Hessisches Kultusministerium

Abschlussarbeit
Mathematik
Bildungsgang Realschule
Version B

Haupttermin 24.05.2004

_____
Name der Schule

_____, _____
Name der Schülerin/des Schülers Klasse

GESAMT	NOTE
54 Punkte _____	

_____ _____
Ort, Datum Korrektorin/Korrektor

Bearbeitungshinweise

Schreibe deinen Namen auf alle Blätter.

Nummeriere alle Seiten des Reinschriftpapiers und des Konzeptpapiers.

Die Bearbeitungszeit beträgt **90 Minuten**.

Am Ende der schriftlichen Prüfung musst du alle Blätter abgeben.

Die Arbeit besteht aus Pflichtaufgaben und Wahlaufgaben. Die Pflichtaufgaben müssen **alle** gerechnet werden. Von den Wahlaufgaben sind **zwei** Aufgaben zu bearbeiten

Erlaubte Arbeitsmittel sind:

a. Geodreieck
b. Parabelschablone
c. ein technisch-wissenschaftlicher Taschenrechner (nicht programmierbar und nicht graphikfähig)
d. Formelsammlung ohne Musterbeispiele (alternativ die beigefügte Formelsammlung)

Beim Rechnen von Aufgaben mit Maßeinheiten können die Einheiten entweder in der gesamten Rechnung mitgeführt werden oder komplett weggelassen werden. Das Ergebnis **muss** mit der richtigen Einheit/Dimension angegeben werden.

Antwortsätze sind dann zu formulieren, wenn dies ausdrücklich verlangt ist.

Die Rechenwege müssen bis zum Ergebnis nachvollziehbar sein. Bei Aufgaben, die eine Formel erfordern, ist diese grundsätzlich zunächst anzugeben.

Wird in den Rechnungen der Wert für π benötigt, so ist auf dem Taschenrechner die π –Taste zu benutzen. Es darf nicht mit einem ungenaueren Näherungswert (z.B.: 3,14) gerechnet werden.

Zwischenergebnisse können gerundet angegeben werden. Es muss jedoch mit den **exakten** Zwischenergebnissen weiter gerechnet werden. Die Endergebnisse sind sinnvoll zu runden. In der Regel muss die Anzahl der Stellen hinter dem Komma den Einheiten der jeweiligen Dimension entsprechen (z.B.: m^2: 2 Stellen; m^3: 3 Stellen; Winkelgrade: 1 Stelle). In Sachzusammenhängen ist jedoch auch situationsabhängig angemessen davon abzuweichen, wenn zum Beispiel von Schätzwerten ausgegangen wird.

Die Aufgaben dürfen nur mit Genehmigung des Hessischen Kultusministeriums veröffentlicht werden!

Name

Punkte

Aufgabenblock P
Pflichtaufgaben

Aufgabe P 1:

P 1.1 Bestimme den Wert für x:

$$2 \cdot (4{,}5x + 2{,}75) = 30x - (1{,}5 - 6x)$$

P 1.2 Löse auf nach h:

$$V = \frac{a^2 \cdot h}{3}$$

P 1.3 Zeichne exakt den Graphen der Funktion für x von - 5 bis + 5:
(Grundmenge = Reelle Zahlen / eine Einheit entspricht 1cm auf der x- und y-Achse)

$$y = \frac{2}{3}x - 2$$

9 Pkte.

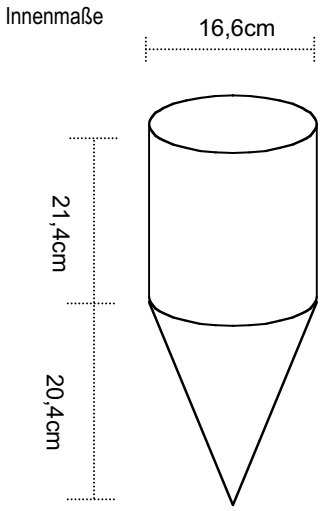
Aufgabe P 2:

Das abgebildete Gefäß wird mit Flüssigkeit gefüllt.

