HESSEN

Hessisches Kultusministerium

Abschlussarbeit

Mathematik

Bildungsgang Realschule

Haupttermin: 03.06.2005

_____

Name der Schule

_____, _____

Name der Schülerin / des Schülers Klasse

GESAMT	NOTE
45 Punkte _____	

_____ _____

Ort, Datum Korrigierende Lehrkraft

Bearbeitungshinweise

Schreibe deinen Namen auf alle Blätter.

Nummeriere alle Seiten des Reinschriftpapiers und des Konzeptpapiers.

Die Bearbeitungszeit beträgt **90 Minuten.**

Am Ende der schriftlichen Prüfung musst du alle Blätter abgeben.

Die Arbeit besteht aus Pflichtaufgaben und Wahlaufgaben. Die Pflichtaufgaben müssen alle gerechnet werden. Von den Wahlaufgaben sind zwei Aufgaben zu bearbeiten.

Erlaubte Arbeitsmittel sind:

- Geodreieck
- Parabelschablone
- Ein technisch-wissenschaftlicher Taschenrechner (nicht programmierbar und nicht grafikfähig)
- Formelsammlung ohne Musterbeispiele oder die beigefügte Formelsammlung.

Beim Rechnen von Aufgaben mit Maßeinheiten können die Einheiten entweder in der gesamten Rechnung mitgeführt oder komplett weggelassen werden.
Das Ergebnis **muss** mit der richtigen Einheit / Dimension angegeben werden.

Antwortsätze sind dann zu formulieren, wenn dies ausdrücklich verlangt ist.

Die Rechenwege müssen bis zum Ergebnis nachvollziehbar sein.

Wird in den Rechnungen der Wert für π benötigt, so ist auf dem Taschenrechner die $\boxed{\pi\text{ –Taste}}$ zu benutzen.

In den Aufgabenstellungen ist in der Regel angegeben, auf wie viele Stellen die Ergebnisse gerundet werden sollen.

Die Aufgaben dürfen nur mit Genehmigung des Hessischen Kultusministeriums veröffentlicht werden!

Name: _____

Pflichtaufgaben

Aufgabe P 1

P 1.1 9 Pkt.

Berechne den Wert für x.

$$7x + 4 = 28 + 4x$$

P 1.2

Löse das Gleichungssystem.

$$\left| \begin{array}{r} y = 2x + 1 \\ 2y = 5x - 2 \end{array} \right|$$

P 1.3

Gegeben ist ein Parallelogramm ABCD mit $\left|\overline{AB}\right| = a = 4{,}9\,\text{cm}$, $h_a = 3{,}8\,\text{cm}$ und $\alpha = 59°$.

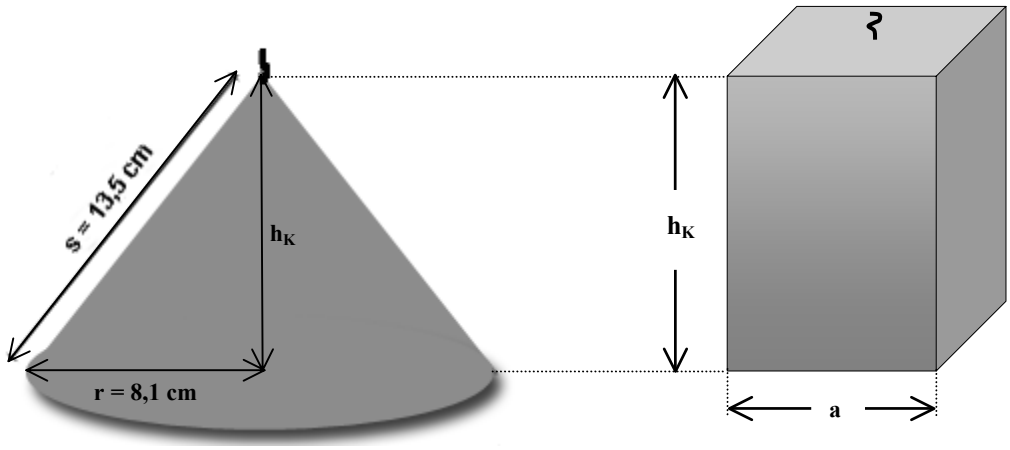
Zeichne das Parallelogramm und benenne die Eckpunkte.

