwei verschiedene Flüssigkeiten A und B kühlen ab.
A hat zu Beginn der Beobachtung eine Temperatur von 100°C,
B hat zum gleichen Zeitpunkt eine Temperatur von 80°C.
Nach 10 Minuten hat sich A auf 74°C, B auf 70°C abgekühlt. Es wird angenommen, dass die Temperaturabnahme von A und von B exponenziell erfolgt.

a) Welche Temperatur hat die Flüssigkeit A 15 Minuten nach Beobachtungsbeginn ?
Wie lange dauert es, bis die Temperatur von A noch 30°C beträgt ?

b) Wie lange dauert es, bis die Flüssigkeiten A und B die gleiche Temperatur erreicht haben ?