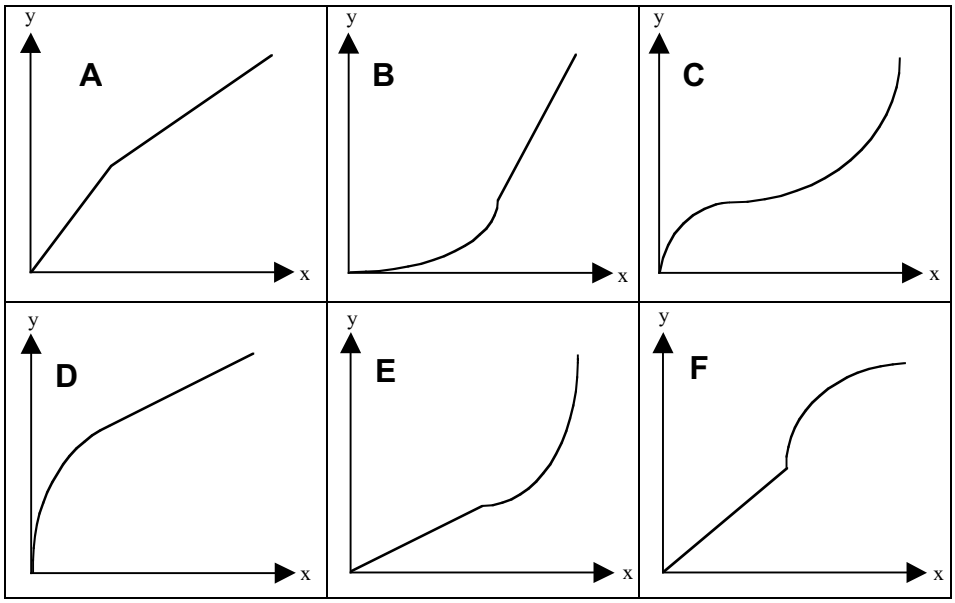
P 2.1 Wie viel Liter fasst das Gefäß?

P 2.2 Welcher der abgebildeten Füllgraphen *(Funktionsgraph, der die Wasserstandshöhe in Abhängigkeit von der Einfüllzeit darstellt.)* beschreibt den Füllvorgang richtig, wenn vorausgesetzt wird, dass die Flüssigkeit gleichmäßig eingefüllt wird? (Schreibe den Buchstaben des richtigen Graphen auf das Reinschriftpapier.)

P 2.3 Begründe deine Antwort.



Füllgraphen: (x-Achse: Zeit; y-Achse: Füllhöhe)



10 Pkte.

Die Aufgaben dürfen nur mit Genehmigung des Hessischen Kultusministeriums veröffentlicht werden!

Name

Punkte

Aufgabe P3:

P 3.1 Ein ICE (Schnellzug der Deutschen Bahn) fährt die 264 km lange Strecke von A nach B in 2 Stunden und 12 Minuten.
Berechne die Durchschnittsgeschwindigkeit dieser Fahrt in km/h.

P 3.2 Nenne allgemein die Bedingungen, unter denen zwei Größen antiproportional zueinander sind.

P 3.3 Ein Zug hat x Wagen mit 80 Sitzplätzen, y Wagen mit 40 Sitzplätzen. Welcher Term gibt an, wie viele Sitzplätze der Zug insgesamt hat?

A $x + y$
B $80x + 40y$
C $40x + 80y$
D $2x + y$
E Das kann man nicht sagen, ohne zu wissen, wie viele Wagen von jeder Sorte der Zug hat.

8 Pkte.

(Idee aus Dockhorn/Leiß: PISA weitergedacht, Grundbildungsorientierte Aufgaben für den Mathematik-Unterricht, HeLP, Wiesbaden 2002)

Aufgabe P4:

Klara Fleißig hat gerade ihre Lehre beendet und bekommt nun ihre erste Gehaltsabrechnung als Angestellte.
Ihr Bruttogehalt beträgt 1 760,00 €. Sie muss davon 243,62 € Steuern bezahlen.
Vom Bruttogehalt werden zudem 20,4 % für die Sozialversicherung abgezogen.

