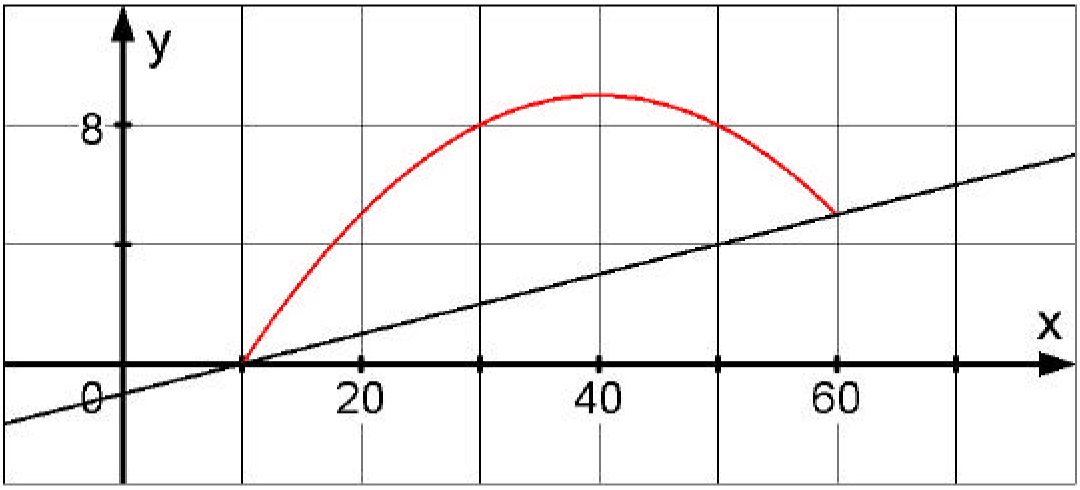
Name: **Datum:**

Quadratische Funktionen - Anwendungsaufgabe 23 - Lösung



1. **a)** siehe oben

b) siehe oben

2. **a)** Nur lineare Funktionen haben als Graphen Geraden.

b) Steigung: $m = \frac{4-1}{50-20} = 0{,}1$. Ordinatenabschnitt: $4 = 0{,}1 \cdot 50 + n \Leftrightarrow n = -1$. Der Term lautet $y_G(x) = 0{,}1 \cdot x - 1$.

c) siehe oben

d) $m = 0{,}1 = \frac{1}{10} = \frac{10}{100} = 10\%$

e) Wegen $y_S(45) = 0{,}1 \cdot 45 - 1 = 3{,}5$ ist der Punkt $P_1(45 \mid 3{,}5)$

f) Wegen $y_S(x) = 1{,}5 \Leftrightarrow 0{,}1 \cdot x - 1 = 1{,}5 \Leftrightarrow x = 25$ ist der Punkt $P_2(25 \mid 1{,}5)$

3. **a)** siehe oben

b) Allgemeine Form: $y_B(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$. Einsetzen der Koordinaten liefert:

$$\begin{pmatrix} a \cdot 20^2 + b \cdot 20 + c = 5 \\ a \cdot 30^2 + b \cdot 30 + c = 8 \\ a \cdot 50^2 + b \cdot 50 + c = 8 \end{pmatrix} \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ (3) \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a \cdot 400 + b \cdot 20 + c = 5 \\ a \cdot 900 + b \cdot 30 + c = 8 \\ a \cdot 2500 + b \cdot 50 + c = 8 \end{pmatrix} \begin{matrix} (1) \\ (2) \\ (3) \end{matrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} a \cdot 400 + b \cdot 20 + c = 5 \\ a \cdot 500 + b \cdot 10 = 3 \\ a \cdot 2100 + b \cdot 30 = 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} (1) \\ 2-1:(4) \\ 3-1:(5) \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a \cdot 400 + b \cdot 20 + c = 5 \\ -a \cdot 1500 - b \cdot 30 = -9 \\ a \cdot 600 = -6 \end{pmatrix} \begin{matrix} (1) \\ -3 \cdot (4) \\ (6):(5) - 3 \cdot (4) \end{matrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} a \cdot 400 + b \cdot 20 + c = 5 \\ -a \cdot 1500 - b \cdot 30 = -9 \\ a = -0{,}01 \end{pmatrix} \begin{matrix} (1) \\ (4) \\ (6) \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} a \cdot 400 + b \cdot 20 + c = 5 \\ -5 + b \cdot 10 = 3 \\ a = -0{,}01 \end{pmatrix} \begin{matrix} (1) \\ (7):6 \text{ in } 4 \\ (6) \end{matrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} -4 + 16 + c = 5 \\ b = 0{,}8 \\ a = -0{,}01 \end{pmatrix} \begin{matrix} (8):7,\ 6 \text{ in } 1 \\ (7) \\ (6) \end{matrix}$$

