Hessisches Kultusministerium

# Abschlussarbeit
# Mathematik
# Bildungsgang Realschule
## Version A

## Haupttermin 24.05.2004

_____
Name der Schule

_____, _____
Name der Schülerin/des Schülers Klasse

| GESAMT | NOTE |
|---|---|
| 54 Punkte<br>_____ | |

_____ _____
Ort, Datum Korrektorin/Korrektor

## Bearbeitungshinweise

Schreibe deinen Namen auf alle Blätter.

Nummeriere alle Seiten des Reinschriftpapiers und des Konzeptpapiers.

Die Bearbeitungszeit beträgt **90 Minuten**.

**Am Ende der schriftlichen Prüfung musst du alle Blätter abgeben.**

Die Arbeit besteht aus Pflichtaufgaben und Wahlaufgaben. Die Pflichtaufgaben müssen **alle** gerechnet werden. Von den Wahlaufgaben sind **zwei** Aufgaben zu bearbeiten

Erlaubte Arbeitsmittel sind:

a. Geodreieck
b. Parabelschablone
c. ein technisch-wissenschaftlicher Taschenrechner (nicht programmierbar und nicht graphikfähig)
d. Formelsammlung ohne Musterbeispiele (alternativ die beigefügte Formelsammlung)

Beim Rechnen von Aufgaben mit Maßeinheiten können die Einheiten entweder in der gesamten Rechnung mitgeführt werden oder komplett weggelassen werden. Das Ergebnis **muss** mit der richtigen Einheit/Dimension angegeben werden.

Antwortsätze sind dann zu formulieren, wenn dies ausdrücklich verlangt ist.

Die Rechenwege müssen bis zum Ergebnis nachvollziehbar sein. Bei Aufgaben, die eine Formel erfordern, ist diese grundsätzlich zunächst anzugeben.

Wird in den Rechnungen der Wert für π benötigt, so ist auf dem Taschenrechner die π –Taste zu benutzen. Es darf nicht mit einem ungenaueren Näherungswert (z.B.: 3,14) gerechnet werden.

Zwischenergebnisse können gerundet angegeben werden. Es muss jedoch mit den **exakten** Zwischenergebnissen weiter gerechnet werden. Die Endergebnisse sind sinnvoll zu runden. In der Regel muss die Anzahl der Stellen hinter dem Komma den Einheiten der jeweiligen Dimension entsprechen (z.B.: $m^2$: 2 Stellen; $m^3$: 3 Stellen; Winkelgrade: 1 Stelle). In Sachzusammenhängen ist jedoch auch situationsabhängig angemessen davon abzuweichen, wenn zum Beispiel von Schätzwerten ausgegangen wird.

 Die Aufgaben dürfen nur mit Genehmigung des Hessischen Kultusministeriums veröffentlicht werden!

Name:

**Punkte**

# Aufgabenblock P
Pflichtaufgaben

## Aufgabe P1:

P 1.1 Bestimme den Wert für x:

$$10x - (0{,}5 + 2x) = 2(1{,}5x - 0{,}75)$$

P 1.2 Löse auf nach h:

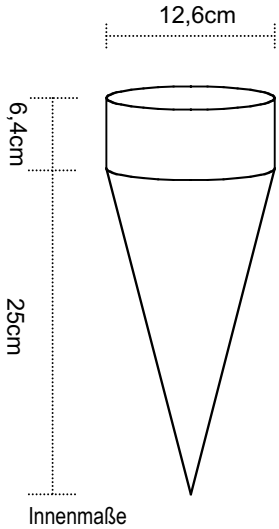
$$A = \frac{g \cdot h}{2}$$

P 1.3 Zeichne exakt den Graphen der Funktion für x von - 3 bis + 9:
(Grundmenge = Reelle Zahlen / eine Einheit entspricht 1cm auf der x- und y-Achse)