P 4.1 Wie viel Prozent des Bruttogehaltes entfallen auf Steuern?

P 4.2 Berechne den Sozialversicherungsbeitrag in Euro.

7 Pkte.

P 4.3 Wie viel Euro bekommt sie ausgezahlt (Nettogehalt)?

Die Aufgaben dürfen nur mit Genehmigung des Hessischen Kultusministeriums veröffentlicht werden!

Name

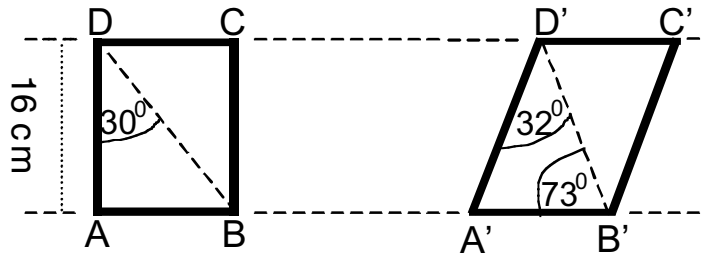
Punkte

Aufgabenblock W
Wahlaufgaben (Wähle zwei Aufgaben aus.)

Aufgabe W 1:

Gib die Ergebnisse in Zentimetern mit einer Stelle hinter dem Komma an.
Bei den nachfolgenden Berechnungen ist die Strichbreite nicht zu berücksichtigen!

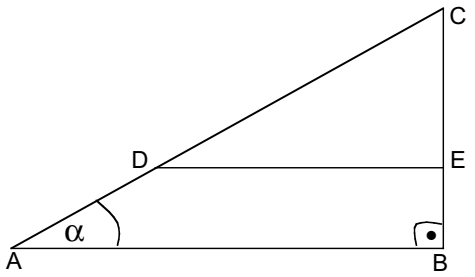
W 1.1 Zwischen zwei Parallelen mit dem Abstand 16 cm sind ein Rechteck und ein daraus durch Verschiebung entstandenes Parallelogramm einbeschrieben.



W 1.1.1 Berechne die Breite der Strecke $\overline{AB}$ des Rechtecks.

W 1.1.2 Berechne die Länge der Strecke $\overline{A'D'}$ im Parallelogramm.

W 1.2 Für die nebenstehende Abbildung gilt:
$\overline{AB} \parallel \overline{DE}$
.
Gib zwei Gleichungen an für sin α.



10 Pkte.

Aufgabe W 2:

In einem Bierglas wird der Zerfall von Bierschaum beobachtet. Die Höhe der Schaumsäule beträgt zu Beginn 7cm und verringert sich pro Minute auf das 0,9-fache.

W 2.1 Wie hoch ist die Schaumsäule nach der 1., 2. und 3. Minute? Runde jeweils auf eine Stelle hinter dem Komma.

W 2.2 Wie hoch ist die Schaumsäule nach der 10. Minute?

W 2.3 Stelle den allgemeinen Funktionsterm auf, mit dem man die Höhe der Schaumsäule nach der n-ten Minute errechnen kann.

W 2.4 Abhängig von verschiedenen Bedingungen kann der Schaum sehr schnell oder sehr langsam sinken. In der Aufgabe ist angegeben, dass sich der Schaum jeweils auf das 0,9-fache verringert. Innerhalb welcher Grenzen kann dieser Faktor liegen? Gib eine untere und eine obere Grenze an.

10 Pkte.

Die Aufgaben dürfen nur mit Genehmigung des Hessischen Kultusministeriums veröffentlicht werden!