Also: $y_B(x) = -0{,}01 \cdot x^2 + 0{,}8 \cdot x - 7$

c) siehe oben

d) Wegen $y_B(45) = -0{,}01 \cdot 45^2 + 0{,}8 \cdot 45 - 7 = 8{,}75$ ist der gesuchte Punkt $P_3(45 \mid 8{,}75)$.

e) Wegen $y_B(x) = 6{,}75 \Leftrightarrow -0{,}01 \cdot x^2 + 0{,}8 \cdot x - 7 = 6{,}75 \Leftrightarrow x = 25 \vee x = 55$ sind die gesuchten Punkte $P_4(25 \mid 6{,}75)$ und $P_5(55 \mid 6{,}75)$.

f) Wegen $y_B(x) = -0{,}01 \cdot x^2 + 0{,}8 \cdot x - 7 = -0{,}01 \cdot [x^2 - 80 \cdot x + 700] = -0{,}01 \cdot [(x-40)^2 - 900]$ $= -0{,}01 \cdot (x-40)^2 + 9$ hat der gesuchte Scheitelpunkt die Koordinaten $(40 \mid 9)$.

4. **a)** Wegen $y_S(x) = y_B(x) \Leftrightarrow -0{,}01 \cdot x^2 + 0{,}7 \cdot x - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 70 \cdot x + 600 = 0$.
$\Leftrightarrow (x-35)^2 - 625 = 0 \Leftrightarrow x - 60 = 0 \vee x - 10 = 0$ sind die gesuchten Stellen 60 und 10. Wegen $y_S(10) = 0$ und $y_S(60) = 5$ sind die zugehörigen Ordinaten 0 und 5 und damit die gesuchten Punkte $P_6(10 \mid 0)$ und $P_7(60 \mid 5)$.

b) Wegen $y_S(60) - y_S(10) = 5$ beträgt der Höhenunterschied 5m.

c) Wegen $\sqrt{(60-10)^2 + (5-0)^2} = \sqrt{2525} \approx 50{,}25$ ist die Länge der überbrückten Straße rund 50,25m.

d) Wegen $y_B(20) - y_S(20) = 5 - 1 = 4$ hat der Pfeiler die Höhe 4m.

e) Die größte Pfeilerlänge ist das Maximum der Differenz zwischen $y_f(x)$ und $y_g(x)$ in m:
$\ell(x) := y_B(x) - y_S(x) = -0{,}01 \cdot x^2 + 0{,}7 \cdot x - 6$. Da die Differenz ein quadratischer Term ist, ist das Maximum der Scheitelwert des Terms:
$\ell(x) = -0{,}01 \cdot x^2 + 0{,}7 \cdot x - 6 = -0{,}01 \cdot [x^2 - 70 \cdot x + 600] = -0{,}01 \cdot [(x-35)^2 - 625]$
$= -0{,}01 \cdot (x-35)^2 - 6{,}25$. Der Sattelschlepper reicht also aus, da der längste Pfeiler lediglich 6,25m lang ist.