$$y = -\frac{1}{3}x + 2$$

9 Pkte.

## Aufgabe P2:



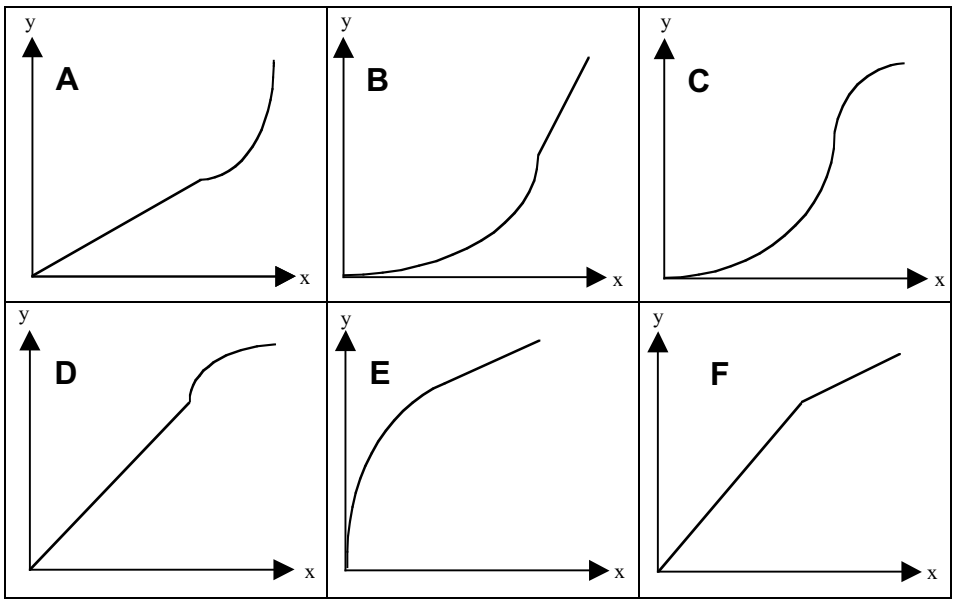

Das abgebildete Gefäß wird mit Flüssigkeit gefüllt.

P 2.1 Wie viel Liter fasst das Gefäß?

P 2.2 Welcher der abgebildeten Füllgraphen (Funktionsgraph, der die Wasserstandshöhe in Abhängigkeit von der Einfüllzeit darstellt.) beschreibt den Füllvorgang richtig, wenn vorausgesetzt wird, dass die Flüssigkeit gleichmäßig eingefüllt wird? (Schreibe den Buchstaben des richtigen Graphen auf das Reinschriftpapier.)

P 2.3 Begründe deine Antwort.

Füllgraphen: (x-Achse: Zeit; y-Achse: Füllhöhe)




10 Pkte.

Die Aufgaben dürfen nur mit Genehmigung des Hessischen Kultusministeriums veröffentlicht werden!

Name:

**Punkte**

## Aufgabe P 3:

P 3.1 Ein Intercity (Schnellzug der Deutschen Bahn) fährt die 224 km lange Strecke von A nach B in 2 Stunden und 8 Minuten.
Berechne die Durchschnittsgeschwindigkeit dieser Fahrt in km/h.

P 3.2 Erkläre allgemein, wie sich zwei Größen zueinander verhalten, wenn sie proportional zueinander sind.

P 3.3 In einem großen Bahnhof stehen viele Züge. Es wird angenommen, alle Lokomotiven hätten 8 Räder und alle Waggons hätten 4 Räder. Welcher Term gibt an, wie viele Räder insgesamt im Bahnhof stehen, wenn x die Anzahl der Lokomotiven und y die Anzahl der Waggons bezeichnet?

A $x + y$
B $4x + 8y$
C $8x + 4y$
D $2x + y$
E Das kann man nicht sagen, ohne zu wissen, wie viele Lokomotiven und Waggons im Bahnhof stehen.

8 Pkte.

(Idee aus Dockhorn/Leiß: PISA weitergedacht, Grundbildungsorientierte Aufgaben für den Mathematik-Unterricht, HeLP, Wiesbaden 2002)

## Aufgabe P 4:

P 4 Peter Mustermann hat gerade seine Lehre beendet und bekommt nun seine erste Gehaltsabrechnung als Angestellter.
Sein Bruttogehalt beträgt 1 630,00 €. Er muss davon 204,92 € Steuern bezahlen.
Vom Bruttogehalt werden zudem 20,4 % für die Sozialversicherung abgezogen.