Aufgabe P 2 11 Pkt.

P 2.1

Eine kegelförmige Kerze wird geschmolzen. Aus dem Wachs soll eine neue Kerze gegossen werden, die die Form einer quadratischen Säule hat und genauso hoch ist wie die kegelförmige Kerze.

Hinweis: Rechne mit den gerundeten Werten bei Bedarf weiter.



P 2.1.1

Berechne das Volumen der kegelförmigen Kerze. Gib das Ergebnis in cm³ ohne Nachkommastellen an.

P 2.1.2

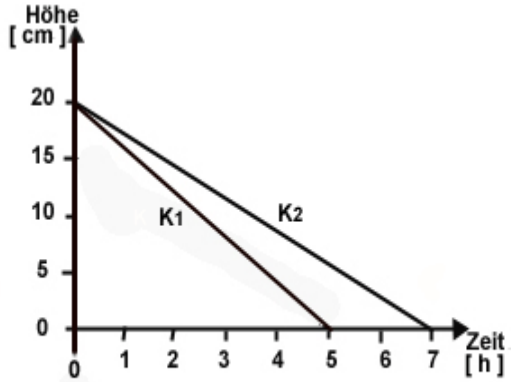
Berechne die Grundseite a der Säulenkerze. Gib das Ergebnis in cm mit einer Nachkommastelle an.

Die Aufgaben dürfen nur mit Genehmigung des Hessischen Kultusministeriums veröffentlicht werden! (RMHTS)

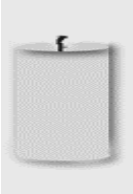
Name: _____

P 2.2
Zwei unterschiedliche Kerzen K_1 und K_2 aus dem gleichen Material werden abgebrannt. Stündlich wird ihre Höhe gemessen und in ein Diagramm eingetragen.

Was kannst du aus dem Diagramm über die Brenndauer jeder einzelnen Kerze ablesen und welche Aussagen kannst du über die Form der beiden Kerzen machen?



P 2.3



Eine 16 cm hohe, zylinderförmige Kerze hat eine Brenndauer von 10 Stunden. Sie brennt gleichmäßig ab. Gib den Buchstaben der Funktionsgleichung an, die den Abbrennvorgang beschreibt.
(x: Brennzeit in Stunden; y: Kerzenhöhe in cm)

A $y = 16 - 10x$
B $y = 16 - 1{,}6x$
C $y = 10 - 16x$
D $y = 16 - 16x$
E $y = 16 + 1{,}6x$

Aufgabe P 3 4 Pkt.

Sonja leiht sich am Wochenende den Roller ihrer Freundin. Der Tank des Rollers ist voll, der Kilometerzähler steht auf 2306,2 km. Bevor sie den Roller zurückbringt, füllt sie den Tank wieder auf. Dabei tankt sie 2,8 Liter. Der Kilometerzähler zeigt jetzt 2374,5 km.

P 3.1
Wie hoch ist der durchschnittliche Kraftstoffverbrauch des Rollers auf 100 km?
Gib das Ergebnis auf eine Nachkommastelle genau an.

P 3.2
Dieser Text stand in einer namhaften Testzeitschrift:

> **Berechnung des Benzinverbrauchs**
> Wer Treibstoff sparen will, muss erst einmal wissen, wie viel er verbraucht …: Randvoll tanken und gleichzeitig den Tageskilometerzähler auf Null stellen; beim nächsten Stopp voll tanken, die getankte Literzahl mit der gefahrenen Kilometerzahl multiplizieren und durch 100 teilen..

gek. n.: W. Herget, Die etwas andere Aufgabe- aus der Zeitung, Kallmeyer 1998, Seelze, S. 117

