HESSEN

Hessisches Kultusministerium

Abschlussarbeit

Mathematik

Bildungsgang Realschule

Haupttermin 19.05.2006

_____

Name der Schule

_____, _____

Name der Schülerin / des Schülers | Klasse

GESAMT	NOTE
46 Punkte _____	

_____ _____

Ort, Datum | Korrigierende Lehrkraft

Bearbeitungshinweise

Schreibe deinen Namen auf alle Blätter.

Nummeriere alle Seiten des Reinschriftpapiers und des Konzeptpapiers.

Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.

Am Ende der schriftlichen Prüfung musst du alle Blätter abgeben.

Die Arbeit besteht aus Pflichtaufgaben und Wahlaufgaben. Die **Pflichtaufgaben** müssen **alle** gerechnet werden. Von den **Wahlaufgaben** sind **zwei** Aufgaben zu bearbeiten.

Erlaubte Arbeitsmittel sind:

- Geodreieck
- Parabelschablone
- Ein technisch-wissenschaftlicher Taschenrechner (nicht programmierbar und nicht grafikfähig)
- Formelsammlung ohne Musterbeispiele oder die beigefügte Formelsammlung.

Beim Rechnen von Aufgaben mit Maßeinheiten können die Einheiten entweder in der gesamten Rechnung mitgeführt oder komplett weggelassen werden.
Das Ergebnis **muss** mit der richtigen Einheit / Dimension angegeben werden.

Antwortsätze sind dann zu formulieren, wenn dies ausdrücklich verlangt ist.

Die Rechenwege müssen bis zum Ergebnis nachvollziehbar sein.

Wird in den Rechnungen der Wert für π benötigt, so ist auf dem Taschenrechner die π – Taste zu benutzen.

Ist das Ergebnis ein Bruch, so ist dieser so weit wie möglich zu kürzen.

In den Aufgabenstellungen ist in der Regel angegeben, auf wie viele Stellen die Ergebnisse gerundet werden sollen.

Die Aufgaben dürfen nur mit Genehmigung des Hessischen Kultusministeriums veröffentlicht werden!

Name: _____

Pflichtaufgaben

5 Pkt.

Aufgabe P 1

P 1.1

Der Term x + x + x + x soll vereinfacht werden. Notiere den Buchstaben der richtigen Lösung.

$x + 4$	x^4	$4x$	4^x
A	B	C	D

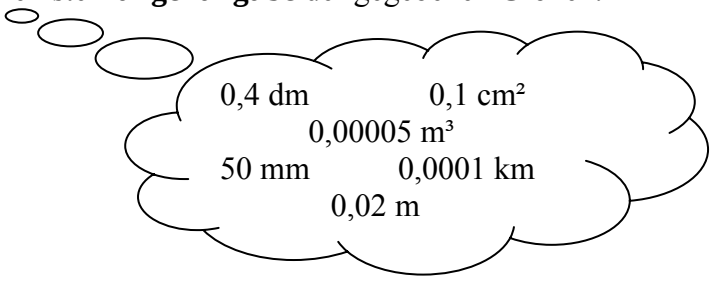
P 1.2

Gegeben sind vier Terme. x ist positiv. Schreibe jeden Term ab und vermerke jeweils dahinter, ob sein Wert **sehr groß**, **sehr klein** oder **fast Null** wird, wenn x sehr groß wird.

