

## Mittelwerte - Grundwissen

Gegeben sei eine univariate statistische Erhebung mit

- einer Grundgesamtheit mit dem Erhebungsumfang  $n$ ,
- einem quantitativen Merkmal  $X$  mit  $m$  verschiedenen Merkmalsausprägungen  $a_1, \dots, a_m$ ,
- der durch die Erhebung gewonnenen Urliste mit den Messwerten  $x_1, \dots, x_n$ , die sich in einer eindeutigen Reihenfolge, z.B.  $x_1 \leq \dots \leq x_n$  nach steigender Größe anordnen lassen
- den absoluten Häufigkeiten  $H(a_1), \dots, H(a_m)$  sowie
- den relativen Häufigkeiten  $h(a_1), \dots, h(a_m)$  der einzelnen Merkmalsausprägungen.



Als **Modus** (oder **Modalwert**)  $x_{\text{mod}}$  (der Messwerte) bezeichnet man diejenige Merkmalsausprägung, deren absolute bzw. relative Häufigkeit  $H(a_i)$  bzw.  $h(a_i)$  von allen Merkmalsausprägungen am größten ist, d.h.

$$H(a_i) \leq H(x_{\text{mod}}) \text{ bzw. } h(a_i) \leq h(x_{\text{mod}}) \text{ für } 1 \leq i \leq m.$$

Beachte:

- Der Modus einer Urliste kann auch dann bestimmt werden, wenn die Merkmalsausprägungen nicht quantitativ, sondern nur qualitativ sind.



Als den **Median** (oder **Zentralwert**)  $x_{\text{med}}$  oder  $\tilde{x}$  (lies: ‚x-Schlange‘) (der Messwerte) bezeichnet man diejenige Zahl, für die die eine Hälfte der Messwerte kleiner oder gleich und die andere Hälfte größer oder gleich ist, d.h.

$$\underbrace{x_1 \leq \dots \leq \tilde{x}}_{\text{die Hälfte der 'kleineren' Messwerte}} \leq \underbrace{\tilde{x} \leq \dots \leq x_n}_{\text{die Hälfte der 'größerer' Messwerte}}.$$

Ist  $m$  ungerade, dann gilt  $\tilde{x} = x_{\frac{n+1}{2}}$ ,  $\tilde{x}$  ist hier auf jeden Fall ein Messwert; ist  $m$  gerade, dann

setzt man  $\tilde{x} = \frac{1}{2}(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1})$ ,  $\tilde{x}$  ist in diesem Fall nicht unbedingt ein Messwert.



Als das **Arithmetische Mittel**  $\bar{x}$  (lies: ‚x-quer‘) (der Messwerte) bezeichnet man die Zahl

$$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} = \frac{H(a_1) \cdot a_1 + \dots + H(a_m) \cdot a_m}{n} = \underbrace{h(a_1) \cdot a_1 + \dots + h(a_m) \cdot a_m}_{\text{Berechnung mit relativen Häufigkeiten}}$$

Berechnung mit absoluten Häufigkeiten

Beachte:

- Das Arithmetische Mittel  $\bar{x}$  einer Urliste muss nicht unbedingt ein Messwert sein.

*Weitere Erklärungen und Beispiele zu diesen Begriffen finden sich im Selbstlernprogramm ‚Beschreibende Statistik und explorative Datenanalyse‘ in den Abschnitten 3.1, 3.2 und 3.3.*

*Einen Vergleich der verschiedenen Kenngrößen und Übungsaufgaben finden sich im Selbstlernprogramm ‚Beschreibende Statistik und explorative Datenanalyse‘ in den Abschnitten 3.5 und 3.7.*