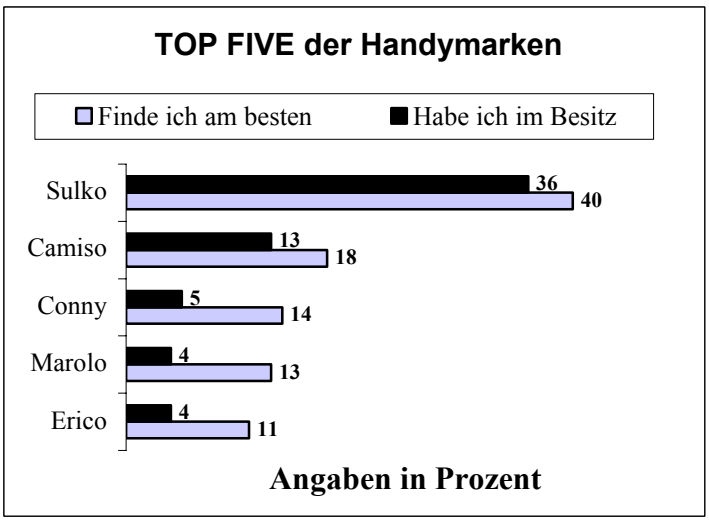
Ist das angegebene Berechnungsverfahren richtig? Begründe deine Antwort.

Die Aufgaben dürfen nur mit Genehmigung des Hessischen Kultusministeriums veröffentlicht werden! (RMHTS)

Name: _____

Aufgabe P 4 3 Pkt.

Bei einer Umfrage unter Jugendlichen zu ihren Vorlieben für Handymarken ergab sich folgendes Bild:
(Bei jeder Frage durfte nur eine Handymarke genannt werden.)



P 4.1
Wie viel Prozent aller Jugendlichen besaßen kein Handy der fünf genannten Marken?

P 4.2
162 Jugendliche gaben an, ein Handy von Camiso am besten zu finden.
Berechne die Gesamtzahl der Befragten.

Die Aufgaben dürfen nur mit Genehmigung des Hessischen Kultusministeriums veröffentlicht werden! (RMHTS)

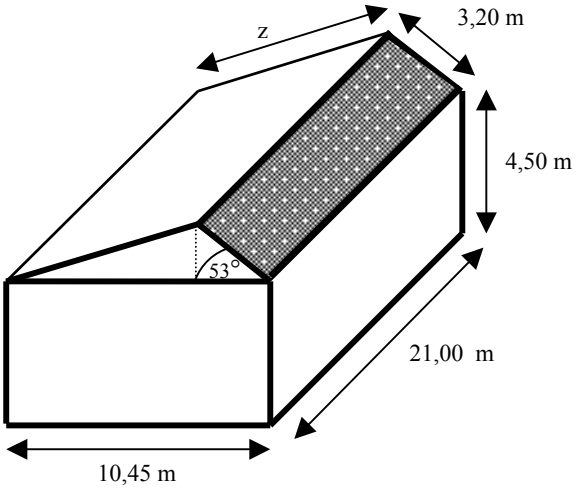
Name: _____

Wahlaufgaben

Wähle zwei Aufgaben aus

Aufgabe W 1 9 Pkt.

Bei der Planung einer Fabrikhalle wird der Einbau von Solarzellen auf der kleineren Dachseite vorgesehen. Der optimale Neigungswinkel dieser Dachseite beträgt 53°.



Hinweis:
Gib alle berechneten Längenangaben in Meter mit zwei Stellen nach dem Komma an und alle berechneten Flächenangaben in m² mit zwei Stellen nach dem Komma. Rechne mit den gerundeten Werten bei Bedarf weiter.

W 1.1
Berechne den Flächeninhalt des mit Solarzellen bedeckten Dachteils.

W 1.2
Berechne die Gesamthöhe des Gebäudes.

W 1.3
Berechne den Flächeninhalt des größeren Dachteils.

Die Aufgaben dürfen nur mit Genehmigung des Hessischen Kultusministeriums veröffentlicht werden! (RMHTS)

Name: _____

Aufgabe W 2 9 Pkt.

W 2.1
So stand es in der Zeitung:

> Indien hatte zu Beginn des Jahres 2005 eine Einwohnerzahl von 1047 Millionen. Obwohl man schon seit langem gegen das hohe Bevölkerungswachstum ankämpft, wächst die Bevölkerung weiterhin jährlich um 14,5 Millionen Menschen. Damit wird sich die Bevölkerung in 50 Jahren verdoppelt haben.

geänd.n.: Heinz Böer u.a., Mathelive Erweiterungskurs 10, Ernst-Klett-Verlag, Stuttgart, S. 110

W 2.1.1
Überprüfe, ob sich die Bevölkerung von Indien bei einem jährlichen Wachstum von 14,5 Millionen Menschen in 50 Jahren tatsächlich verdoppelt. Formuliere eine Antwort.