$2x + \frac{1}{2}$ $\quad$ $\frac{1}{x+1}$ $\quad$ $-x^2$ $\quad$ $(-x)^2$

P 1.3

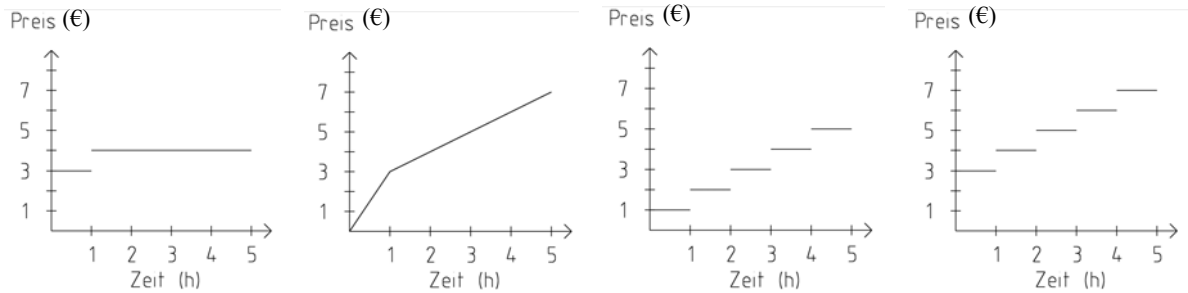
Notiere die kleinste **Längenangabe** der gegebenen Größen.



P 1.4

Fahrradverleih Pedalo
1. Stunde: 3,00 €
Jede weitere angefangene Stunde: 1,00 €

Welches Diagramm zeigt die Verleihkosten des Fahrradverleihs in Abhängigkeit von der Zeit?
Notiere den Lösungsbuchstaben.



Die Aufgaben dürfen nur mit Genehmigung des Hessischen Kultusministeriums veröffentlicht werden!

Name: _____

Aufgabe P 2

6 Pkt.

Im Jahre 2003 hat das Bundesinstitut für Berufsbildung Jungen und Mädchen in Abschlussklassen über ihre Pläne nach dem Schulabschluss befragt. Insgesamt antworteten 3400 Jugendliche.

Es gaben an:	**Betriebliche Berufsausbildung**	**Schulische Berufsausbildung**	Studium	Weiterführende Schule	Arbeit	Wehr/ Zivildienst	Weiß noch nicht
Von den Mädchen	32 %	12 %	14 %	33 %	1 %	0 %	8 %
Von den Jungen	43 %	4 %	4 %	32 %	1 %	13 %	3 %
insgesamt	**37 %**	**8 %**	**9 %**	**33 %**	**1 %**	**6 %**	**6 %**

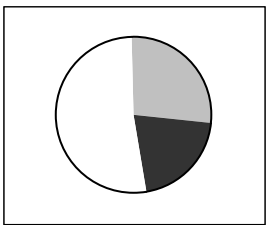
Geändert nach: Bundesministerium für Bildung und Forschung, Berufsbildungsbericht 2004, S. 62, Übersicht 15

P 2.1
Berechne die Anzahl der insgesamt befragten Jugendlichen, die nach der Schule eine Berufsausbildung – unabhängig davon, ob betrieblich oder schulisch - anstrebten.

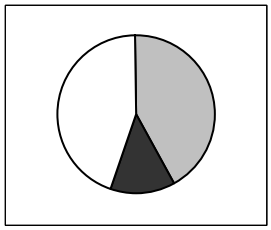
P 2.2.1
Welches der Diagramme gibt die Anteile richtig wieder?

Betriebliche Berufsausbildung
Schulische Berufsbildung
Andere Angabe

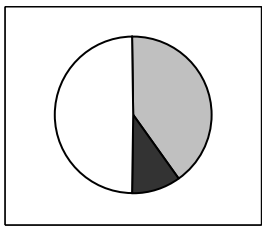
Notiere den Lösungsbuchstaben.



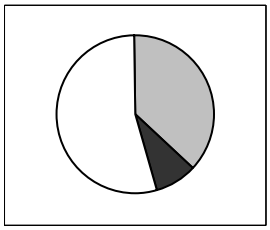
A



B



C



D

P 2.2.2
Berechne die Größe des Winkels für den Sektor „Betriebliche Berufsausbildung“. Entnimm dazu die notwendige Angabe aus der Tabelle.

Die Aufgaben dürfen nur mit Genehmigung des Hessischen Kultusministeriums veröffentlicht werden!

