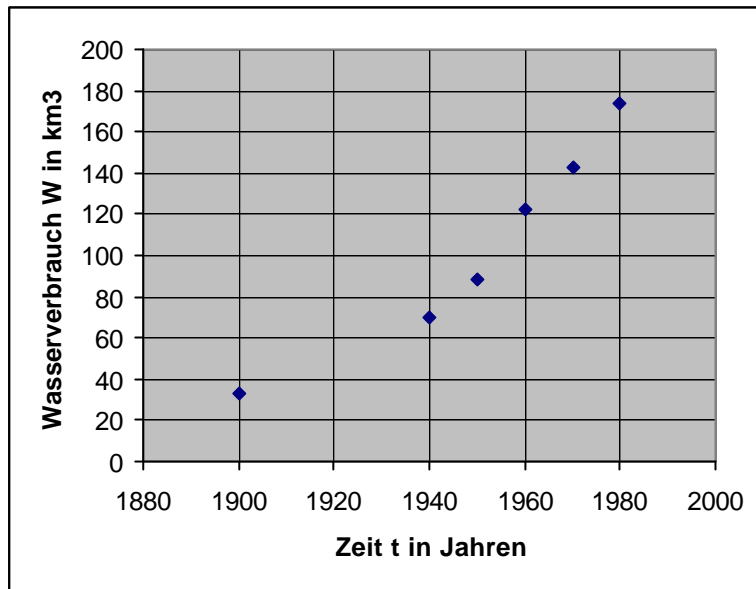


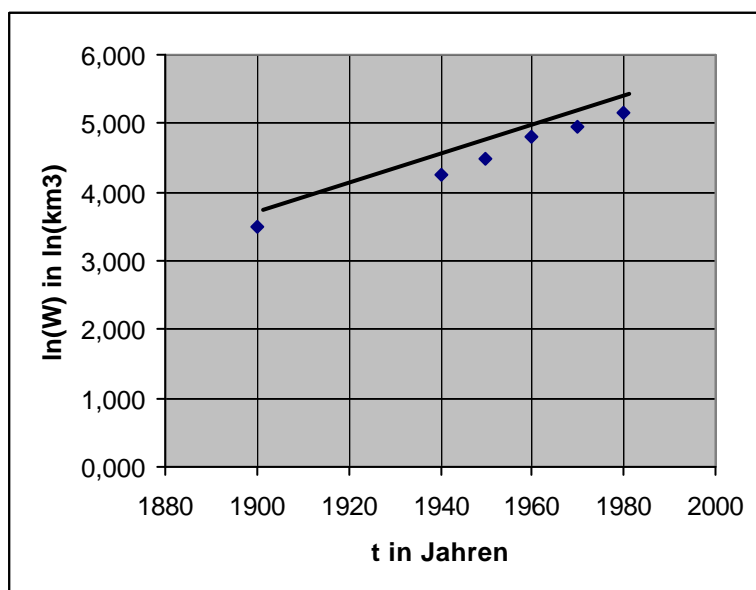
Nicht-Lineare Regression - Anwendungsaufgabe 501 - Lösung

- a) siehe b)
- b)



- c) Die Punkte liegen vermutlich um den Graphen einer Exponentialfunktion verteilt, so dass die Funktion, die den Zusammenhang zwischen Zeit und Wasserverbrauch beschreibt, vermutlich eine Exponentialfunktion ist. Der Ansatz für den Funktionsterm bzw. die Funktionsgleichung lautet demnach $W(t) = c \cdot d^t$ bzw. $W = c \cdot d^t$.
- d) Anwenden des Natürlichen Logarithmus ‚ln‘ auf beiden Seiten der Funktionsgleichung $W = c \cdot d^t$ liefert $\ln(W) = \ln(c \cdot d^t) = \ln(c) + \ln(d^t) = \ln(c) + t \cdot \ln(d) = \ln(d) \cdot t + \ln(c)$. Die rechte Seite dieser umgeformten Funktionsgleichung ist nun linear in t.

t in Jahren	1900	1940	1950	1960	1970	1980
W in km3	33	69,8	88,6	122,4	142,6	174,2
ln(W) in ln(km3)	3,497	4,246	4,484	4,807	4,960	5,160

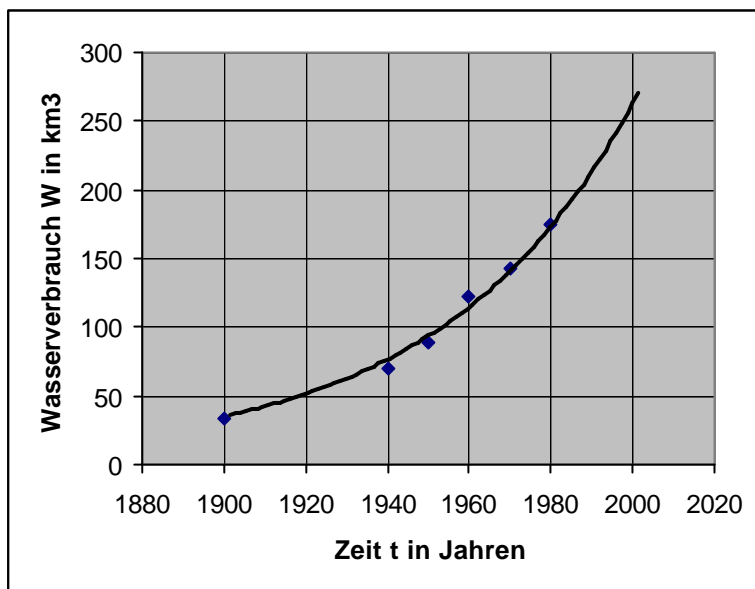


Der Term der Regressionsgerade lautet $y(x) = 0,0212 \cdot x - 36,813$.

Der Korrelationskoeffizient lautet $r = 0,9966$. Es besteht also eine gute bis sehr gute Korrelation.

- e) Es ergibt sich $\ln(d) = 0,0212$ und damit $d = e^{0,0212} = 1,0214$ sowie $\ln(c) = -36,813$ und damit $c = e^{-36,813} = 1,03 \cdot 10^{-16}$. Der Funktionsterm der Exponentialfunktion, die den Zusammenhang zwischen Zeit und Wasserverbrauch beschreibt, lautet demnach mit Maßeinheiten $W(t) = 1,03 \cdot 10^{-16} \text{ km}^3 \cdot 1,0214^{t/a}$.

f)



- g) $W(1995) = 228,3 \text{ km}^3$.

Der voraussichtliche jährliche Wasserverbrauch für das Jahr 1995 betrug $228,3 \text{ km}^3$. Der wirkliche Wasserverbrauch war geringer, vielleicht wurden bereits Maßnahmen zur Wasserersparnis getroffen.

- h) $W(t) = 1,03 \cdot 10^{-16} \text{ km}^3 \cdot 1,0214^{t/a} = 300 \text{ km}^3 \Leftrightarrow t = \log_{1,0214} \left(\frac{300}{1,03 \cdot 10^{-16}} \right) a \Leftrightarrow t \approx 2008$

Der voraussichtliche jährliche Wasserverbrauch von 300 km^3 würde im Jahr 2008 erreicht. Da aber bereits die Schätzung für das Jahr 1995 zu groß war, wird der jährliche Wasserverbrauch erst später 300 km^3 betragen.