Name: **Datum:**

Approximation durch Quadratische Funktionen - Grundwissen

Gegeben sei eine bivariate statistische Erhebung mit

- einer Grundgesamtheit mit dem Erhebungsumfang n,
- zwei quantitativen Merkmalen X und Y,
- der durch die Erhebung gewonnen Urliste mit den Messwertepaaren $(x_1 | y_1), (x_2 | y_2), ..., (x_n | y_n)$

  bei denen man vermutet oder sogar weiß, dass die Messwertepaare am besten durch eine Quadratische Funktion mit einem Term der Form $y(x) = c \cdot x^2$ mit $x, c \geq 0$ approximiert werden.

Dann erhält man den Funktionsterm $y(x) = c \cdot x^2$ der Quadratischen Funktion, genauer gesagt den konkreten Wert des Parameters c, indem man

- o von allen y-Werten $y_1, ..., y_n$ die Wurzeln $\sqrt{y_1}, ..., \sqrt{y_n}$ bildet (und dadurch die Urliste wegen $y = c \cdot x^2 \Leftrightarrow \sqrt{y} = \sqrt{c \cdot x^2} = \sqrt{c} \cdot x =: \tilde{a} \cdot x$ mit $\tilde{a} = \sqrt{c}$ „linearisiert“)
- o den Steigungsfaktor $\tilde{a}$ der Regressionsgerade für die Wertepaare $(x_1 | \sqrt{y_1}), (x_2 | \sqrt{y_2}), ..., (x_n | \sqrt{y_2})$ bestimmt
- o das Quadrat $\tilde{a}^2$ dieses Steigungsfaktors berechnet (und dadurch wegen $\tilde{a} = \sqrt{c} \Leftrightarrow \tilde{a}^2 = c$ den Wert des gesuchten Parameters c erhält).

Beispiel: Gegeben ist die Urliste

x_i	1	2	3	4	5	6
y_i	0,5	1,5	3,0	6,0	9,0	13,0

Berechnen der Wurzeln $\sqrt{y_1}, ..., \sqrt{y_n}$ der y-Werte $y_1, ..., y_n$ ergibt

x_i	1	2	3	4	5	6
$\sqrt{y_i}$	0,707	1,225	1,732	2,449	3,000	3,606

Berechnen des Steigungsfaktors der Regressionsgerade ergibt $\tilde{a} = 0{,}58673$. (Der Korrelationskoeffizient von $0{,}9989$ deutet auf eine sehr gute Korrelation der linearisierten Urliste hin, so dass der Ansatz für eine Quadratische Funktion nachträglich gerechtfertigt wird.)

Damit ergibt sich der gesuchte Wert des Parameters c zu $c = \tilde{a}^2 = 0{,}58673^2 = 0{,}344$ und der gesuchte Funktionsterm zu $y(x) = 0{,}344 \cdot x^2$.

