1. Aufgabe: (7 Punkte)

a) Kürze so weit wie möglich $\frac{4^n \cdot 25^{n+1}}{10^{2n+1}}$.

b) Löse die Gleichung $3^x \cdot 2^{x+1} = \frac{1}{3}$.

c) Eine Goldfolie hat den Flächeninhalt $0{,}50\ m^2$ und ist $0{,}10\ mm$ dick. Eine Maschine walzt diese Folie auf eine gleichmäßige Dicke von $3{,}2 \cdot 10^{-2}\ mm$ aus, wobei sich das Goldvolumen nicht ändert.
Welchen Flächeninhalt hat die Folie jetzt?

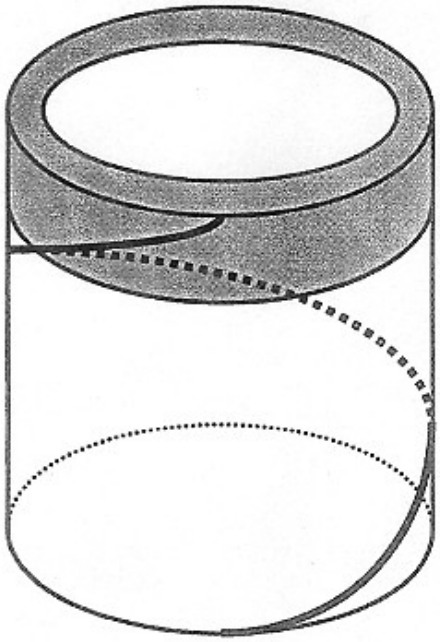
2. Aufgabe: (13 Punkte)

Berti entdeckt in dem Schatzkästchen seiner Oma eine zylinderförmige Blumenvase.
Die Vase ist außen 15 cm hoch, Wand- und Bodenstärke betragen jeweils 1 cm, der Innendurchmesser 10 cm.

a) Berti bemalt den oberen Rand sowie daran anschließend einen überall 2 cm breiten Streifen auf der Außenseite der Vase mit Silberfarbe.
Wie groß ist die bemalte Fläche?

b) Jetzt entdeckt Berti noch einen eisernen Briefbeschwerer in der Form eines geraden Kegels. Bei diesem Kegel sind Mantellinie und Grundkreisdurchmesser jeweils 9 cm lang. Berti stellt den Kegel mit der Spitze nach oben in die Vase und füllt anschließend einen halben Liter Wasser in die Vase.
Untersuche, ob der Kegel vollständig von Wasser bedeckt wird.

c) Über den äußeren Mantel der Vase verläuft ein Goldfaden von ihrem unteren Rand aus genau einmal um die Vase herum bis zu ihrem oberen Rand.
Wie lang ist ein solcher Goldfaden?



Blumenvase (nicht maßstäblich)

3. Aufgabe: (8 Punkte)

Petra will die Tür zum Klassenzimmer aufschließen. Dazu bekommt sie von ihrem Klassenlehrer einen Schlüsselbund mit fünf gleich aussehenden Schlüsseln.

a) Sie merkt sich nach jedem vergeblichen Versuch den Schlüssel, der nicht passte.
Damit hat sie spätestens beim fünften Versuch die Tür aufgeschlossen.

Zeichne ein Baumdiagramm für die möglichen Ergebnisse.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit öffnet Petra die Tür im zweiten Versuch?

X ist die Zufallsvariable, die die Anzahl der benötigten Versuche beschreibt.
Gib die Wahrscheinlichkeitsverteilung für X an.

b) Angenommen Petra verhält sich nicht so klug und merkt sich die bereits probierten Schlüssel nicht.
Wie groß ist jetzt die Wahrscheinlichkeit, dass sich die Tür spätestens beim vierten Versuch öffnen lässt?

4. Aufgabe: (8 Punkte)

Eine Population von Grönlandwalen lebt in einem bestimmten Gebiet des Nordpolarmeeres.
Naturschützer ermitteln seit dem Jahr 1995 durch Zählungen jährlich den Bestand der Tiere.
Dabei ergaben sich folgende Werte:

Beobachtungsjahr	1995	1996	1997	...	2003	2004
Anzahl der Wale am Jahresende	800	912	1040	...	2136	2388

a) Da die Wale keine natürlichen Feinde haben, kann man zunächst exponentielles Wachstum vermuten.
Zeige, dass die ersten drei Zählungen diese Vermutung bestätigen.

b) Infolge des begrenzten Nahrungsangebotes kann die untersuchte Population höchstens auf 10000 Wale anwachsen. Auf lange Sicht ist es daher sinnvoll, logistisches Wachstum der Form

$$B(t+1) = B(t) + k \cdot B(t) \cdot (S - B(t))$$

anzunehmen.
Ermittle aus den gegebenen Werten der Jahre 2003 und 2004 den voraussichtlichen Walbestand am Jahresende 2006.