Name: **Datum:**

Ebenen in Normalenform - Erarbeitungsaufgabe

a) *Finden Sie durch Probieren mindestens 6 Punkte, die, wenn man den zugehörigen Ortsvektor für* $\vec{x}$ *in die Gleichung* $(1)\quad \begin{pmatrix}4\\-3\\2\end{pmatrix} * \left[\vec{x} - \begin{pmatrix}2\\3\\-1\end{pmatrix}\right] = 0$ *einsetzt, diese Gleichung in eine wahre Aussage überführen. Schreiben Sie die Koordinaten der Punkte und die zugehörigen Rechnungen auf.*

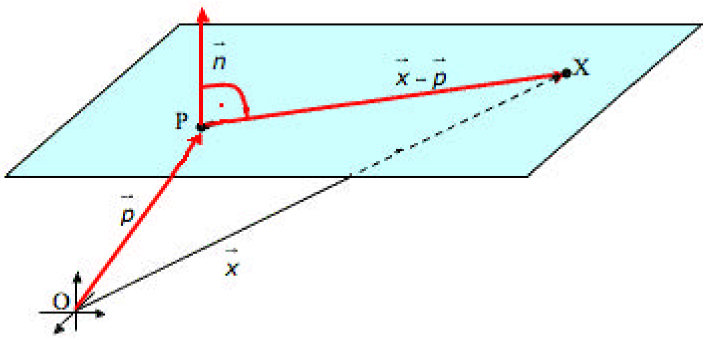
b) *Zeigen Sie, dass alle von Ihnen in Aufgabenteil* **a)** *gefundenen Punkte in einer Ebenen liegen.*

c) *Finden Sie durch Probieren mindestens 3 Punkte, die, wenn man den zugehörigen Ortsvektor für* $\vec{x}$ *in Gleichung* (1) *einsetzt, diese* <u>*nicht*</u> *in eine wahre Aussage überführen. Schreiben Sie die Koordinaten der Punkte und die zugehörigen Rechnungen auf.*

d) *Zeigen Sie, dass die von Ihnen in Aufgabenteil* **c)** *gefundenen Punkte* <u>*nicht*</u> *in der von Ihnen in Aufgabenteil* **b)** *gefundenen Ebene liegen.*

e) *Formulieren Sie Ihre bisher gewonnenen Erkenntnisse schriftlich; nutzen Sie auf jeden Fall die Begriffe „Punkte“, „Gleichung“, „Lösung“, „Lösungsmenge“ und „Ebene“.*

Der in Gleichung (1) auftretende (freie) Vektor $\begin{pmatrix}4\\-3\\2\end{pmatrix}$ wird als <u>**Normalenvektor der Ebene**</u> bezeichnet und – wie in der Abbildung rechts – meist mit dem Symbol $\vec{n}$ benannt. Der in Gleichung (1) auftretende (Orts-)Vektor $\begin{pmatrix}2\\3\\-1\end{pmatrix}$ wird als <u>**Stützvektor der Ebene**</u> bezeichnet und in der Abbildung mit $\vec{p}$ benannt; er beschreibt den Stützpunkt $P(2\,|\,3\,|\,-1)$ der Ebene. Das Symbol $\vec{x}$ steht für einen Ortsvektor zu einem beliebigen Punkt X der Ebene.



f) *Weisen Sie rechnerisch nach, dass der Normalenvektor* $\vec{n} = \begin{pmatrix}4\\-3\\2\end{pmatrix}$ *orthogonal zu den beiden von Ihnen gefundenen Spannvektoren aus Aufgabenteil* **b)** *liegt, und erläutern Sie, wie der Normalenvektor* $\vec{n}$ *demnach zu der von Ihnen gefundenen Ebene liegt.*

g) *Begründen Sie mit Hilfe der obigen Abbildung, warum für jeden Punkt, der in der Ebene liegt, Gleichung* (1) *beim Einsetzen des zugehörigen Ortsvektors in eine wahre Aussage überführt wird.*

h) *Begründen Sie mit Hilfe der obigen Abbildung, warum für jeden Punkt, der* <u>*nicht*</u> *in der Ebene liegt, Gleichung* (1) *beim Einsetzen des zugehörigen Ortsvektors* <u>*nicht*</u> *in eine wahre Aussage überführt wird.*

i) *Weisen Sie rechnerisch nach, dass* <u>*jeder*</u> *Punkt der von Ihnen in Aufgabenteil* **b)** *aufgestellten Ebene Gleichung* (1) *beim Einsetzen des zugehörigen Ortsvektors in eine wahre Aussage überführt.*

j) *Versuchen Sie, zu der Ebene* $F: \vec{x} = \begin{pmatrix}-2\\0\\1\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}-1\\2\\0\end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix}2\\-1\\3\end{pmatrix}$ *eine Gleichung in der Form von Gleichung* (1) *zu finden, und erläutern Sie Ihr Vorgehen.*