Name: **Datum:**

Ebenen in Normalenform - Normalenform in Koordinatenform - Grundwissen

Gegeben ist eine Ebene E in Punkt-Normalenform $E:\vec{n}*[\vec{x}-\vec{p}]=0$ bzw. $E:\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}*[\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}]=0$.

Gesucht ist die Darstellung der Ebene E in Koordinatenform.

Man erhält die Darstellung der Ebene E in Koordinatenform, indem man mit Hilfe des Distributivgesetzes den Vektor $\vec{n}$ einmal skalar mit dem variablen Ortsvektor $\vec{x}$ und einmal skalar mit dem Stützvektor $\vec{p}$ multipliziert; dadurch erhält man die Koordinatengleichung

$$E:n_1\cdot x_1+n_2\cdot x_2+n_3\cdot x_4-(n_1\cdot p_1+n_2\cdot p_2+n_3\cdot p_3)=0.$$

Fasst man hier noch die Summe $n_1\cdot p_1+n_2\cdot p_2+n_3\cdot p_3=d$ zusammen, so erhält man die Koordinatengleichung der Ebene:

$$E:n_1\cdot x_1+n_2\cdot x_2+n_3\cdot x_4-d=0$$

Beispiel: Gegeben ist die Ebene $E:\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}*\left[\vec{x}-\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}\right]=0$; gesucht ist die Koordinatendarstellung der Ebenen.

Anwendung des Distributivgesetzes liefert $E:\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}*\vec{x}-\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}*\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}=0$,

skalares Ausmultiplizieren liefert $E:4x_1-3x_2+3x_3-(4\cdot 2-3\cdot 3+2\cdot(-1))=0$

und schließlich Zusammenfassen der Summe in der Klammer liefert

$E:4x_1-3x_2+3x_3+3=0$