Name: _____

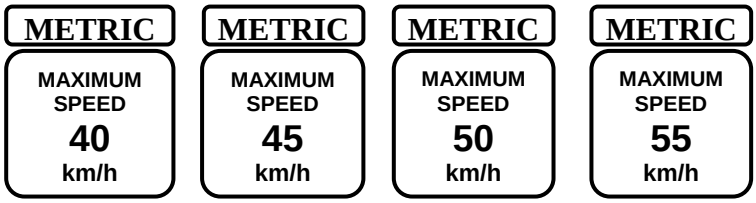
Aufgabe P 3

9 Pkt.

P 3.1
In den USA werden Geschwindigkeiten meistens in MPH (miles per hour) angegeben. Manchmal findet man dort Schilder, auf denen zulässige Höchstgeschwindigkeiten in km/h und in MPH stehen.

P 3.1.1
Auf einem Schild ist die Höchstgeschwindigkeit mit 30 MPH angegeben.
Berechne die Geschwindigkeit in km/h auf Zehntel genau.

P 3.1.2
Welches der folgenden Schilder würdest du neben 30 MPH aufstellen? Begründe kurz.



A B C D

P 3.2
An der Anlegestelle einer Fährverbindung steht die folgende Preistafel:

Karte	**1 Person**	**50 €**
Sammelkarte	**10 Personen**	**475 €**
Sammelkarte	**20 Personen**	**900 €**

P 3.2.1
Handelt es sich bei der Preistabelle um eine proportionale Zuordnung? Begründe deine Antwort.

P 3.2.2
Die Fährgesellschaft will eine Sammelkarte für 50 Personen einführen. Dafür gibt es verschiedene Möglichkeiten. Bestimme einen angemessenen Preis und begründe deine Vorgehensweise.

P 3.3
Temperaturen werden in Amerika in Grad Fahrenheit angegeben. In einem Reiseführer wird die folgende Vorschrift zur Umrechnung in Grad Celsius angegeben.

$$(\text{Grad Fahrenheit} - 32) \cdot \frac{5}{9} = \text{Grad Celsius}$$

Welche Temperatur in Grad Fahrenheit zeigt ein Thermometer bei – 8° Celsius?

Die Aufgaben dürfen nur mit Genehmigung des Hessischen Kultusministeriums veröffentlicht werden!

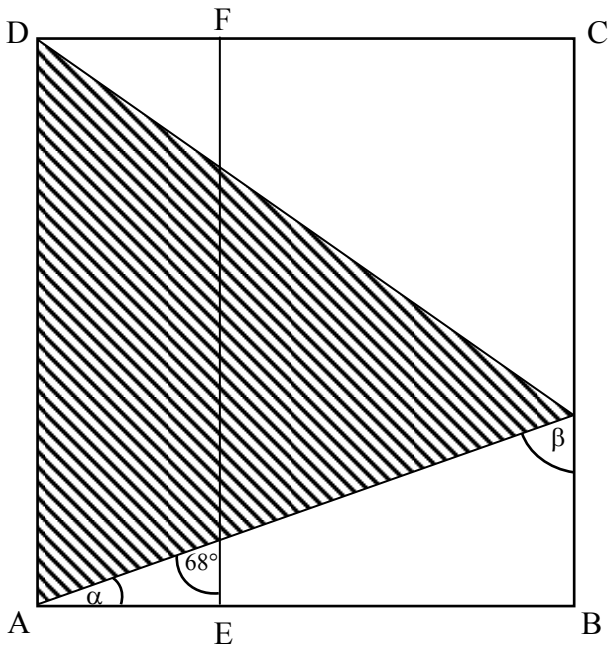
Name: _____

Aufgabe P 4 6 Pkt.

Das Viereck ABCD ist ein Rechteck. $\overline{EF}$ ist parallel zu $\overline{AD}$.

P 4.1.1

Bestimme die Winkel α und β ohne zu messen.