Name

Punkte

Aufgabe W 3:

W 3.1 Timo hält einen Gartenschlauch und probiert, wie weit er mit dem Strahl spritzen kann. Die „Flugbahn“ eines Wassertropfens kann dabei mit der folgenden Gleichung beschrieben werden:

$$y = -0{,}2x^2 + 1{,}6x + 1{,}2$$

(y = Flughöhe in Meter, x = Flugweite in Meter)

aus Westermann Mathematik Erweiterungskurs 9

W 3.1.1 Erstelle eine Wertetabelle für die Flugbahn in **Zweimeterschritten** und beginne bei x = 0.

W 3.1.2 Zeichne den Graphen der Funktion für den Bereich der Flugbahn. (Ein Meter entspricht einem Zentimeter auf der x- und y-Achse.)

W 3.1.3 Berechne, in welcher Entfernung der Wasserstrahl auf den Boden trifft und formuliere die Antwort.

W 3.2 Warum kann der Verlauf des Wasserstrahls in der Aufgabe W 3.1 auf keinen Fall mit der Gleichung $y = +0{,}2x^2 + 1{,}6x + 1{,}2$ beschrieben werden? 10 Pkte.

Aufgabe W 4:

Wenn du diesen Trick mit deinen Freunden ausprobierst, werden sie dich für ein echtes Mathegenie halten:

Schritt 1: Denke dir eine Zahl zwischen 1 und 100 aus.
Schritt 2: Multipliziere sie mit 3.
Schritt 3: Addiere 45.
Schritt 4: Multipliziere mit 2.
Schritt 5: Dividiere durch 6.
Schritt 6: Subtrahiere deine Ausgangszahl.

Dein Freund wird erstaunt sein, dass du ihm nun das Ergebnis 15 nennen kannst.

(aus: Neumann / Nürnberger: Mensa Mathegenie, Leipzig 2002 (Verlagsgruppe Weltbild GmbH)

W 4.1 Wie kann der Trick funktionieren, obwohl
- das Rätsel mit einer dir unbekannten Zahl beginnt
- mit mehreren Zahlen multipliziert bzw. dividiert wurde?

Erkläre dies detailliert mit deinen eigenen Worten oder begründe mit Hilfe einer Rechnung.

W 4.2 Ändere die Aufgabenstellung in nur einem Schritt, so dass das Endergebnis immer 18 heißt.

W 4.3 Welche Bedingung muss eine Zahl in diesem Rechenschritt erfüllen, wenn das Endergebnis eine natürliche Zahl sein soll? 10 Pkte.

Aufgabe W 5:

W 5.1 Stelle in der Zehnerpotenzschreibweise mit einer Stelle vor dem Komma dar.

W 5.1.1 0,000 000 000 000 000 000 000 000 026 6 (Masse des Sauerstoffatoms in kg)

W 5.1.2 5 977 000 000 000 000 000 000 (Masse der Erde in Tonnen)

W 5.2 Vereinfache und schreibe nur mit positiven Exponenten.

$$\frac{42y^{-3}z^{-5}}{14y^{4}z^{-7}}$$

W 5.3 Vereinfache soweit wie möglich.

$$\sqrt{25ab^4c^2}$$

W 5.4 Löse das Gleichungssystem.

I. $5x + 4y = 39{,}9$
II. $x - 2y = -6{,}3$ 10 Pkte.

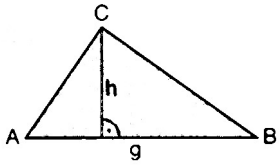
Die Aufgaben dürfen nur mit Genehmigung des Hessischen Kultusministeriums veröffentlicht werden!