P 4.1 Wie viel Prozent des Bruttogehaltes entfallen auf Steuern?

7 Pkte.

P 4.2 Berechne den Sozialversicherungsbeitrag in Euro.

P 4.3 Wie viel Euro bekommt er ausgezahlt (Nettogehalt)?

 Die Aufgaben dürfen nur mit Genehmigung des Hessischen Kultusministeriums veröffentlicht werden!

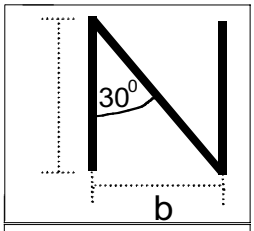
Name:

**Punkte**

# Aufgabenblock W
## Wahlaufgaben
Wähle zwei Aufgaben aus

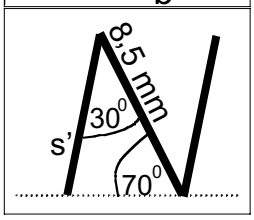
### Aufgabe W 1:

Gib die Ergebnisse in Millimeter mit einer Stelle hinter dem Komma an.
Bei den folgenden Berechnungen ist die Strichbreite nicht zu berücksichtigen.



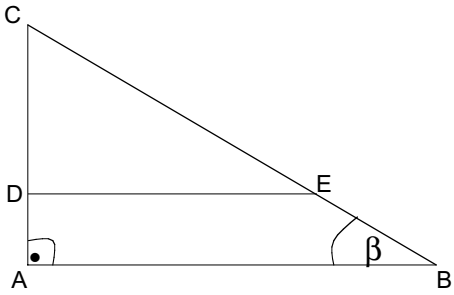

W 1.1 Gegeben ist der Buchstabe N mit einer Schrifthöhe von s = 8 mm.

W 1.1.1 Berechne die Breite b des Buchstaben N.




W 1.1.2 Berechne die Länge *s'* der vorher senkrechten Strecken, wenn der Buchstabe N *kursiv* geschrieben wird. (Die oben berechnete Länge b kann hier nicht verwendet werden.)

W 1.2 Für die nebenstehende Abbildung gilt:
$\overline{AB} \parallel \overline{DE}$
Gib zwei Gleichungen an für $\sin\beta$.




10 Pkte.

### Aufgabe W 2:

Ein Ball fällt aus 2 m Höhe auf eine feste Unterlage und springt nach jedem Aufprall jeweils auf das 0,8-fache der Höhe zurück, aus der er gefallen ist.

W 2.1 Wie hoch springt der Ball nach dem 1., 2. und 3. Aufprall?

W 2.2 Wie hoch springt der Ball nach dem 10. Aufprall?

W 2.3 Stelle den allgemeinen Funktionsterm auf, der angibt, welche Höhe der Ball nach dem n-ten Aufprall erreicht.

W 2.4 In der Aufgabe ist angegeben, dass der Ball jeweils das 0,8-fache der vorherigen Höhe erreicht. Innerhalb welcher Grenzen kann dieser Faktor liegen?
Gib eine untere und eine obere Grenze an.

10 Pkte.

Die Aufgaben dürfen nur mit Genehmigung des Hessischen Kultusministeriums veröffentlicht werden!