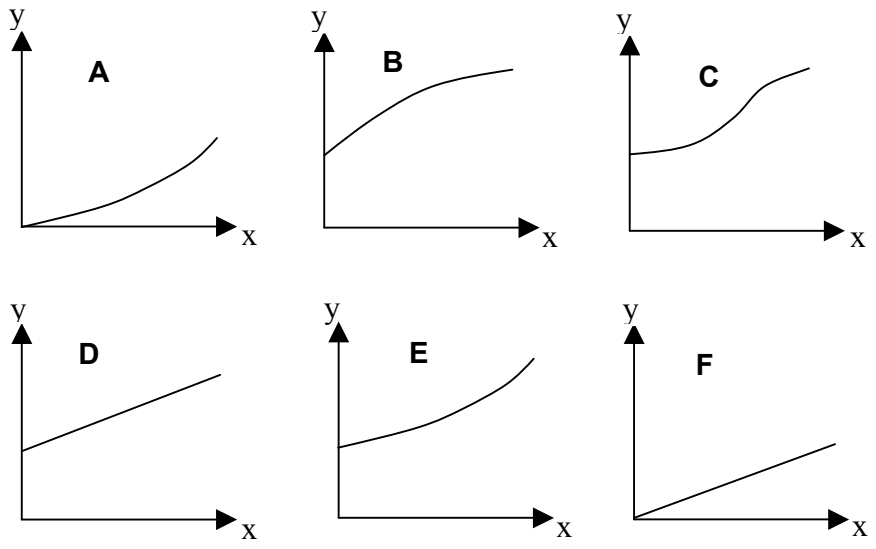
W 2.1.2
Nachfolgend sind mehrere Graphen abgebildet. Notiere den Buchstaben des Graphen, der zu diesem Wachstum passt.

W 2.2
W 2.2.1
Die Bevölkerung wächst in der Regel anders, als in der Zeitung steht, nämlich jährlich mit demselben Faktor („Wachstumsfaktor"). Gib diesen Wachstumsfaktor mit drei Stellen nach dem Komma an, wenn die Bevölkerung bis zum Ende des Jahres 2005 auf 1061,5 Millionen Menschen angewachsen sein wird.

W 2.2.2
Berechne mit Hilfe des gerundeten Wachstumsfaktors die Bevölkerung Indiens in 50 Jahren. Gib das Ergebnis in Millionen an.

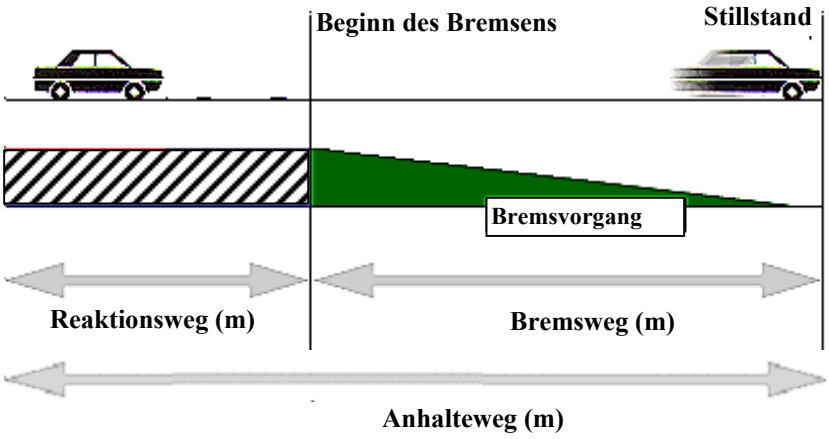
W 2.2.3
Notiere den Buchstaben des Graphen, der zu diesem Wachstum passt.

Bevölkerungsentwicklung
(x-Achse: Zeit in Jahren ab 2005; y-Achse: Bevölkerungszahl)



Name: _____

Aufgabe W 3 9 Pkt.