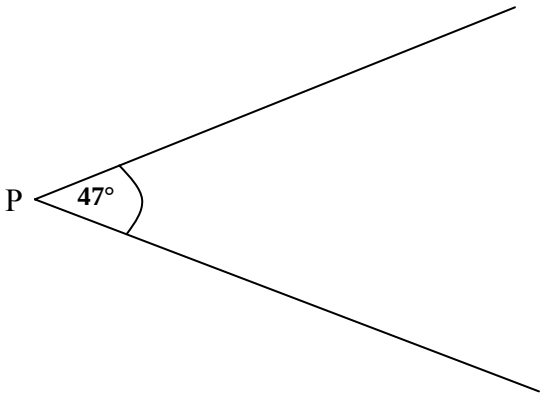
Die Zeichnung ist nicht maßstabsgerecht.

P 4.1.2

Wie viel Prozent des Rechtecks sind schraffiert?

P 4.2

Die Herren Bequemlich und Gemütlich gehen zum selben Zeitpunkt und mit der gleichen Geschwindigkeit von Platz P los. Als beide 640 m gegangen sind, teilt Herr Bequemlich Herrn Gemütlich mit dem Handy mit, dass sie sich noch einmal treffen müssen. Natürlich wollen beide gleich weit gehen, aber maximal 400 m.
Die Zeichnung ist nicht maßstabgerecht.



Zeichne einen Winkel von 47° und ermittle zeichnerisch alle möglichen Treffpunkte.
In deiner Zeichnung soll 1 cm genau 100 m entsprechen

Die Aufgaben dürfen nur mit Genehmigung des Hessischen Kultusministeriums veröffentlicht werden!

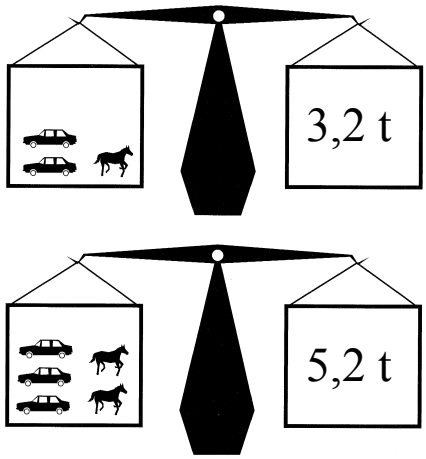
Name: _____

Aufgabe P 5

Berechne, wie viel ein Auto und wie viel ein Pferd wiegt.

4 Pkt.

Waage



geändert nach: Neumann/Nürnberger, Mathegenie (Übersetzung ins Deutsche), Verlagsgruppe Weltbild, Augsburg, 2002, S. 181

Die Aufgaben dürfen nur mit Genehmigung des Hessischen Kultusministeriums veröffentlicht werden!

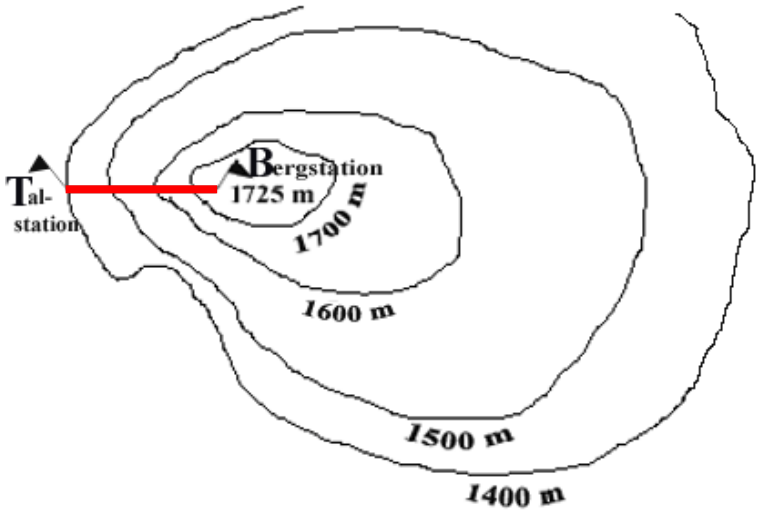
Name: _____

Wahlaufgaben

Aufgabe W 1

8 Pkt.

Auf einer Karte eines Skigebietes ist ein Lift zur Bergstation eingezeichnet. Die Karte hat den Maßstab 1 : 40 000, die Höhenlinien sind im Abstand von 100 Metern Höhenunterschied eingetragen. Die eingezeichnete Strecke gibt die horizontale Entfernung von **B**erg- und **T**alstation an (nicht die Liftlänge).