Name:

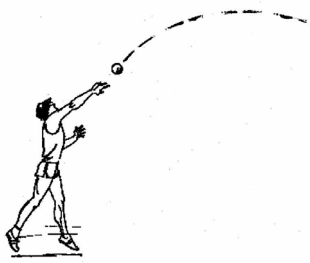
**Punkte**

## Aufgabe W 3:

W 3.1 Jan stößt bei den Bundesjugendspielen die Kugel auf einer Flugbahn, die mit folgender Gleichung beschrieben werden kann:

$y = -0{,}2x^2 + 1{,}2x + 1{,}6$

(y = Flughöhe in Meter, x = Flugweite in Meter)



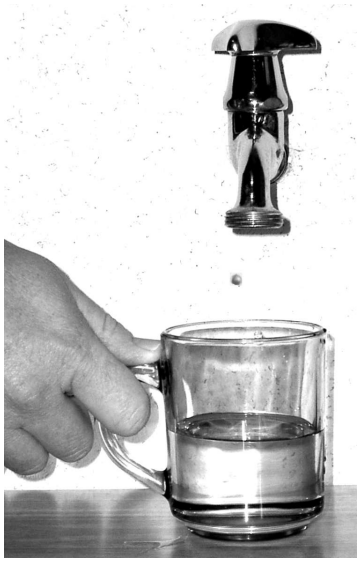
W 3.1.1 Erstelle eine Wertetabelle für die Flugbahn in **Zweimeterschritten** und beginne mit x = 0.

W 3.1.2 Zeichne den Graphen der Funktion für den Bereich der Flugbahn.
(Ein Meter entspricht einem Zentimeter auf der x- und y-Achse.)

W 3.1.3 Berechne, bei welcher Flugweite die Kugel auf den Boden trifft. Formuliere die Antwort.

W 3.2 Warum kann die Flugbahn in der Aufgabe W 3.1 auf keinen Fall mit der Gleichung $y = +0{,}2x^2 + 1{,}2x + 1{,}6$ beschrieben werden? 10 Pkte.

## Aufgabe W 4:



W 4.1 Wasser tropft aus einem Wasserhahn in ein Trinkglas.
Ziel ist es zu berechnen, wie viele Tropfen insgesamt in das Glas passen.

W 4.1.1 Erläutere, mit welchen geometrischen Körpern du rechnest.

W 4.1.2 Gib einen Schätzwert für das Volumen des Glases an.

W 4.1.3 Berechne das Volumen des Tropfens mit Hilfe eines sinnvollen Schätzwertes für den Durchmesser des Tropfens.

W 4.1.4 Berechne nun, wie viele Tropfen näherungsweise in das Glas passen.

W 4. 2 Der undichte Wasserhahn verliert pro Minute 10 Tropfen.
Wie viel Liter Wasser gehen durch den tropfenden Wasserhahn pro Jahr verloren? 10 Pkte.

## Aufgabe W 5:

W 5.1 Stelle in der Zehnerpotenzschreibweise mit einer Stelle vor dem Komma dar.

W 5.1.1 0,000 000 000 000 000 000 000 000 001 67 (Masse des Wasserstoffatoms in kg)

W 5.1.2 946 050 000 000 000 (Lichtjahr in m)

W 5.2 Vereinfache und schreibe nur mit positiven Exponenten.

$$\frac{26y^{-3}z^{-3}}{39y^{2}z^{-13}}$$

W 5.3 Vereinfache so weit wie möglich.

$$\sqrt{4a^2x^4y}$$

W 5.4 Löse das Gleichungssystem.

I. $2x + 3y = 13{,}8$
II. $x - 6y = -17{,}1$ 10 Pkte.

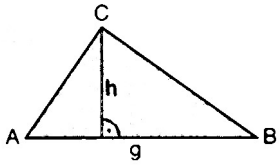
 Die Aufgaben dürfen nur mit Genehmigung des Hessischen Kultusministeriums veröffentlicht werden!