Der Anhalteweg eines Kraftfahrzeugs setzt sich aus dem Reaktionsweg und dem Bremsweg zusammen (s. Abbildung). Beide Werte sind von der gefahrenen Geschwindigkeit x (in km/h) abhängig und sind bei trockener Fahrbahn mit den folgenden Faustformeln näherungsweise zu berechnen:

Reaktionsweg (in m) : $0{,}3x$
Bremsweg (in m) : $0{,}01x^2$

Damit lässt sich der **Anhalteweg** y (in m) aus der vorher gefahrenen Geschwindigkeit x (in km/h) mit Hilfe der folgenden Gleichung berechnen:

$$y = 0{,}01x^2 + 0{,}3x$$

W 3.1
Erstelle eine Wertetabelle für die Zuordnung Geschwindigkeit x → Anhalteweg y für Geschwindigkeiten von 0 km/h bis 100 km/h in Schritten von 20 km/h.

W 3.2
Zeichne den Graphen der Zuordnung Geschwindigkeit → Anhalteweg aus W 3.1 in ein geeignetes Koordinatensystem.

W 3.3
Bei welcher Geschwindigkeit ungleich 0 sind Reaktionsweg und Bremsweg gleich lang?

W 3.4
Peter hat im Auto seines Vaters gesehen, dass der Tachometer bis 200 km/h geht. Um den Bremsweg für diese hohe Geschwindigkeit auszurechnen, multipliziert er den Bremsweg bei 100 km/h einfach mit 2. Führt Peters Methode zum richtigen Ergebnis? Begründe deine Antwort.

Die Aufgaben dürfen nur mit Genehmigung des Hessischen Kultusministeriums veröffentlicht werden! (RMHTS)

Name: _____

Aufgabe W 4 9 Pkt.

Wie schwer ist wohl dieser leere Mülleimer?

Ein Quadratzentimeter des ausgerollten Kunststoffs wiegt 0,2 g.

Aufgabe W 5 9 Pkt.

W 5.1
Auf dem Tisch steht ein Behälter mit drei Karten. Eine Karte trägt den Buchstaben M, eine den Buchstaben O und eine den Buchstaben A.

W 5.1.1
Petra zieht aus dem Behälter ohne hinein zu sehen nacheinander die drei Karten und legt diese **in der Reihenfolge des Ziehens** auf den Tisch.
Berechne, wie groß die Wahrscheinlichkeit dafür ist, dass das Wort OMA entsteht.

W 5.1.2
Otto zieht aus dem Behälter eine Karte, notiert den Buchstaben und **legt die gezogene Karte wieder zurück**. Diesen Vorgang wiederholt er noch zweimal.
Berechne, wie groß die Wahrscheinlichkeit dafür ist, dass das Wort OMA entsteht.

W 5.1.3
Nina zieht aus dem Behälter eine Karte, schreibt den Buchstaben auf einen Notizzettel und **legt die gezogene Karte wieder zurück**. Diesen Vorgang wiederholt sie noch zweimal.
Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Nina mit den Buchstaben auf den Notizzetteln das Wort OMA bilden kann.

W 5.2
Dieser Artikel erschien 1992 in der Tagespresse:

> **<u>18 000 DM Durchschnittseinkommen</u>**
> Während die 61 Mio. Westdeutschen 1991 ein jährliches Durchschnittseinkommen von 26 000 DM hatten, belief es sich für die 18 Mio. Einwohner Ostdeutschlands auf 10 000 DM. (Angaben auf 1000 DM gerundet)

geänd. n.: Udo Kietzmann u.a., Mathelive 7, Klett-Verlag, Stuttgart 2000, S. 114

W 5.2.1
Wie wurde das in der Überschrift genannte Durchschnittseinkommen berechnet?

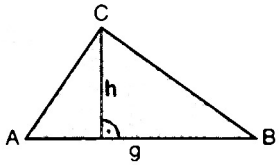
W 5.2.2
Berechne das tatsächliche Durchschnittseinkommen. Runde dein Ergebnis auf 1000 DM.