Mathematische Formeln

n-Ecke

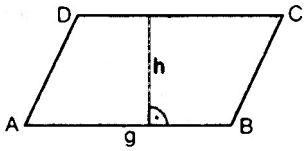
Dreieck

$$A = \frac{g \cdot h}{2}$$



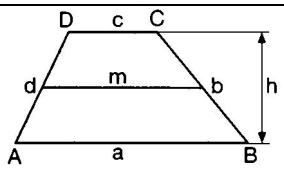
Parallelogramm

$$A = g \cdot h$$



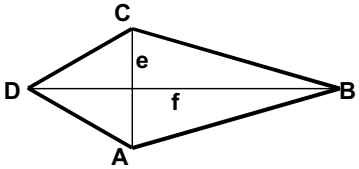
Trapez

$$A = \frac{a + c}{2} \cdot h$$



Drachen

$$A = \frac{e \cdot f}{2}$$



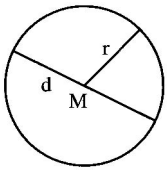
Kreis

Kreisfläche

$$A = \pi \cdot r^2$$

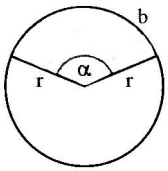
Kreisumfang

$$U = 2 \cdot \pi \cdot r$$



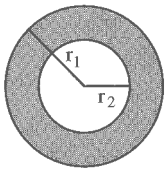
Kreissektor

$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360^0}$$



Kreisring

$$A = \pi \left(r_1^2 - r_2^2 \right)$$



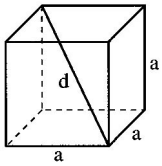
Körper

Würfel

$$V = a^3$$

$$O = 6 \cdot a^2$$

$$d = a\sqrt{3}$$

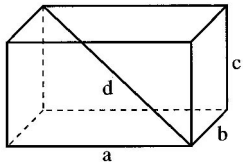


Quader

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$O = 2(ab + ac + bc)$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

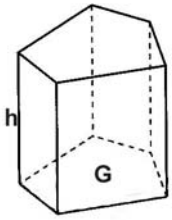


Prisma

$$V = G \cdot h$$

$$O = 2 \cdot G + M$$

(M: Mantelfläche)

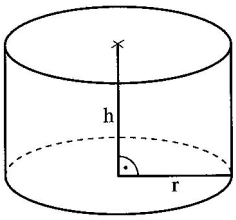


Zylinder

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$O = 2\pi r(r + h)$$

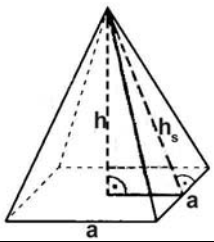
$$O = 2\pi r^2 + 2\pi rh$$



Pyramide
(quadratische)

$$V = \frac{1}{3} a^2 \cdot h$$

$$O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_s$$

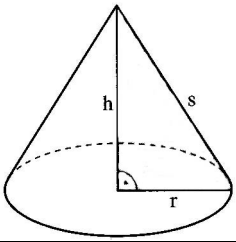


Kegel

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$O = \pi r(r + s)$$

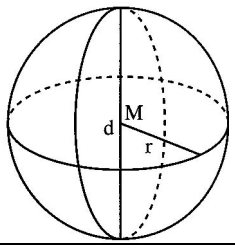
$$O = \pi r^2 + \pi rs$$



Kugel

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$



Mathematische Formeln

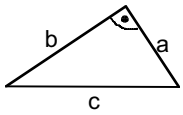
Quadratische Gleichungen:

Normalform: $x^2 + px + q = 0$ pq-Formel: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

Pythagoras:

Im rechtwinkligen Dreieck gilt:

$a^2 + b^2 = c^2$



Binomische Formeln:

I. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

II. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

III. $(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$

Prozent- und Zinsrechnung:

P_w: Prozentwert
G: Grundwert
p%: Prozentsatz/Zinssatz
K: Kapital
Z: Zinsen
I: Zeit

$$P_w = \frac{G \cdot p}{100}$$

$$Z = \frac{K \cdot p}{100} \cdot i$$

Trigonometrie

Im rechtwinkligen Dreieck gilt:

$$\sin\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} \qquad \cos\alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} \qquad \tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

Im allgemeinen Dreieck gilt:

Kosinussatz:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\cdot b\cdot c\cdot\cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2\cdot a\cdot c\cdot\cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2\cdot a\cdot b\cdot\cos\gamma$$

Sinussatz:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

Dieses Formelblatt darf nur für schulische Zwecke verwendet werden.