# Mathematische Formeln

## n-Ecke

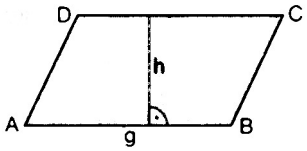
**Dreieck**

$$A = \frac{g \cdot h}{2}$$



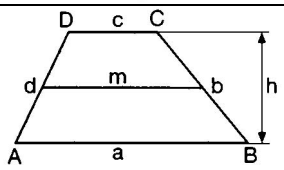

**Parallelogramm**

$$A = g \cdot h$$



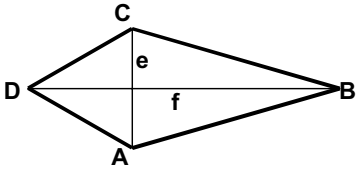

**Trapez**

$$A = \frac{a + c}{2} \cdot h$$




**Drachen**

$$A = \frac{e \cdot f}{2}$$



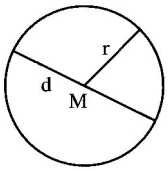

## Kreis

**Kreisfläche**

$$A = \pi \cdot r^2$$

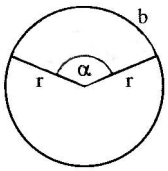
**Kreisumfang**

$$U = 2 \cdot \pi \cdot r$$



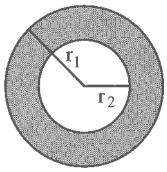

**Kreissektor**

$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360^0}$$




**Kreisring**

$$A = \pi \left( r_1^2 - r_2^2 \right)$$



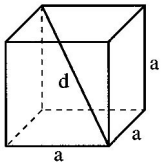

## Körper

**Würfel**

$$V = a^3$$

$$O = 6 \cdot a^2$$

$$d = a\sqrt{3}$$

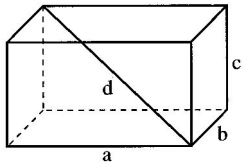



**Quader**

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$O = 2(ab + ac + bc)$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

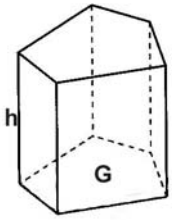



**Prisma**

$$V = G \cdot h$$

$$O = 2 \cdot G + M$$

(M: Mantelfläche)

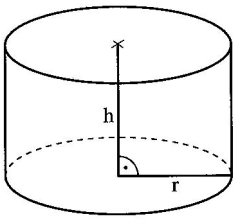



**Zylinder**

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$O = 2\pi r(r + h)$$

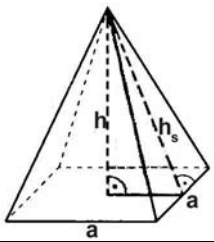
$$O = 2\pi r^2 + 2\pi rh$$




**Pyramide**
(quadratische)

$$V = \frac{1}{3} a^2 \cdot h$$

$$O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_s$$

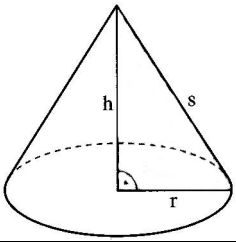



**Kegel**

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$O = \pi r(r + s)$$

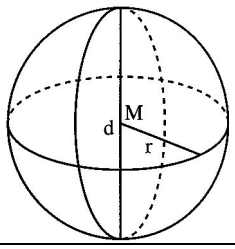
$$O = \pi r^2 + \pi rs$$




**Kugel**

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$



# Mathematische Formeln

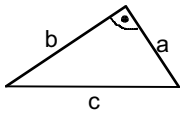
## Quadratische Gleichungen:

Normalform: $x^2 + px + q = 0$ pq-Formel: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

## Pythagoras:

Im rechtwinkligen Dreieck gilt:

$a^2 + b^2 = c^2$




## Binomische Formeln:

I. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

II. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

III. $(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$

## Prozent- und Zinsrechnung:

$P_w$: Prozentwert
G: Grundwert
p%: Prozentsatz/Zinssatz
K: Kapital
Z: Zinsen
I: Zeit

$$P_w = \frac{G \cdot p}{100}$$

$$Z = \frac{K \cdot p}{100} \cdot i$$

## Trigonometrie

Im rechtwinkligen Dreieck gilt:

$$\sin\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} \qquad \cos\alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} \qquad \tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

Im allgemeinen Dreieck gilt:

Kosinussatz:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\cdot b\cdot c\cdot\cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2\cdot a\cdot c\cdot\cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2\cdot a\cdot b\cdot\cos\gamma$$

Sinussatz:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$


Dieses Formelblatt darf nur für schulische Zwecke verwendet werden.