W 1.1
Welchen Höhenunterschied überwindet der Lift?

W 1.2
Berechne die **horizontale** Entfernung von Tal- und Bergstation.
Hinweis: Miss dazu die Strecke zwischen den Punkten B und T in der Karte.

W 1.3
Berechne die tatsächliche Entfernung zwischen Tal- und Bergstation. Runde auf Meter.
Hinweis: Fertige zunächst eine Skizze an und trage die Maße ein, die dir bisher bekannt sind.

W 1.4
Berechne den durchschnittlichen Steigungswinkel des Liftes. Gib das Ergebnis gerundet ohne Nachkommastelle in Grad an.

W 1.5
Beträgt die durchschnittliche Steigung des Lifts mehr oder weniger als 50%? Begründe deine Antwort.

Die Aufgaben dürfen nur mit Genehmigung des Hessischen Kultusministeriums veröffentlicht werden!

Name: _____

Aufgabe W 2

8 Pkt.

Die Wasserhyazinthe ist eine tropische Wasserpflanze, die sich sehr schnell vermehrt. Jede Woche wächst die von ihr bedeckte Oberfläche um bis zu 40%. Dies entspricht einem Wachstumsfaktor von 1,4.
Im Sommer 1998 bedeckten Wasserhyazinthen auf dem Viktoriasee (Gesamtoberfläche 68 000 km²) eine Fläche von 4000 km².

W 2.1
W 2.1.1
Berechne, wie viele km² die Wasserhyazinthen bei optimalen Wachstumsbedingungen nach drei und nach sechs Wochen bedecken. Runde, wenn nötig, auf ganze km².
W 2.1.2
Gib einen Term an, mit dem die von den Wasserhyazinthen bedeckte Fläche nach x Wochen berechnet werden kann.

W 2.2.
Eine Umweltorganisation behauptete, der Viktoriasee könnte bei ungehindertem Wachstum der Pflanzen bereits nach acht bis neun Wochen völlig bedeckt sein. Überprüfe diese Behauptung und formuliere eine Antwort.

W 2.3
Das Wachstum der Wasserhyazinthen wird oft unterschiedlich beschrieben. So berichtete eine Zeitung:

> „**Natürliche“ Gefahren**
> Eine große Gefahr stellt die Wasserhyazinthe im afrikanischen Viktoriasee dar. Sie wächst so schnell, dass sich die von ihr bedeckte Fläche täglich um 5 % vergrößert.

geändert nach: Frankfurter Rundschau 12.05.2001

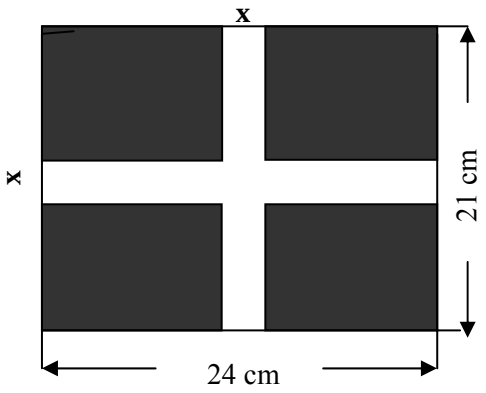
Entscheide, ob die hier angegebene Wachstumsgeschwindigkeit ungefähr der Angabe entspricht, wonach die von Wasserhyazinthen bedeckte Oberfläche jede Woche um 40% wächst. Begründe deine Entscheidung mit einer Rechnung.

Die Aufgaben dürfen nur mit Genehmigung des Hessischen Kultusministeriums veröffentlicht werden!

