Name: **Datum:**

Approximation durch Antiproportionale Funktionen - Grundwissen

Gegeben sei eine bivariate statistische Erhebung mit

- einer Grundgesamtheit mit dem Erhebungsumfang n,
- zwei quantitativen Merkmalen X und Y,
- der durch die Erhebung gewonnen Urliste mit den Messwertepaaren $(x_1 \mid y_1), (x_2 \mid y_2), ..., (x_n \mid y_n)$

  bei denen man vermutet oder sogar weiß, dass die Messwertepaare am besten durch eine Antiproportionale Funktion mit einem Term der Form $y(x) = \frac{c}{x}$ approximiert werden.

Dann erhält man den Funktionsterm $y(x) = \frac{c}{x}$ der Antiproportionalen Funktion, genauer gesagt den konkreten Wert des Parameters c , indem man

- von allen y-Werten $y_1,..., y_n$ die Kehrwerte $\frac{1}{y_1},..., \frac{1}{y_n}$ bildet (und dadurch die Urliste wegen $y = \frac{c}{x} \Leftrightarrow \frac{1}{y} = \frac{x}{c} = \frac{1}{c} \cdot x =: \tilde{a} \cdot x$ mit $\tilde{a} = \frac{1}{c}$ „linearisiert")
- den Steigungsfaktor $\tilde{a}$ der Regressionsgerade für die Wertepaare $(x_1 \mid \frac{1}{y_1}), (x_2 \mid \frac{1}{y_2}), ..., (x_n \mid \frac{1}{y_n})$ bestimmt
- den Kehrwert $\frac{1}{\tilde{a}}$ dieses Steigungsfaktors berechnet (und dadurch wegen $\tilde{a} = \frac{1}{c} \Leftrightarrow c = \frac{1}{\tilde{a}}$ den Wert des gesuchten Parameters c erhält).

Beispiel: Gegeben ist die Urliste

x_i	1	2	3	4	5	6
y_i	12	6	4	3	3	2

Berechnen der Kehrwerte $\frac{1}{y_1},..., \frac{1}{y_n}$ der y-Werte $y_1,..., y_n$ ergibt

x_i	1	2	3	4	5	6
$1/y_i$	0,083	0,167	0,250	0,333	0,333	0,500

Berechnen des Steigungsfaktors der Regressionsgerade ergibt $\tilde{a} = 0{,}07619$. (Der Korrelationskoeffizient von 0,9767 deutet auf eine gute bis sehr gute Korrelation der linearisierten Urliste hin, so dass der Ansatz für eine Antiproportionale Funktion nachträglich gerechtfertigt wird.)

Damit ergibt sich der gesuchte Wert des Parameters c zu $c = \frac{1}{\tilde{a}} = \frac{1}{0{,}07619} = 13{,}13$ und der gesuchte Funktionsterm zu $y(x) = \frac{13{,}13}{x}$.

