Name: **Datum:**

Approximation durch Wurzelfunktionen - Grundwissen

Gegeben sei eine bivariate statistische Erhebung mit

- einer Grundgesamtheit mit dem Erhebungsumfang n,
- zwei quantitativen Merkmalen X und Y,
- der durch die Erhebung gewonnen Urliste mit den Messwertepaaren $(x_1 \mid y_1), (x_2 \mid y_2), ..., (x_n \mid y_n)$

  bei denen man vermutet oder sogar weiß, dass die Messwertepaare am besten durch eine <u>Wurzelfunktion</u> mit einem Term der Form $y(x) = c \cdot \sqrt{x}$ approximiert werden.

Dann erhält man den Funktionsterm $y(x) = c \cdot \sqrt{x}$ der Wurzelfunktion, genauer gesagt den konkreten Wert des Parameters c , indem man

- o von allen y-Werten $y_1, ..., y_n$ die Quadrate $y_1^2, ..., y_n^2$ bildet (und dadurch die Urliste wegen $y = c \cdot \sqrt{x} \Leftrightarrow y^2 = (c \cdot \sqrt{x})^2 = c^2 \cdot x =: \tilde{a} \cdot x$ mit $\tilde{a} = c^2$ „linearisiert“)
- o den Steigungsfaktor $\tilde{a}$ der Regressionsgerade für die Wertepaare $(x_1 \mid y_1^2), (x_2 \mid y_2^2), ..., (x_n \mid y_n^2)$ bestimmt
- o die Wurzel $\sqrt{\tilde{a}}$ dieses Steigungsfaktors berechnet (und dadurch wegen $\tilde{a} = c^2 \Leftrightarrow c = \sqrt{\tilde{a}}$ den Wert des gesuchten Parameters c erhält).

Beispiel: Gegeben ist die Urliste

x_i	1	2	3	4	5	6
y_i	0,11	0,18	0,21	0,23	0,28	0,3

Berechnen der Quadrate $y_1^2, ..., y_n^2$ der y-Werte $y_1, ..., y_n$ ergibt

x_i	1	2	3	4	5	6
y_i^2	0,012	0,032	0,044	0,053	0,078	0,090

Berechnen des Steigungsfaktors der Regressionsgerade ergibt $\tilde{a} = 0{,}01532$. (Der Korrelationskoeffizient von $0{,}9915$ deutet auf eine sehr gute Korrelation der linearisierten Urliste hin, so dass der Ansatz für eine Wurzelfunktion nachträglich gerechtfertigt wird.)

Damit ergibt sich der gesuchte Wert des Parameters c zu $c = \sqrt{\tilde{a}} = \sqrt{0{,}01532} = 0{,}124$ und der gesuchte Funktionsterm zu $y(x) = 0{,}124 \cdot \sqrt{x}$.