Name: _____

Aufgabe W 3

Im folgenden Rechteck wurden weiße Streifen wie in der Abbildung eingezeichnet. (Die Zeichnung ist nicht maßstabsgerecht) 8 Pkt.



W 3.1
Wie groß ist die weiße Fläche für x = 2 cm?

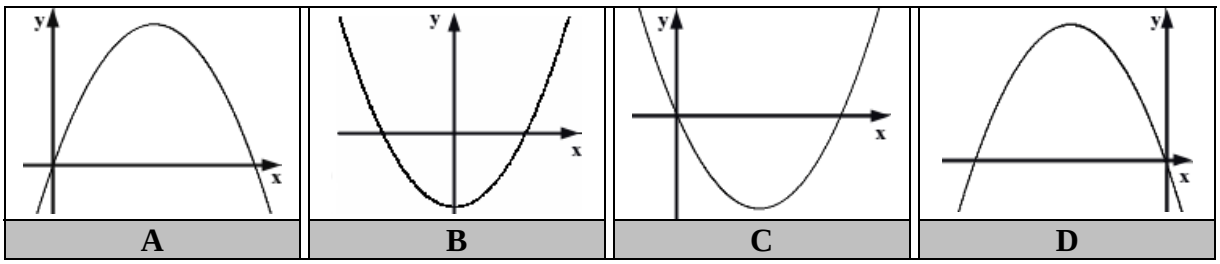
W 3.2
Karin und Svenja haben die folgenden Terme für die Berechnung der weißen Fläche aufgestellt. (Die Maßeinheit cm wurde der Einfachheit halber weggelassen.)

Karin: $(24 + 21) \cdot x - x^2$
Svenja: $x \cdot 24 - x^2 + x \cdot 21$

Überprüfe, ob die beiden Terme gleichwertig sind.

W 3.3
Der Flächeninhalt der weißen Fläche kann auch mit dem Term $-x^2 + 45x$ bestimmt werden. Wie groß müsste man x wählen, damit die weiße Fläche 126 cm² groß ist?

W 3.4
Welche Abbildung skizziert den Graphen der Funktion $y = -x^2 + 45x$?

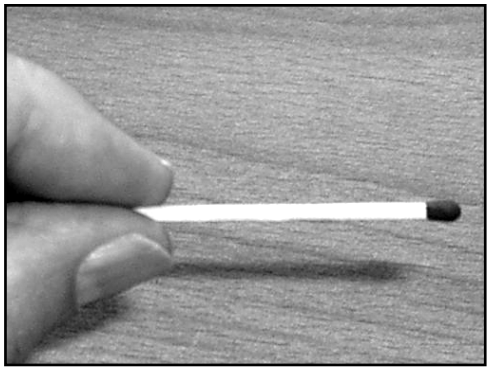


Die Aufgaben dürfen nur mit Genehmigung des Hessischen Kultusministeriums veröffentlicht werden!

Name: _____

Aufgabe W 4

8 Pkt.



Eine Streichholzfirma kauft einen Fichtenwald und will aus dem Holz der Baumstämme (Stammholz) Streichhölzer herstellen.

Es soll näherungsweise berechnet werden, wie viele Streichhölzer aus den Baumstämmen dieses Waldes hergestellt werden können.

W 4.1
Berechne mit Hilfe geeigneter Schätzwerte, wie viel Holz man ungefähr für ein Streichholz benötigt.

W 4.2
Berechne mit Hilfe geeigneter Schätzwerte, wie viel Holz ein Baumstamm ungefähr hat.

W 4.3
Der Fichtenwald hat eine Fläche von 1 km². Die Bäume stehen ungefähr in einem Abstand von 10 m voneinander.
Berechne, wie viel Stammholz ungefähr auf dem gesamten Waldstück steht.

W 4.4
Berechne die ungefähre Anzahl von Streichhölzern, die man mit dem Holz der Baumstämme dieses Waldes herstellen kann.
Gib das Ergebnis gerundet auf Milliarden an.

