

Name:

Datum:

Stationenlernen Kondensator T5 - Auswertung durch Halbwertszeitbestimmung (Aufladung)

Beim Aufladen eines Kondensators mit unbekannter Kapazität C über einen Widerstand mit $R = 100\text{k}\Omega$ durch eine Elektrische Quelle mit der Nennspannung $U_0 = -10\text{V}$ wurde die folgende Messreihe aufgenommen:

t in s	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
Uc in V	0,00	3,47	5,73	7,21	8,18	8,81	9,22	9,49	9,67	9,78
I in A	1,00E-04	6,53E-05	4,27E-05	2,79E-05	1,82E-05	1,19E-05	7,78E-06	5,09E-06	3,32E-06	2,17E-06

Im Folgenden soll gezeigt werden, wie aus dieser Messreihe die unbekannt Kapazität C durch Ablesen der sogenannten **Halbwertszeit** t_H bestimmt werden kann.

Diese Halbwertszeit t_H hat folgende Bedeutung: Aus der Mathematik ist bekannt, dass es beim exponentiellem Ansteigen von Werten immer eine feste Zeitspanne gibt, nach der sich die Werte jeweils verdoppeln, d.h. am Ende der Zeitspanne sind die Werte doppelt so groß wie zu Anfang der Zeitspanne. Diese für das exponentielle Ansteigen charakteristische Zeitspanne bezeichnet man als Halbwertszeit t_H .

Die Theorie hat bereits gezeigt, dass beim Aufladen eines Kondensators mit der Kapazität C über einen Widerstand R der zeitliche Verlauf $U_C(t)$ der Spannung über dem Kondensator durch die Funktion

$U_C(t) = -U_0 \left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t} \right)$ und der zeitliche Verlauf $I(t)$ der Stromstärke in der Schaltung durch die Funktion $I(t) = -\frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$ beschrieben werden kann, wobei U_0 die Nennspannung der benutzten Elektrischen Quelle ist.

Aus diesen Ergebnissen können zwei wichtige Schlussfolgerungen gezogen werden:

1. Beide Funktionen $U_C(t)$ und $I(t)$ sind Exponentialfunktion, so dass die Methode der Halbwertszeitbestimmung angewandt werden kann.
2. Die Kapazität C und der Widerstand R sind die entscheidenden Größen für den Verlauf dieser Exponentialfunktionen und bestimmen somit die Halbwertszeit.

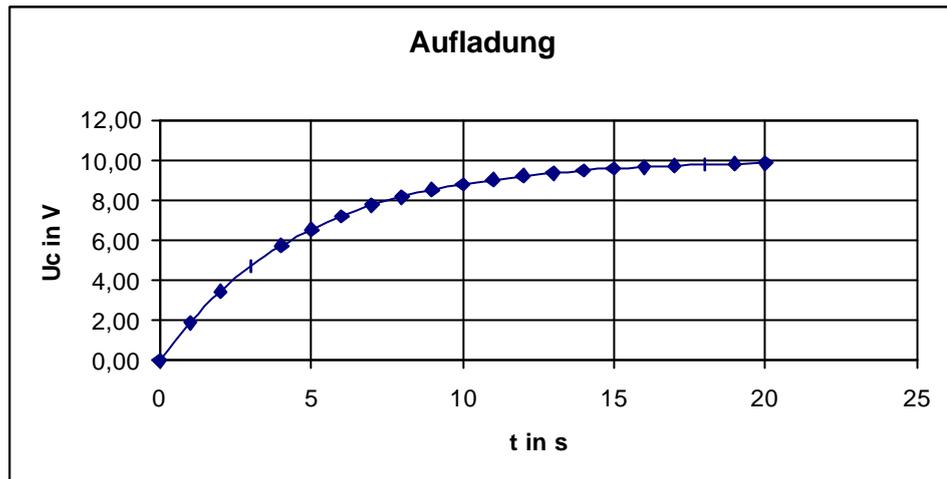
Wie die Halbwertszeit t_H , die Kapazität C und der Widerstand R genau zusammenhängen kann wieder nur theoretisch hergeleitet werden.

Arbeitsauftrag:

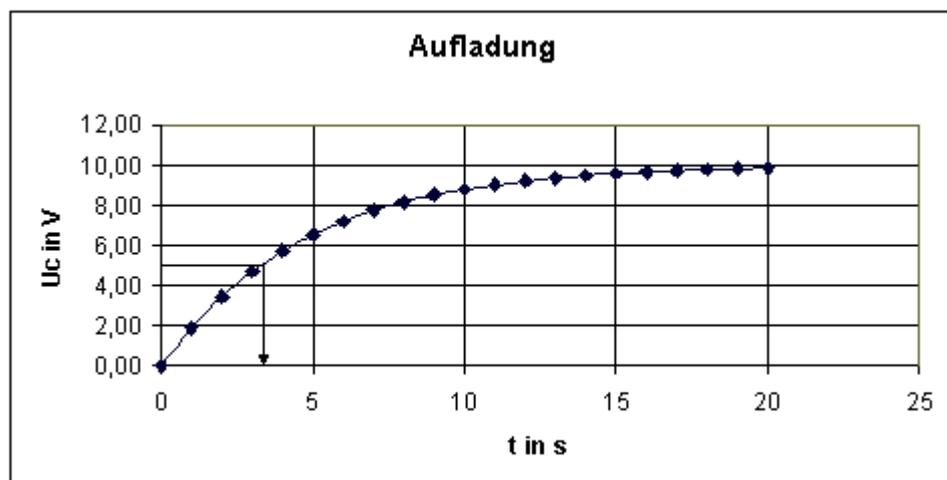
Zeige allgemein mit Hilfe der Gleichung $U_C(t) = -U_0 \left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t} \right)$, dass die Spannung $U_C(t)$ nach der speziellen Halbwertszeit $t_H = R \cdot C \cdot \ln(2)$ auf die Hälfte des Betrags der Nennspannung U_0 angewachsen ist.

Damit sind alle Voraussetzungen geschaffen, um aus der Messreihe die unbekannt Kapazität C durch Ablesen der Halbwertszeit zu bestimmt:

1.Schritt: Fertige in einem geeigneten Koordinatensystem den $t - U_C$ - Graph an.



2. Schritt: Lies aus dem Graphen die Zeit t_H ab, nach der die Spannung über dem Kondensator auf die Hälfte des Betrags der Nennspannung U_0 angewachsen ist.



Es ergibt sich hier $t_H \approx 3,3s$.

3. Schritt: Bestimme aus der abgelesenen Halbwertszeit (hier: $t_H \approx 3,3s$) und dem Widerstand R (hier: $R = 100k\Omega$) die Kapazität C :

$$\text{Aus } t_H = R \cdot C \cdot \ln(2) \text{ folgt } C = \frac{t_H}{R \cdot \ln(2)} \approx \frac{3,3s}{100k\Omega \cdot \ln(2)} \approx 47\mu F$$

Bemerkung: Analog kann man auch mit der Stromstärke I vorgehen. Die Halbwertszeit $t_H = R \cdot C \cdot \ln(2)$ ist in diesem Fall die Zeit, nach der die Stromstärke $I(t)$ auf die Hälfte der Anfangsstromstärke $I_0 = \frac{U_0}{R}$ abgefallen ist.