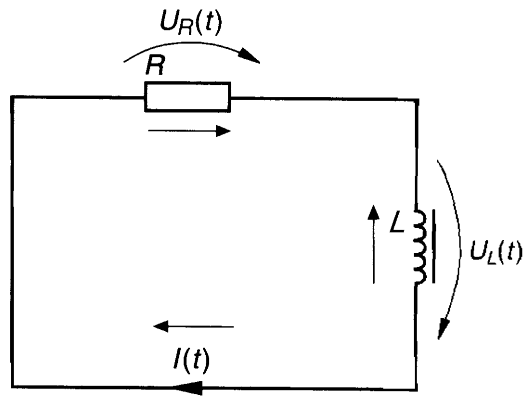
Name: **Datum:**

Ausschalten eines RL-Kreises - Theorie

Die in einem physikalischen Experiment gewonnen Messwerte können nur dann sinnvoll ausgewertet werden, wenn der Typ der mathematischen Funktion bekannt ist, durch die die Abhängigkeiten zwischen den relevanten Größen beschrieben werden kann. Aus prinzipiellen Gründen kann der Typ dieser Funktion aber niemals experimentell, sondern nur durch theoretische Überlegungen bestimmt werden. Diese werden für das Ausschalten eines Stromkreises mit einer Spule im Folgenden durchgeführt.

Von einem Stromkreis mit einer Spule mit der Induktivität L und einem Widerstand R, an den eine Elektrische Quelle mit der Nennspannung U_0 angeschlossen war, wird die elektrische Quelle ausgeschaltet.



Beachtet man, dass die Spannung $U_R(t)$ über dem Widerstand positiv, die Spannung $U_L(t)$ über der Spule aber negativ ist, gilt nach dem 2. KIRCHHOFFschen Gesetz (Maschenregel) zu jedem Zeitpunkt t des Ausschaltvorgangs die Gleichung

$$U_R(t) + U_L(t) = 0$$

Mit $U_R(t) = R \cdot I(t)$ (OHMsches Gesetz; $I(t)$: Stromstärke im Stromkreis während des Ausschaltvorgangs) und $U_L(t) = L\frac{dI(t)}{dt}$ (Induktionsspannung; $I(t)$: Strom durch die Spule; L: Induktivität der Spule) ergibt sich

$$\Leftrightarrow \quad R \cdot I(t) + L\frac{dI(t)}{dt} = 0 \qquad \big| : L$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{dI(t)}{dt} + \frac{R}{L} I(t) = 0 \quad \textbf{(*)}$$

Dies ist die **homogene Differentialgleichung 1.Ordnung für die Stromstärke I(t) im Stromkreis während des Ausschaltvorgangs**. Die Größe $\tau = \frac{L}{R}$ heißt **<u>Zeitkonstante</u>**.

Arbeitsaufträge:

1. Stromstärke im Stromkreis

a) *Zeigen Sie durch Ableiten der Funktion* $I(t)$ *und Einsetzen von* $I(t)$ *und* $\frac{dI(t)}{dt}$ *in die Differentialgleichung (*), dass die Funktion* $\boxed{I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{R}{L}t}}$ *mit* $\boxed{I_0 = -\frac{U_0}{R}}$ *die Differentialgleichung erfüllt und damit den zeitlichen Verlauf der Stromstärke im Stromkreis während des Ausschaltvorgangs beschreibt.*

b) *Erstellen Sie mit einem Funktionsgraphen-Plotter den Graph der Funktion* $I(t)$ *für* $R = 100\Omega = 1{,}0 \cdot 10^2\,\Omega$, $L = 500H = 5{,}0 \cdot 10^2\,H$ *und* $U_0 = -10V$.

c) *Berechnen Sie die Stromstärke* $I(t=0)$ *in der Schaltung zum Zeitpunkt* $t=0$ *und erläutern Sie das Ergebnis physikalisch.*

d) *Berechnen Sie den Grenzwert* $\lim_{t \to +\infty} I(t)$ *und erläutern Sie das Ergebnis physikalisch.*

e) *Zeigen Sie, dass nach der Zeit* $t=\tau$ *die Stromstärke in der Schaltung nur noch ca. 37% der ursprünglichen Stromstärke* I_0 *beträgt.*

f) *Berechnen Sie die Zeit* t_H, *nach der die Stromstärke auf die Hälfte der ursprünglichen Stromstärke* I_0 *abgefallen ist.*

2. Induktionsspannung

a) *Zeigen Sie mit Hilfe des Zusammenhangs* $U_L(t) = L\frac{dI(t)}{dt}$, *dass die Funktion* $\boxed{U_L(t) = U_0 e^{-\frac{R}{L}t}}$ *den zeitlichen Verlauf der Induktionsspannung während des Ausschaltvorgangs beschreibt.*

b) *Erstellen Sie mit einem Funktionsgraphen-Plotter den Graph der Funktion* $U_L(t)$ *für* $R = 100\Omega = 1{,}0 \cdot 10^2\,\Omega$, $L = 500H = 5{,}0 \cdot 10^2\,H$ *und* $U_0 = -10V$.

c) *Berechnen Sie die Induktionsspannung* $U_L(t=0)$ *zum Zeitpunkt* $t=0$ *und erläutern Sie das Ergebnis physikalisch.*

d) *Berechnen Sie den Grenzwert* $\lim_{t \to +\infty} U_L(t)$ *und erläutern Sie das Ergebnis physikalisch.*

e) *Zeigen Sie, dass nach der Zeit* $t=\tau$ *die Induktionsspannung nur noch ca. 37% der ursprünglichen Spannung* U_0 *beträgt.*

f) *Berechnen Sie die Zeit* t_H, *nach der die Induktionsspannung auf die Hälfte der ursprünglichen Spannung* U_0 *abgefallen ist.*

3. Spannung über dem Widerstand

a) *Zeigen Sie mit Hilfe des Zusammenhangs* $U_R(t) = R \cdot I(t)$, *dass die Funktion* $\boxed{U_R(t) = -U_0 \cdot e^{-\frac{R}{L}t}}$ *den zeitlichen Verlauf der Spannung über dem Widerstand während des Ausschaltvorgangs beschreibt.*

b) *Erstellen Sie mit einem Funktionsgraphen-Plotter den Graph der Funktion* $U_R(t)$ *für* $R = 100\Omega = 1{,}0 \cdot 10^2\,\Omega$, $L = 500H = 5{,}0 \cdot 10^2\,H$ *und* $U_0 = -10V$.

c) *Berechnen Sie die Spannung* $U_R(t=0)$ *über dem Widerstand zum Zeitpunkt* $t=0$ *und erläutern Sie das Ergebnis physikalisch.*

d) *Berechnen Sie den Grenzwert* $\lim_{t \to +\infty} U_R(t)$ *und erläutern Sie das Ergebnis physikalisch.*

e) *Zeigen Sie, dass nach der Zeit* $t=\tau$ *die Spannung über dem Widerstand nur noch ca. 37% der ursprünglichen Spannung* $-U_0$ *beträgt.*

f) *Berechnen Sie die Zeit* t_H, *nach der die Spannung über dem Widerstand auf die Hälfte der ursprünglichen Spannung* $-U_0$ *abgefallen ist.*