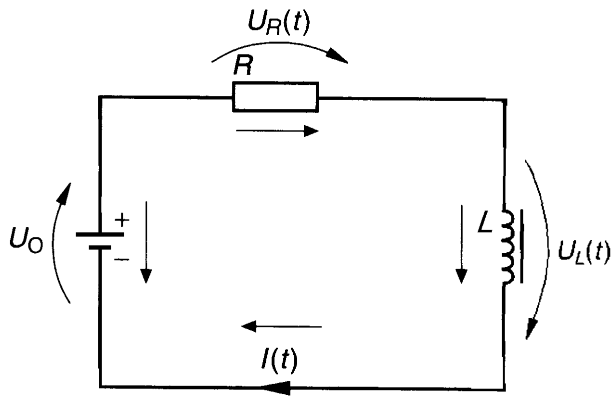
**Name:** **Datum:**

## Einschalten eines RL-Kreises - Theorie

Die in einem physikalischen Experiment gewonnen Messwerte können nur dann sinnvoll ausgewertet werden, wenn der Typ der mathematischen Funktion bekannt ist, durch die die Abhängigkeiten zwischen den relevanten Größen beschrieben werden kann. Aus prinzipiellen Gründen kann der Typ dieser Funktion aber niemals experimentell, sondern nur durch theoretische Überlegungen bestimmt werden. Diese werden für das Einschalten eines Stromkreises mit einer Spule im Folgenden durchgeführt.

Eine Elektrische Quelle mit der Nennspannung $U_0$ wird in einen Stromkreis mit einer Spule mit der Induktivität L und einem Widerstand R eingeschaltet.




Beachtet man, dass die Spannung $U_0$ über der Quelle negativ und die Spannungen $U_R(t)$ über dem Widerstand und $U_L(t)$ über der Spule positiv sind, gilt nach dem 2. KIRCHHOFFschen Gesetz (Maschenregel) zu jedem Zeitpunkt t des Einschaltvorgangs die Gleichung

$$U_0 + U_R(t) + U_L(t) = 0$$

Mit $U_R(t) = R \cdot I(t)$ (OHMsches Gesetz; $I(t)$: Stromstärke im Stromkreis während des Einschaltvorgangs) und $U_L(t) = L\frac{dI(t)}{dt}$ (Induktionsspannung; $I(t)$: Strom durch die Spule; L: Induktivität der Spule) ergibt sich

$$\Leftrightarrow \quad U_0 + R \cdot I(t) + L\frac{dI(t)}{dt} = 0 \qquad \left| -U_0 \right| : L$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{dI(t)}{dt} + \frac{R}{L} I(t) = \frac{-U_0}{L} \quad (*)$$

Dies ist die **inhomogene Differentialgleichung 1.Ordnung für die Stromstärke I(t) im Stromkreis während des Einschaltvorgangs**. Die Größe $\tau = \frac{L}{R}$ heißt **<u>Zeitkonstante</u>**.

### Arbeitsaufträge:

**1. Stromstärke im Stromkreis**

**a)** *Zeigen Sie durch Ableiten der Funktion* $I(t)$ *und Einsetzen von* $I(t)$ *und* $\frac{dI(t)}{dt}$ *in die Differentialgleichung (*), dass die Funktion* $\boxed{I(t) = I_0\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)}$ *mit* $\boxed{I_0 = -\frac{U_0}{R}}$ *die Differentialgleichung erfüllt und damit den zeitlichen Verlauf der Stromstärke im Stromkreis während des Einschaltvorgangs beschreibt.*

**b)** *Erstellen Sie mit einem Funktionsgraphen-Plotter den Graph der Funktion* $I(t)$ *für* $R = 100\Omega = 1{,}0 \cdot 10^2\,\Omega$, $L = 500H = 5{,}0 \cdot 10^2\,H$ *und* $U_0 = -10V$.

**c)** *Berechnen Sie die Stromstärke* $I(t=0)$ *in der Schaltung zum Zeitpunkt* $t=0$ *und erläutern Sie das Ergebnis physikalisch.*

**d)** *Berechnen Sie den Grenzwert* $\lim\limits_{t \to +\infty} I(t)$ *und erläutern Sie das Ergebnis physikalisch.*

**e)** *Zeigen Sie, dass nach der Zeit* $t = \tau$ *die Stromstärke in der Schaltung ca. 63% der endgültigen Stromstärke* $I_0$ *beträgt.*

**f)** *Berechnen Sie die Zeit* $t_H$*, nach der die Stromstärke bis zur Hälfte der endgültigen Stromstärke* $I_0$ *angestiegen ist.*

## 2. Induktionsspannung

**a)** *Zeigen Sie mit Hilfe des Zusammenhangs* $U_L(t) = L\frac{dI(t)}{dt}$*, dass die Funktion* $\boxed{U_L(t) = -U_0 e^{-\frac{R}{L}t}}$ *den zeitlichen Verlauf der Induktionsspannung während des Einschaltvorgangs beschreibt.*

**b)** *Erstellen Sie mit einem Funktionsgraphen-Plotter den Graph der Funktion* $U_L(t)$ *für* $R = 100\Omega = 1{,}0 \cdot 10^2\,\Omega$, $L = 500H = 5{,}0 \cdot 10^2\,H$ *und* $U_0 = -10V$.

**c)** *Berechnen Sie die Induktionsspannung* $U_L(t=0)$ *zum Zeitpunkt* $t=0$ *und erläutern Sie das Ergebnis physikalisch.*

**d)** *Berechnen Sie den Grenzwert* $\lim\limits_{t \to +\infty} U_L(t)$ *und erläutern Sie das Ergebnis physikalisch.*

**e)** *Zeigen Sie, dass nach der Zeit* $t = \tau$ *die Induktionsspannung nur noch ca. 37% der ursprünglichen Spannung* $-U_0$ *beträgt.*

**f)** *Berechnen Sie die Zeit* $t_H$*, nach der die Induktionsspannung auf die Hälfte der ursprünglichen Spannung* $-U_0$ *abgefallen ist.*

## 3. Spannung über dem Widerstand

**a)** *Zeigen Sie mit Hilfe des Zusammenhangs* $U_R(t) = R \cdot I(t)$**,** *dass die Funktion* $\boxed{U_R(t) = -U_0\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)}$ *den zeitlichen Verlauf der Spannung über dem Widerstand während des Einschaltvorgangs beschreibt.*

**b)** *Erstellen Sie mit einem Funktionsgraphen-Plotter den Graph der Funktion* $U_R(t)$ *für* $R = 100\Omega = 1{,}0 \cdot 10^2\,\Omega$, $L = 500H = 5{,}0 \cdot 10^2\,H$ *und* $U_0 = -10V$.

**c)** *Berechnen Sie die Spannung* $U_R(t=0)$ *über dem Widerstand zum Zeitpunkt* $t=0$ *und erläutern Sie das Ergebnis physikalisch.*

**d)** *Berechnen Sie den Grenzwert* $\lim\limits_{t \to +\infty} U_R(t)$ *und erläutern Sie das Ergebnis physikalisch.*

**e)** *Zeigen Sie, dass nach der Zeit* $t = \tau$ *die Spannung über dem Widerstand ca. 63% der endgültigen Spannung* $-U_0$ *beträgt.*

**f)** *Berechnen Sie die Zeit* $t_H$*, nach der die Spannung über dem Widerstand bis zur Hälfte der endgültigen Spannung* $-U_0$ *angestiegen ist.*