

Quadratische Funktionen - Nullstellen und Punkt in Term - Grundwissen



Wie bestimmt man den Funktionsterm $y(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ einer Quadratischen Funktion in Allgemeiner Form, genauer die Werte der drei Parameter a , b und c des Funktionsterms, wenn nur zwei Nullstellen x_1 und x_2 , d.h. zwei Schnittstellen der Parabel mit der Abszisse, und ein anderer Punkt $P(x_p | y_p)$ der Parabel bekannt sind?

Entscheidend ist für diese Aufgabe, dass man den Term jeder Quadratischen Funktion, die zwei Nullstellen x_1 und x_2 besitzt, in der Form $y(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$ schreiben kann; der Parameter a des Funktionsterms ist der Öffnungsfaktor der Parabel.

Zuerst nutzt man die Werte der Nullstellen x_1 und x_2 :

- *Setze die Werte x_1 und x_2 an den entsprechenden Stellen in den Funktionsterm $y(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$ ein.*

Dann bestimmt man den Wert des Parameters a :

- *Setze die x -Koordinate x_p des Punktes P für die Variable x und die y -Koordinate y_p des Punktes P für die Variable y in die Funktionsgleichung $y = a \cdot (x - x_s)^2 + y_s$ ein; Du erhältst eine Gleichung mit der Variablen a .*
- *Bestimme die Lösungsmenge dieser Gleichung.*

Die Zahl in der Lösungsmenge der Gleichung ist der gesuchte Wert des Parameters a .

Schließlich formt man den Funktionsterm noch in die Allgemeine Form um:

Multipliziere zuerst die beiden Klammern miteinander und anschließend die entstandene Summe mit dem Wert a .

Beispiel: Gegeben sind von einer Parabel die Nullstellen $x_1 = 2$ und $x_2 = -1$ und der Punkt $P(1 | -2)$. Gesucht ist der Funktionsterm $y(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ der Quadratischen Funktion. Einsetzen der Nullstellen in den Funktionsterm in der Form $y(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$ liefert $y(x) = a \cdot (x - 3) \cdot (x - (-1)) = a \cdot (x - 3) \cdot (x + 1)$. Einsetzen der Koordinaten des Punktes P liefert die Gleichung $-2 = a \cdot (1 - 3) \cdot (1 + 1)$; Auflösen der Gleichung nach der Variablen a liefert $a = \frac{1}{2}$, also $L = \{\frac{1}{2}\}$. Ausmultiplizieren des Funktionsterms liefert $y(x) = \frac{1}{2} \cdot (x - 3) \cdot (x + 1) = \frac{1}{2} \cdot x^2 - x - 1\frac{1}{2}$