Analytische Geometrie 2

Die Aufgabe entspricht mit Veränderungen der Aufgabe VI-1997 aus dem Zentralabitur Bayerns.

Gegeben sind die Punkte A(0/0/-4), B(4/0/0) und C_t(t-8/ t / t-8) mit t є IR.

a) Zeigen Sie, dass A, B und C_t für jedes t є IR nie auf einer Geraden liegen. Zeigen Sie, dass der Flächeninhalt des Dreiecks ABC_t durch $A(t) = 2 \cdot \sqrt{2t^2 + 16}$ gegeben ist, und ermitteln Sie den Wert t, für den der Flächeninhalt minimal wird.

[3 / 4 / 0]

b) Bestimmen Sie die Gleichungen der Kugeln mit dem Radius $\sqrt{24}$, die durch A, B und den Koordinatenursprung O verlaufen.
A, B, O und C_t ($t \neq 0$) bilden eine Pyramide. Bestimmen Sie C_t so, dass die Kugel mit dem Mittelpunkt M(2/4/-2) und dem Radius $\sqrt{24}$ die Umkugel der Pyramide ist und berechnen Sie das Volumen der Pyramide $ABOC_8$.

[6 / 6 / 0]

c) Ermitteln Sie eine Normalenform der Ebenenschar, die durch A, B und C_t bestimmt wird. [Ein mögliches Ergebnis ist E_t: $\begin{pmatrix} t \\ 4 \\ -t \end{pmatrix} \circ \vec{x} = 4t$.]
Beweisen Sie: Wenn zwei Ebenen E_t und E_{t^*} senkrecht zueinander sind, dann gilt $t \cdot t^* = -8$.
Zwei zueinander senkrechte Ebenen E_t und E_{t^*} schneiden die x_2-Achse in den Punkten S_t und S_{t^*}.
Untersuchen Sie, für welche t die beiden Punkte den kleinsten Abstand haben?

[3 / 5 / 3]