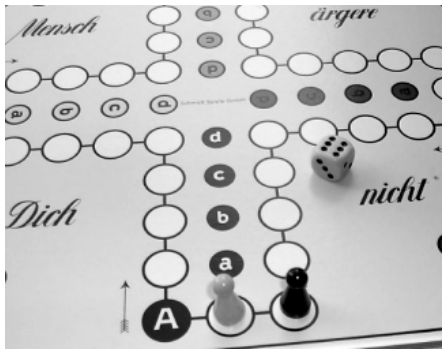
Die Aufgaben dürfen nur mit Genehmigung des Hessischen Kultusministeriums veröffentlicht werden!

Name: _____

Aufgabe W 5

W 5.1

Bei dem Brettspiel Mensch-ärgere-dich-nicht wird reihum mit einem Würfel gewürfelt und um die gewürfelte Augenzahl vorgerückt. Nach einer Runde um das Spielfeld setzt man seine Figuren in die vier Zielfelder **a, b, c** und **d**. Wenn man auf eine Figur einer anderen Farbe trifft, so wird diese Figur geschlagen (aus dem Feld entfernt).
Im rechten Bild darf Schwarz würfeln.



W 5.1.1

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er die davor stehende gelbe Figur (in der Abbildung hell) schlägt?

W 5.1.2

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Schwarz mit dem nächsten Wurf auf eines der vier schwarzen Zielfelder **a, b, c, oder d** kommt?

W 5.1.3

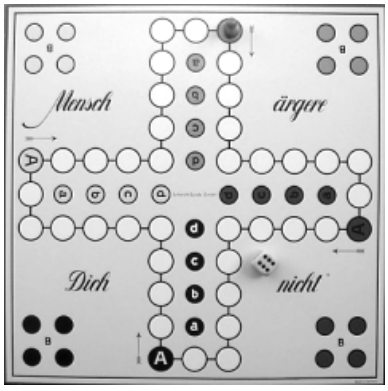
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Schwarz im nächsten Wurf Gelb schlägt und mit dem folgenden Wurf auf die schwarzen Zielfelder kommt?

W 5.1.4

Welche Möglichkeiten hat Schwarz, um mit genau 2 Würfen auf Feld **d** zu kommen?

W 5.2

Ein Mensch-ärgere-dich-nicht-Spiel hat 40 Felder vom Start bis zu den Zielfeldern. Wie oft muss man durchschnittlich würfeln, bis eine Figur diese Runde zurückgelegt hat (wenn man außer Acht lässt, dass man auch geschlagen werden kann)?
Runde das Ergebnis auf eine ganze Zahl.



W 5.3

Begründe oder widerlege: Der Mittelwert (das arithmetische Mittel) von 6 verschiedenen ganzen Zahlen liegt **immer** zwischen der drittgrößten und der viertgrößten Zahl.

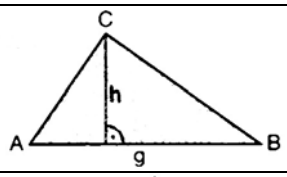
Die Aufgaben dürfen nur mit Genehmigung des Hessischen Kultusministeriums veröffentlicht werden!