Die Aufgaben dürfen nur mit Genehmigung des Hessischen Kultusministeriums veröffentlicht werden! (RMHTS)

n-Ecke

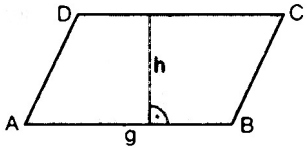
Dreieck

$$A = \frac{g \cdot h}{2}$$



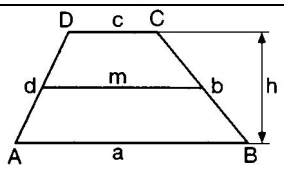
Parallelogramm

$$A = g \cdot h$$



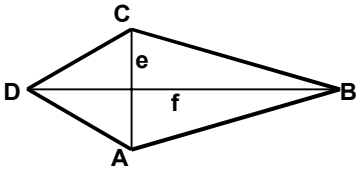
Trapez

$$A = \frac{a + c}{2} \cdot h$$



Drachen

$$A = \frac{e \cdot f}{2}$$



Kreis

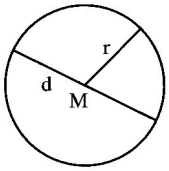
Kreisfläche

$$A = \pi \cdot r^2$$

Kreisumfang

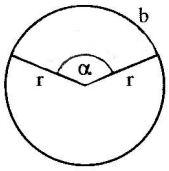
$$U = 2 \cdot \pi \cdot r$$

oder $U = d \cdot \pi$



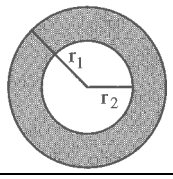
Kreissektor

$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360°}$$



Kreisring

$$A = \pi \cdot \left(r_1^{\,2} - r_2^{\,2}\right)$$



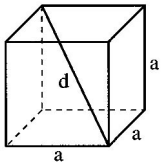
Körper

Würfel

$$V = a^3$$

$$O = 6 \cdot a^2$$

$$d = a\sqrt{3}$$

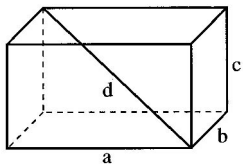


Quader

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$O = 2(ab + ac + bc)$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

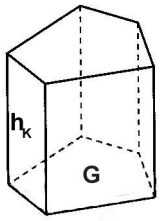


Prisma

$$V = G \cdot h_K$$

$$O = 2 \cdot G + M$$

(G:Grundfläche;
M:Mantelfläche)

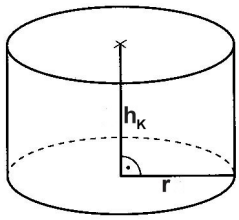


Zylinder

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h_K$$

$$O = 2\pi r(r + h_K)$$

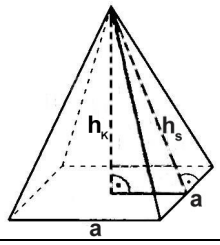
$$O = 2\pi r^2 + 2\pi r h_K$$



Pyramide
(quadratische)

$$V = \frac{1}{3} a^2 \cdot h_K$$

$$O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_S$$

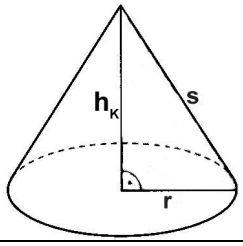


Kegel

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h_K$$

$$O = \pi r(r + s)$$

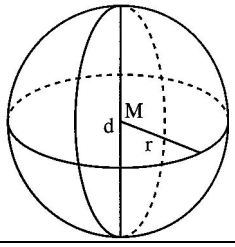
$$O = \pi r^2 + \pi r s$$



Kugel

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$



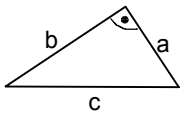
Quadratische Gleichungen:

Normalform: $x^2 + px + q = 0$ pq-Formel: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

Pythagoras:

Im rechtwinkligen Dreieck gilt:

$a^2 + b^2 = c^2$



Binomische Formeln:

I. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

II. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

III. $(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$

Prozent- und Zinsrechnung:

P_w: Prozentwert
G: Grundwert
p%: Prozentsatz / Zinssatz
K: Kapital
Z: Zinsen
i: Zeitfaktor

$$P_w = \frac{G \cdot p}{100}$$

$$Z = \frac{K \cdot p}{100} \cdot i$$

Trigonometrie

Im rechtwinkligen Dreieck gilt:

$$\sin\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} \qquad \cos\alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} \qquad \tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

Im allgemeinen Dreieck gilt:

Kosinussatz:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\cdot b\cdot c\cdot\cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2\cdot a\cdot c\cdot\cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2\cdot a\cdot b\cdot\cos\gamma$$

Sinussatz:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$