Mathematische Formeln

n-Ecke

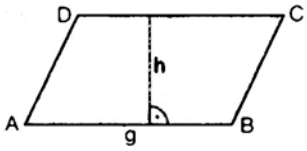
Dreieck

$$A = \frac{g \cdot h}{2}$$



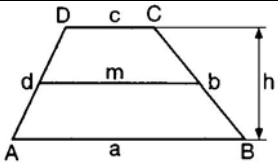
Parallelogramm

$$A = g \cdot h$$



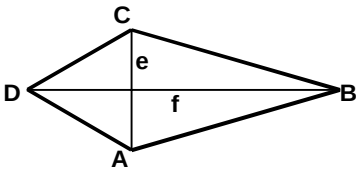
Trapez

$$A = \frac{a + c}{2} \cdot h$$



Drachen

$$A = \frac{e \cdot f}{2}$$



Kreis

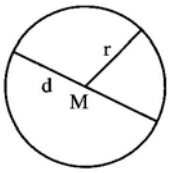
Kreisfläche

$$A = \pi \cdot r^2$$

Kreisumfang

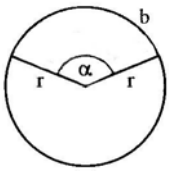
$$U = 2 \cdot \pi \cdot r$$

oder $U = d \cdot \pi$



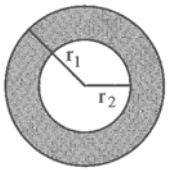
Kreissektor

$$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360^0}$$



Kreisring

$$A = \pi \cdot \left(r_1^{\,2} - r_2^{\,2}\right)$$



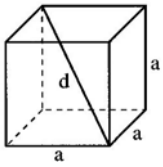
Körper

Würfel

$$V = a^3$$

$$O = 6 \cdot a^2$$

$$d = a\sqrt{3}$$

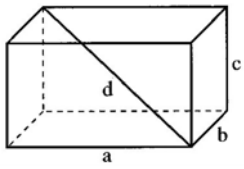


Quader

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$O = 2(ab + ac + bc)$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

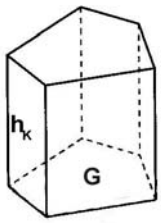


Prisma

$$V = G \cdot h_K$$

$$O = 2 \cdot G + M$$

(G:Grundfläche;
M:Mantelfläche)

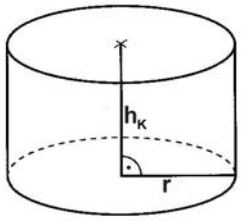


Zylinder

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h_K$$

$$O = 2\pi r(r + h_K)$$

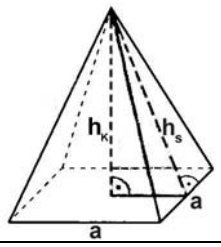
$$O = 2\pi r^2 + 2\pi r h_K$$



Pyramide
(quadratische)

$$V = \frac{1}{3} a^2 \cdot h_K$$

$$O = a^2 + 2 \cdot a \cdot h_S$$

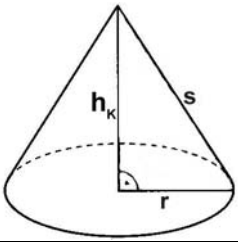


Kegel

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h_K$$

$$O = \pi r(r + s)$$

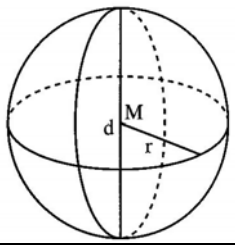
$$O = \pi r^2 + \pi r s$$



Kugel

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$



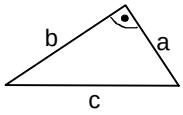
Quadratische Gleichungen:

Normalform: $x^2 + px + q = 0$ pq-Formel: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

Pythagoras:

Im rechtwinkligen Dreieck gilt:

$a^2 + b^2 = c^2$



Binomische Formeln:

I. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

II. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

III. $(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$

Prozent- und Zinsrechnung:

P_w:	Prozentwert
G:	Grundwert
p%:	Prozentsatz / Zinssatz
K:	Kapital
Z:	Zinsen
i:	Zeit

$$P_w = \frac{G \cdot p}{100}$$

$$Z = \frac{K \cdot p}{100} \cdot i$$

Trigonometrie

Im rechtwinkligen Dreieck gilt:

$$\sin\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} \qquad \cos\alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} \qquad \tan\alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

Im allgemeinen Dreieck gilt:

Kosinussatz:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\cdot b\cdot c\cdot\cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2\cdot a\cdot c\cdot\cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2\cdot a\cdot b\cdot\cos\gamma$$

Sinussatz:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

Dieses Formelblatt darf nur für schulische Zwecke verwendet werden.